

# **XXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA**

## **FASE NACIONAL 2018**



**PRUEBA DE  
CAMPO  
XÀTIVA**



## 1. REFORMA DE LA PÉRGOLA

### Contexto histórico del lugar

El Jardín de Carmen Pérez o popularmente llamado “Jardín del Beso”, fue donado a la ciudad de Xàtiva por el matrimonio formado por Carmen Pérez y el filósofo italiano Attilio Bruschetti. Originariamente se llamaba el “Jardín del verso” porque Attilio leía poemas de amor dedicados a su amada a la sombra de los árboles. En él se encuentra un bello templete modernista.

#### Códigos QR

##### Geolocalización



##### Enunciado



Este jardín, considerado el mejor de la localidad, esconde un bello pasado tras su nombre. El lugar encierra tras su puerta y muros, un antiguo lavadero, sombras entre árboles y vegetación, legado todo ello de la donación de Doña Carmen Pérez, esposa del que fuera filósofo italiano Attilio Bruschetti.

## Enunciado de la prueba

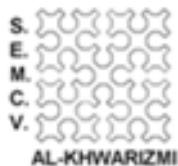


En el “Jardín del Beso” se encuentra este bello templete modernista.

Por el deterioro del suelo de este templete, los técnicos de la concejalía de urbanismo del ayuntamiento han decidido cambiar las baldosas:

- a. La primera opción sería cambiarlas por unas de tamaño  $25 \times 25$  cm. ¿Cuántas cajas de 10 baldosas cada una son necesarias para cambiar el suelo?
- b. Otra opción que se plantean los técnicos es realizar un cambio por baldosas de tamaño  $50 \times 50$  pero en dos colores, blanco y verde, de forma que se vayan alternando los colores similar al mosaico que observáis en las columnas de la parte exterior. En este caso, ¿cuántas baldosas verdes y cuántas blancas serían necesarias?
- c. Si se eligen las baldosas de  $50 \times 50$ , el técnico se da cuenta de que si se marcan los puntos medios de todas las baldosas, es posible trazar un camino que:
  - Pasa de punto a punto diagonalmente (no es válido pasar ni vertical ni horizontalmente)
  - Une a los puntos de todas las baldosas del mismo color pasando una sola vez.
  - Acaba en la baldosa inicial.

¿Seríais capaces de dibujar y calcular el camino recorrido por el operario? ¿Cuál sería la longitud de ese camino?



## 2. LA FUENTE REAL DEL LEÓN

### Contexto histórico del lugar

En 1788 se construyó el nuevo Portal del Lleó (Portal del León), diseñado por Vicente Gascó, y seguidamente se propuso hacer a cada lado del portal una fuente con un león, que venían a sustituir otra fuente antigua. Finalmente, sólo se esculpió una de las dos fuentes de estilo neoclásico, con una gran taza redonda y un pilón almohadillado, que se concluyó en 1818.

### Códigos QR

#### Geolocalización



#### Enunciado



Esta fuente, situada en el centro de la ciudad, se encuentra muy cerca del ayuntamiento. La fuente, además del chorro que surge de la boca del león, tiene otros dos caños más situados justo debajo, los cuales dejan caer tres chorros de agua sobre una gran balsa circular.

## Enunciado de la prueba

Si almacenamos el agua que mana de los dos caños de la Fuente del León, ¿cuántas personas se podrían duchar en un día?

Suponed que una persona consume, por término medio, 95 litros de agua para una ducha de unos 5 minutos.



### 3. PLAZA DE LA TRINIDAD

#### Contexto histórico del lugar

En la plaza de la Trinidad, uno de los lugares con más encanto del núcleo antiguo, encontramos una de las escasas fuentes góticas que se conservan en España. Es la fuente más antigua y famosa de las conservadas, y sin duda la más estimada por los setabenses

#### Códigos QR

##### Geolocalización



##### Enunciado



Se esculpió en 1403, con taza de planta octogonal, árbol de columna prismática que se abre para formar la cara inferior de la copa, adornada con tracerías ciegas. Un bocel da paso a un tambor octógono en cuyas caras alternaban escudos de Xàtiva y del Reino entre finas tracerías góticas, para rematar con una pirámide con ganchillos en las aristas. Actualmente hay encima un remate más tardío. La fuente estaba dedicada a Santa Lucía, cuya imagen, que durante siglos dio nombre a la plaza, remataba el conjunto, pero desapareció en época lejana, sin que fuera sustituida por otra. Debido a la clase de piedra en la que está tallada, el agua, que sube por el árbol hasta la copa, ha erosionado los relieves, que estaban policromados, hasta casi hacerlos desaparecer.

## Enunciado de la prueba

En esta plaza encontramos una de las escasas fuentes góticas que se conservan en España. Como podéis observar tiene una copa octogonal y alterna escudos de la ciudad y del Reino.

Una vez al año esta fuente echa agua de una manera un tanto especial:

- Solamente puede haber uno de los ocho grifos echando agua. Es decir, cuando el siguiente grifo (en sentido antihorario) se enciende, deja de echar agua el que estaba encendido.
- El tiempo que está echando agua cada grifo sigue una sucesión de Fibonacci, donde el primer grifo está encendido durante 1 minuto y el segundo también durante 1 minuto.

Si el caudal de agua que sale por cada grifo es de 3 l/min, ¿qué grifo estará encendido cuando el agua desborde la fuente?



## 4. CASA NATALICIA DE ALEJANDRO VI

### Contexto histórico del lugar

En la *plaza de Alejandro VI*, llamada en época medieval *plaza de los Borja*, encontramos la casa donde vivía la célebre familia a finales de XIV. Aquí nació **Roderic de Borja**, futuro *papa Alejandro VI*.

### Códigos QR

#### Geolocalización



#### Enunciado



También podemos encontrar otra de las *Fuentes Reales* alimentada por el *manantial de Bellús*, la *fuente real de Aldomar*. Data de la primera mitad del siglo XVIII, de estilo barroco aunque sigue modelos góticos. Esta fuente, aunque ya está más enfocada a su uso por personas, sigue teniendo función de abrevadero, lo que se puede adivinar fácilmente por el tamaño de su balsa y la altura de la misma.

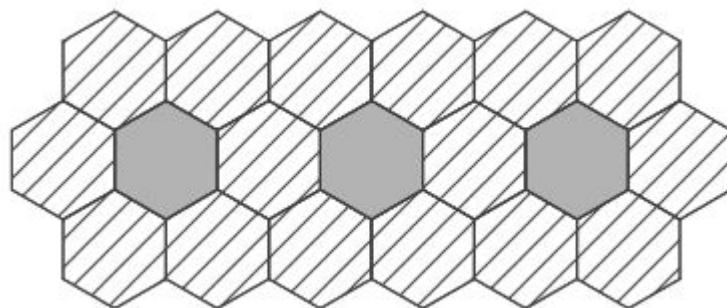
## Enunciado de la prueba

---

- a. La foto que podéis ver corresponde a la plaza donde jugaba Alejandro VI cuando era pequeño. Podéis ver que en los adoquines se forman triángulos de distintos tamaños. Vuestra misión es contar cuántos triángulos hay en total en la parte más elevada de la plaza, teniendo en cuenta que sólo son válidos aquellos que tengan claramente todos sus lados completos. Si hay en uno de los supuestos lados un hueco de un árbol o no existe línea recta que lo delimite, evidentemente no lo podéis contar como triángulo.



- b. Se ha decidido ornamentar el largo de una de las calles por jardineras hexagonales (sombreado oscuro) y rodeadas por baldosas también hexagonales (sombreado rayado) como indica la figura.



¿Cuántas baldosas necesitan para rodear 3 jardineras? ¿Y para 5 jardineras? ¿Y para un número  $n$  de jardineras?

## 5. LA FACHADA PRINCIPAL DE LA SEO

### Contexto histórico del lugar

La iglesia Colegial Basílica de Santa María (La Seo) se empezó a construir en 1596. La construcción se interrumpió infinidad de veces pasando por muchas fases y ha durado cerca de trescientos cincuenta años. Hoy en día está inacabada pues según los planos originales debería haber un campanario gemelo al ya existente que está rematado por un templete dedicado a la Virgen de las Nieves, patrona de la ciudad. La base de este segundo campanario está ahora oculta, pues no se sabe cuándo se terminará o si se terminará alguna vez en un futuro.

### Códigos QR

#### Geolocalización



#### Enunciado



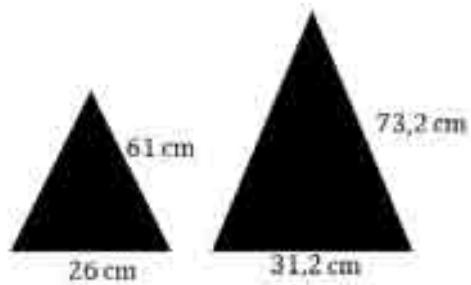
Tiene dimensiones de las grandes catedrales góticas. El conjunto es de influencia herreriana, por la austerioridad que la sitúa como pariente directa del Monasterio del Escorial. El campanario es del siglo XIX y está rematado por un templete dedicado a la Virgen de las Nieves, patrona de la ciudad. En la puerta principal de la Seo, que no se terminó hasta el primer tercio del siglo XX, figuran las estatuas en bronce de los dos papas Calixto III y Alejandro VI.

## Enunciado de la prueba

La iglesia Colegial Basílica de Santa María es conocida por La Seo en Xàtiva y todavía está inacabada a falta de un campanario gemelo al campanario existente. Ha surgido un nuevo proyecto arquitectónico para la mejora de La Seo.

Otro dato desconocido es la altura de la fachada principal que aparece en la foto. Sin contar la cruz, ¿podrías ayudar a los arquitectos a calcular este dato?

Además, los habitantes de Xàtiva tienen cierta obsesión por las progresiones. Si os fijáis en la puerta exterior, hay dos columnas con dos pirámides de base cuadrada en su parte superior. Si consideramos sólo las alturas de estas pirámides como los dos primeros términos de una sucesión, ¿qué término de la sucesión es el que más se aproxima a la altura de la fachada principal de la Seo? Abajo tenéis unos datos que tal vez puedan serviros de ayuda.



## 6. EN LA CALLE ABAT PLA

### Contexto histórico del lugar



Fundado como hospital real por Jaume I en 1244, reconstruido siglos después, es uno de los monumentos más hermosos e interesantes de Xàtiva.

Además de su belleza formal interesa por la curiosa fusión de la última arquitectura gótica con los primeros ensayos renacentistas, siendo el edificio que mejor resume la situación de la arquitectura Valenciana en los años centrales del siglo XVI.

Durante más de cinco siglos se ha ocupado de la salud de los xativins.

### Códigos QR

#### Geolocalización



#### Enunciado



En la calle Abat Pla os encontráis con la puerta norte de estilo barroco. En su frontispicio superior podéis apreciar una silueta del Castell, cuando aún conservaba intactas todas sus torres.

## **Enunciado de la prueba**

---

Leed atentamente el siguiente mensaje:

L Á V A T E b i e n l a C A r a , O h , C a m i N  
a n T e , y c o n t e m p L A l a m a g n I f i c E  
n C I a D e e s T a C o L E g i a t A , d i s e ñ A  
d A , D E s d e e l a ñ O m i l Q u i n I e n t O  
s N o V E n t a y s e I S , p a r A s e R C a T  
e d R a L , s i n n u n c A l l e g A r a s e r L  
o . E L e d i f I c i o E S e l m á s I m p o R  
t A N t E d e l a c i u D A d . A L s e R c o N  
q u I s T A d a l a c i u D A d p o R e l R e y J  
a I M e I d e A r a g ó N , l a A n t i G u a m  
e Z Q u I T a m a y o r e S c o n v E r t i D a e N  
i G l E S i a c R i s t i A N a y d e d i C a d a  
a S a n t a M a R í a , C o m o e R a c o s t u m  
b r E E N e l R e y , E R i g i é n d o l A e n  
c a B e Z A d e u n o d E l o s T r e s a r d I  
a c o n A T o s y a r c e D I a n a t o s d E l a  
d i Ó c E S i s . E l P a P A L u n A B e N e d i C  
t o X I I I , d e s d e S U r e f u g i o e n E  
l C a S T i l l o d e P E Ñ i s c o L a e N m i L  
c u a T R o c i e n t o s T R e c e , e l e V a e S  
t a i G l E s i a a l a C a t e g o r í a d e C  
o l E g i A t a , C r e a n D o e n E l l a q u i N  
c e c A N ó n i g o s , u N D e á n , u n s a c R  
i s T Á N y u n c h a n T R e . H a s t a a q u í  
l O Q U e d i C e l a H i s t o r i a , p e r o  
o B s E R v a e x t a s i A D o l a e s p L é n d i  
d a f A C h a d a l a t e R A l q u e s e y e r G  
u e a n T e t i , e j e m P l o d e s t a C a d o  
d e L B A r r o c o v a l E N c i a n o . P o c o s  
s a B e N q u e e s o s m u r o s , j u n t o c o  
n E l T e x t o q u e E s t á s l e y e N d o E  
n c I e R R a n u n p o d E R o s o e n i g M a : U  
n a p A L a b r a c l a v E Q u e , d u r a n t e  
s i G l O S , h a s i d o C u s t o d i a d A p o R  
u N a M i s t e R i o s a O R d e n S e c R e t a .

Una Contraseña Que, escuchada  
 por Los oídos Adecuados, te Identifica Como mi Embro de dicha Orden y Te abre las puertas a Los secretos mejor guardados de LA Historia Y sólo conocidos por unas decenas de personas En Todo el planeta. Si Te atrevés, investiga Bien toda la facchada, pues escritos en Contarás Cuatro números de cuatro cifras. Parece QUE se refieren a cuatro años De nuestra Historia, pero en realidad conducen A LA palabra Secreta que sólo Los más audaces y sabios lograrán encontrar. Baste decir Que debes hallar los factores primos en los que Se descomponen Estos cuatro Números. ¡Recuerda! Quédate únicamente con los factores primos. Prescindir de Todo lo demás, El texto y los primos son lo único que necesitas. Pon en orden tu mente y, SI Has sabido Seguir el Hilode este texto, Si verdaderamente has descubierto cómo fluye el párrafo Que Está delante de Tus ojos, Darás Con la palabra Misteriosa.

Palabra clave: \_\_\_\_\_.

## XÀTIVA, UNA HISTORIA POR DESCUBRIR

«— Aún no hemos visto Xàtiva y queremos ir a verla — y subiendo a aquella colina elevada que hay cerca del castillo, vimos desde ella la más hermosa huerta que jamás en villa ni castillo alguno hubiésemos visto, pues descubríamos a buen seguro más de doscientas casas de campo, las más bellas que hallarse pudieran, así como las alquerías que hay en torno de la misma, bellas también y en gran número; divisando a la par el castillo, que es de muy noble aspecto y domina a toda la vega. Nuestro corazón se llenó de gozo y alegría en tal instante...»

— Crónica de Jaume I —



## 7. EL SECRETO DEL HOSPITAL

### *Contexto histórico del lugar*

*El hospital real en la plaza Calixto III fue por Jaume I en 1244, reconstruido siglos después, es uno de los monumentos más hermosos e interesantes de Xàtiva.*



*Además de su belleza formal interesa por la curiosa fusión de la última arquitectura gótica con los primeros ensayos renacentistas, siendo el edificio que mejor resume la situación de la arquitectura valenciana en los años centrales del siglo XVI. Durante más de cinco siglos se ha ocupado de la salud de los "xativins".*

### *Códigos QR*

#### Geolocalización



#### Enunciado



## Enunciado de la prueba

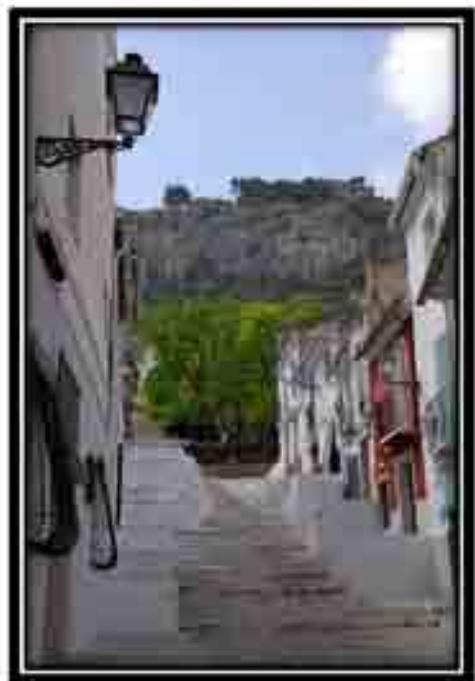
El hospital alberga un secreto en una de sus habitaciones. La siguiente tabla está formada por 16 números de los cuales algunos están sustituidos por letras por una relación de encriptación y sólo una de ellas representa al número que buscamos de la habitación secreta en donde se encuentran los escritos antiguos de Xàtiva que no será ninguna de las tres letras que tienen relación con elementos que encontrareis en la fachada de este hospital o cerca de ella.

|    |   |   |    |
|----|---|---|----|
| 1  | Ñ | N | 4  |
| 12 | 6 | 7 | 9  |
| 8  | J | K | 5  |
| 13 | 3 | 2 | 16 |

- ¿En qué habitación se encuentra nuestros escritos?
- ¿Cuál ha sido la relación que habéis encontrado entre los números y las letras de la tabla?

## 8. ACCESIBILIDAD POR LA CALLE LAS SANTAS

### Contexto histórico del lugar



Nos encontramos en la calle Las Santas, una de las calles más bonitas de Xàtiva a pesar de la dejadez que sufre.

Su nombre recuerda a las Santas Anastasia y Basilisa, dos nobles romanas que fueron torturadas y asesinadas por ser fieles a la Religión Católica.

Esta calle conducía antiguamente a la ermita de Las Santas desde la cual se puede contemplar el castillo de la ciudad.

### Códigos QR

#### Geolocalización



#### Enunciado



## Enunciado de la prueba

En el número 23 de esta calle vive Vicente, que va en silla de ruedas. Por ello, los vecinos y familiares han decidido construir una rampa en la parte de la calle que le permita acceder a su casa sin tener que depender de nadie.

- a. ¿Sabrásis calcular el área que ocuparía la pendiente teniendo en cuenta que esta empezaría desde la parte baja del rellano de la casa 21 (punto P) y terminaría en la parte alta de la derecha del rellano de la casa 23 (punto Q)?



Ten en cuenta también que la calle debe medir de ancho 2m para que puedan pasar los peatones, por lo que el resto de la calle se podrá utilizar para construir la rampa.

- b. A continuación, tenemos una imagen de *Google Maps* donde aparece representada la longitud de la calle a escala gráfica (20m representa la longitud del segmento que está dibujado a continuación). ¿Qué proporción del segmento  $\overline{AB}$  ocupa la longitud de la rampa  $PQ$ ?



## 9. LA FUENTE REAL DE LA PLAZA ROCA

### *Contexto histórico del lugar*

Xàtiva presenta desde sus inicios una estrecha relación secular con el uso del agua. La canalización del agua en la época musulmana aportó en siglos posteriores una gran fama de la ciudad por la cantidad de caños y fuentes. Las fuentes se clasificaron en tres categorías; *las reales*, monumentales y sostenidas públicamente, *las vecinales*, mantenidas por los vecinos y *las particulares*, escasas y sólo al alcance de las familias más pudientes. En la plaza de Roca debió existir una fuente real, al menos desde 1422. La actual se hizo en 1841, es de planta central con una taza alargada de extremos semicirculares y un árbol de piedra cuya base es un cubo truncado en sus caras laterales y superior, de estilo gótico, aprovechado de la fuente antigua.

### *Códigos QR*

#### Geolocalización



#### Enunciado



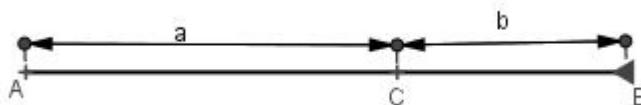
## Enunciado de la prueba

En la plaza de Roca encontramos una fuente de planta central con una taza alargada de extremos semicirculares y un árbol de piedra cuya base es un cubo truncado en sus caras laterales y superior.



- a. Esta fuente es una de las más importantes de Xàtiva, como la **proporción aurea** es una de las proporciones más importantes de la geometría.

La proporción aurea surge de dividir un segmento  $\overline{AB}$  mediante la elección de un tercer punto C de forma que el segmento de la longitud mayor, llamémosle  $a$  ( $a = \overline{AC}$ ) sea al menor  $b$  ( $b = \overline{CB}$ ) como el total  $c$  ( $\overline{AB} = a + b$ ) es al mayor  $\overline{AC}$ , en términos matemáticos:  $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$



Si llamamos  $x = \frac{a}{b}$ , observar que  $x \geq 0$  y que la condición anterior se puede transformar en esta ecuación de 2º grado:  $x^2 - x - 1 = 0$  que al resolverla aparece el valor numérico positivo.  $x = 1,618 \dots$  se denota por la letra  $\phi$  (fi) y se llama así en honor a Fidias, escultor griego que utilizó esta proporción en sus obras.

Observa el largo de la taza de la fuente  $\overline{AB}$  y encuentra la distancia entre el punto A y el punto C ( $a = \overline{AC}$ ) de forma que divida al largo de la taza en proporción aurea.

- b. En el suelo aparecen unos arcos de circunferencia concéntricos con centro en el interior del árbol. Razonad si se podría completar el arco de circunferencia externo en el suelo de la calle.

## 10. CIERRE DEL RECINTO DE LOS ÁRBOLES MONUMENTALES

Nos encontramos en la plaza del Españoletó, que debe su nombre al pintor José de Ribera, nacido en Xàtiva el año 1591 y conocido por “El Españoletó”, apodo que se le otorgó debido a su baja estatura y a sus firmas en todas sus obras como español, valenciano y setabense. En dicha plaza se encuentran dos árboles peculiares como muestra la fotografía.



### Códigos QR

#### Geolocalización



#### Enunciado



## Enunciado de la prueba

El ayuntamiento ha decidido cercar el recinto de estos dos árboles centenarios como medida de protección. Para ello siguiendo la monotonía del parque, ha decidido utilizar una de las dos vallas que ya han utilizado en otras ocasiones en el mismo parque que veis en las fotos.



Realizad un estudio para ver con cuál de las dos vallas le resultaría al ayuntamiento más económico el cercado del recinto, teniendo en cuenta las siguientes condiciones:

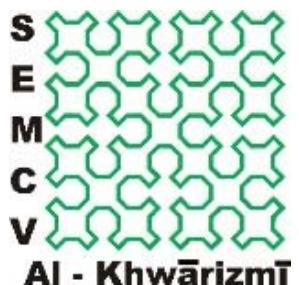
- Para la valla de la fotografía de la izquierda:
  - Se necesita un trocito de metal de 12cm entre valla y valla. Este tipo de metal se vende a 50 céntimos el metro.
  - Cada valla mide 1 metro y cuesta 49,89€.
- Para la valla de la fotografía de la derecha:
  - Hay que dejar un espacio libre de 7 cm entre valla y valla.
  - Cada valla mide 1 metro y cuesta 49,85€.

*Nota: Si no es posible cercar justo el recinto de los árboles por las medidas de las vallas, se vallará el recinto un poco más ancho, para poder utilizar un número entero de vallas.*

**CONVOCÀ:**



**ORGANIZA:**



**COLABORAN:**



CORTS VALENCIANES



AJUNTAMENT DE VALÈNCIA



DEPARTAMENT  
DE MATEMÀTICA  
APLICADA



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



IUMPA  
Institut Universitari de Matemàtiques  
Pures i Aplicades



UNIVERSITAT  
DE VALÈNCIA [UV] Facultat de Ciències Matemàtiques



**CASIO**

