

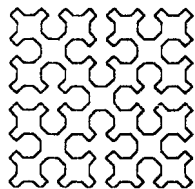
OLIMPIADA MATEMÀTICA 2003

FASE PROVINCIAL

PROVA INDIVIDUAL

♣ CATEGORIA 14 –16 ANYS ♣

1. Tenim tres cercles tangents dos a dos, tal i com indica la figura adjunta, amb un àrea d'1 m² cadascun. Troba l'àrea de l'espai que queda entre ells.
2. Donat el polinomi $P(x) = (x^2 - x - 1)^{2002} + (x^2 - x - 1)^{2003}$
 - a. Prova que és divisible per x i per $(x-1)$
 - b. Demosta que el terme independent de $P(x)$ és nul així com la suma dels seus coeficients
3. Fernando Corbalán en el seu llibre "*La matemàtica aplicada a la vida cotidiana*" anomena *números nueve-adictos NA*, als què després de multiplicar-los per 9, la suma de les xifres del producte és 9. Per exemple: 13 posat que $13 \cdot 9 = 117 \rightarrow 1+1+7=9$
 - a. Comprova que tots els nombres d'una xifra ho són.
 - b. Quins són els *NA* de dues xifres? Què observes?
 - c. Què passa en la filera dels noranta?
 - d. Comprova que els *NA* de dues xifres ab , tret dels que acaben en 0, compleixen que $a < b$
4. Classifica en racionals o irracionals els nombres decimals que es formen de la següent manera. La part entera és nul·la i la part decimal està formada pels nombres que s'obtenen en els següents supòsits:
 - a. Llançar un dau tres vegades
 - b. Llançar un dau infinites vegades
 - c. Posar les xifres del teu número de telèfon i, quan s'acaben, començar una altra vegada
 - d. Anar afegint a la dreta els diferents múltiples de 3 ordenats.
 - e. Anar calculant successives potències de 7 i prenent la xifra de les unitats.



OLIMPIADA MATEMÀTICA 2003

FASE PROVINCIAL

PRUEBA INDIVIDUAL

♣ CATEGORÍA 14 –16 ANYS ♣

1. Tenemos tres círculos tangentes dos a dos, tal y como indica la figura adjunta, con una área de 1 m^2 cada uno. Encuentra el área del espacio que queda entre ellos.
2. Dado el polinomio $P(x) = (x^2 - x - 1)^{2002} + (x^2 - x - 1)^{2003}$
 - a. Prueba que es divisible por x y por $(x - 1)$
 - b. Demuestra que el término independiente de $P(x)$ es nulo así como la suma de sus coeficientes
3. Fernando Corbalán en su libro “*La matemática aplicada a la vida cotidiana*” llama *números nueve-adictos NA*, a aquellos que después de multiplicarlos por 9, la suma de las cifras del producto es 9. Por ejemplo: 13 ya que $13 \cdot 9 = 117 \rightarrow 1 + 1 + 7 = 9$
 - c. Comprueba que todos los números de una cifra lo son.
 - d. ¿Quién son los NA de dos cifras?. ¿Qué observas?
 - e. ¿Qué pasa en la fila de los noventa?
 - f. Comprueba que los NA de dos cifras ab , quitando los que acaban en 0, cumplen que $a < b$
4. Clasifica en racionales o irracionales los números decimales que se forman de la siguiente manera. La parte entera es nula y la parte decimal está formada por los números que se obtienen en los siguientes supuestos:
 - a. Lanzar un dado tres veces
 - b. Lanzar un dado infinitas veces
 - c. Colocar las cifras de tu número de teléfono y, cuando se acaben, empezar otra vez
 - d. Ir añadiendo a la derecha los diferentes múltiplos de 3 ordenados.
 - e. Ir calculando sucesivas potencias de 7 y tomando la cifra de las unidades.