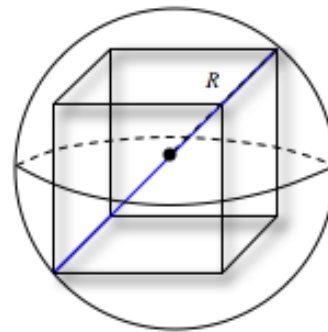
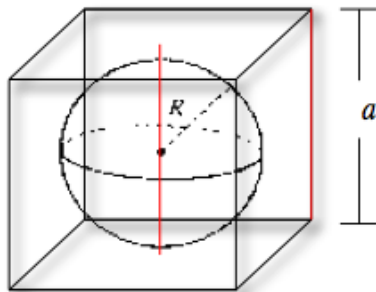
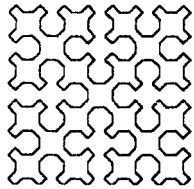


OLIMPIADA MATEMÀTICA 2009
FASE AUTONÒMICA
PROVA INDIVIDUAL
CATEGORIA 12-14 ANYS

1. Una família està formada per una mare, un pare i uns quants fills. La mitjana aritmètica de les seues edats és 20. El pare té 48 anys i la mitjana aritmètica de les edats de la mare i els fills és 16. Quants fills hi ha en la família?
2. Una esfera està inscrita en un cub de 24 metres quadrats de superfície. Un segon cub està inscrit en l'esfera. ¿Quina és la superfície en metres quadrats del cub inscrit?



3. El punt P està dins del triangle equilàter ABC. Els punts Q, R, i S són els peus de les perpendiculars traçades des de P als costats AB, BC, i CA, respectivament. Sabem que $PQ = 1$, $PR = 2$, i $PS = 3$, quant val AB ?



4. L'Helena pinta blanques o negres les cares d'una col·lecció de cubs de fusta i en cada cub fa servir tots dos colors. ¿ Quants cubs pot aconseguir que tinguen repartits els colors de manera diferent? Justifica la teua resposta.
5. Els primers 2009 enters positius s'han escrit en base 3. Quants d'ells són capicues?

$$2009 = 2202102_3$$