CALENDARIO MATEMÁTICO

de la Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"

CURSO 2002-2003

CONCURSO DE RESOLUCIÓN DE ACTIVIDADES

CONVOCATORIA

1. A la solución más ingeniosa

a) Podrá participar en este apartado todo estudiante de Enseñanza Secundaria (ESO, Bachillerato) que, teniendo el Calendario Matemático, dé respuesta (solución/comentario) a una actividad planteada un día cualquiera.

b) El Seminario/Departamento de Matemáticas (profesor o profesora) seleccionará las mejores soluciones del colegio/instituto o curso, enviando solo una por cada día e incluyendo: nombre completo del estudiante, curso y nivel, centro, dirección y teléfono del centro.

c) Se otorgarán tres premios a las soluciones más ingeniosas.

2. Al trabajo en grupo

a) Podrá participar en este apartado un grupo de estudiantes de cualquier nivel de la Enseñanza Secundaria de un centro de España.

b) Deberá presentarse la solución a todos los problemas planteados para un mes (en caso de figuras, paradojas, datos históricos, etc., un comentario del mismo y su relación con las matemáticas).

c) Deberá indicarse el nombre, dirección y teléfono del centro, el nombre del profesor o profesora que coordine el trabajo, el curso y nivel y un listado de los alumnos participantes.

d) Podrán acceder a este premio anual:
– La solución más completa, ingeniosa y mejor presentada.
– El equipo/curso más constante y que envíe soluciones a todos los meses.

e) Solo podrá participar un grupo o curso por centro, seleccionando el seminario/departamento (profesor o profesora) aquel que considere el mejor.

3. Presentación y selección

a) El plazo de recepción será hasta el último día del mes siguiente al que corresponde la actividad.

b) El período anual, a efectos de enviar soluciones, se considerará de septiembre a junio (curso escolar).

c) Las soluciones deberán enviarse a:
Instituto Politécnico
a/ Floreal Gracia Alcaine
Parque del Oeste, 1. 12006 Castellón
Teléfonos: 964 25 62 00 - 964 24 37 91
Fax: 964 21 03 79 - 964 72 84 29
E-mail: fgracia@mat.uji.es

d) La comisión seleccionadora estará constituida por:
• El coordinador del Calendario Matemático
• Dos miembros de la Sociedad "AL-KHWARIZMI"

e) Las soluciones presentadas podrán ser publicadas cuando la comisión seleccionadora lo considere oportuno.

sm

SEMCV "AL-KHWARIZMI"

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"

101189

ISBN: 84-699-2815-5

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"

SEPTIEMBRE 2002

LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DOMINGO

1 EUROS

2 PRECIOS VARIOS

Con un juego completo de euromonedas (1, 2, 5, 10, 20, 50 cents, 1 y 2 €).
¿Cuántos artículos de diferentes precios podré adquirir?
Comprueba que la solución es 2^8 (si incluimos un artículo gratis).

3 ERRORES

Error **absoluto** es la diferencia entre el valor real y el valor aproximado. Error **relativo** es el cociente entre el error absoluto y el valor real. Se suele expresar como porcentaje.
Halla el máximo error relativo al redondear al céntimo de euro.

4 PAGA

Si al inicio del curso pasado tenías una paga periódica de 1 000 pesetas y ahora te dan 6 €, ¿cuál es el error relativo y absoluto a causa del cambio de moneda?

5 EUROMONEDAS 6

A partir del 1 de enero del 2002 ya tenemos euros en monedas, las hay de 1, 2, 5, 10, 20 y 50 cents (céntimos de euro) y de 1 y 2 €, cuyos tamaños, pesos y grosor son:

Diámetro: 23,25 mm
Peso: 7,50 g
Grosor: 2,33 mm

Diámetro: 25,75 mm
Peso: 8,50 g
Grosor: 2,20 mm

7 CÉNTIMOS 8

Monedas	Diámetros	Grosor	Peso
1 cent	16,25 mm	1,67 mm	2,30 g
2 cents	18,75 mm	1,67 mm	3,06 g
5 cents	21,25 mm	1,67 mm	3,92 g
10 cents	19,75 mm	1,93 mm	4,10 g
20 cents	22,25 mm	2,14 mm	5,74 g
50 cents	24,25 mm	2,38 mm	7,80 g

9 EL BILLETAZO

¿A cuántos amigos podrías invitar al cine si tienes este billete?

10 PESO ESPECÍFICO

A partir de las características físicas de una moneda de 1 € (ver el cuadro de los días 5 y 6), obtén el peso específico de la aleación de que está hecha.

11 HUCHA I

Mi hermano pequeño encontró una hucha con monedas de 25 pesetas. Fue al banco y le dieron en monedas de 10 céntimos, 50 monedas más de las que entregó. ¿Cuánto dinero llevó a cambiar?

12 PESO EN EUROS 13

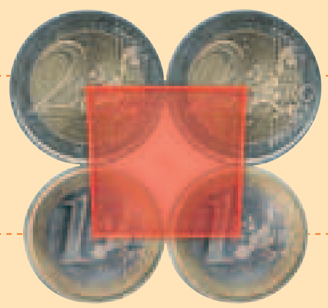
A partir de las características de una moneda de 1 euro ya descritas, ¿sabrías calcular **tu peso en euros**?, es decir, cuántas monedas de 1 euro deberías poner para equilibrarte en una balanza, **¿y tu altura en euros**? (cuántas monedas de 1 euro deberías apilar para llegar a tu altura).
Haz mentalmente los cálculos para un profesor de 1,70 m y 75 kg de peso.

14 EUROBILLETES 15

Billete	Dimensiones
5 €	120 x 62 mm
10 €	127 x 67 mm
20 €	133 x 72 mm
50 €	140 x 77 mm
100 €	147 x 82 mm
200 €	153 x 82 mm
500 €	160 x 82 mm

16 EUROTRAPECIO

Obtén el área del trapecio que se obtiene al unir los centros de estas monedas de 2 y 1 euros (ver datos de los días 5 y 6).



17 ¿CUÁNTAS ENTRAN? 18

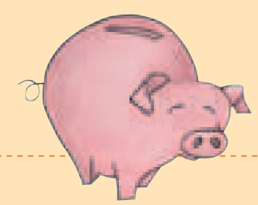
¿Cuántas monedas de 5 cents podremos poner sin solaparse sobre un billete de 10 €? (ver los cuadros de los días 7, 8, 14 y 15).
¿Cabrán 16? ¿Y 17? ¿Y 18?

19 EUROS CONCÉNTRICOS

Supongamos que una moneda de 1 € divide a otra más grande en dos regiones de igual área. En este hipotético caso se coloca la pequeña de forma concéntrica sobre la grande. ¿Cuánto vale la longitud del diámetro de la moneda más grande, sabiendo que el radio de la pequeña es 1 unidad?

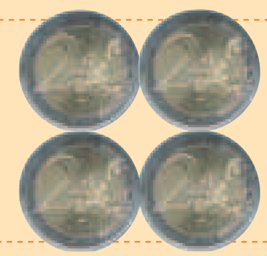
20 HUCHA II

Luis lleva todo el mes guardando las nuevas monedas de 1 y 2 €, pero no sabe cuánto dinero lleva ahorrado y no quiere romper la hucha aún. Teniendo en cuenta que su cerdito pesa exactamente 575 g más que antes.



¿Sabrías ayudarle a calcular su fortuna? (ver los cuadros de los días 5 y 6)

21 EUROCUADRADO 22



Usando la calculadora indica, aproximando a las centésimas de milímetro cuadrado, el área que delimitan las cuatro monedas de 2 € (ver el cuadro del día 6).

23 30

24 MONTONES IGUALES

Mi amigo Luis tiene monedas de 2 € y de 20 cents. Las coloca, según su valor, en dos montones que llegan a la misma altura.
¿Cuánto dinero puede tener?
(ver los cuadros de los días 5, 6, 7 y 8)

25 PROPINA

Un cliente de un bar daba una propina de 25 pesetas cuando tomaba un café que costaba 150 pesetas. Si ahora paga con 1 euro, el café cuesta 90 céntimos y deja el cambio de propina, ¿da más propina al camarero que antes?

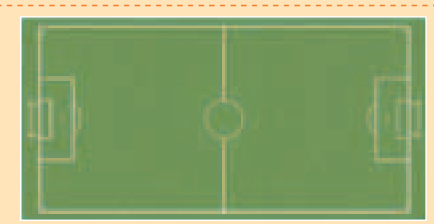
26 MENOR PESO

Si voy al banco con un juego completo de monedas antiguas (pesetas) y quiero que me den el menor número posible de euromonedas, ¿qué monedas me darán?
¿Y si quiero el menor peso?

27

28 EUROCÉSPED 29

Un equipo compró un jugador por 75 millones de euros. Pues bien, vamos a poner todo ese dinero en billetes de 200 € (153 x 82 mm) e intentar cubrir el césped de un campo de fútbol (106 x 70 m).
¿Lograremos tapar dicho terreno?



COORDINA: FLOREAL GRACIA. INSTITUTO POLITÉCNICO. PARQUE DEL OESTE, 1. CASTELLÓN. TEL.: 964 25 62 00

SELECCIÓN DE PROBLEMAS: MANUEL JOSÉ SASTRE ÁLVAREZ. IES CERDEÑO. OVIEDO

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"
"AL-KHWARIZMI"
sm

OCTUBRE 2002

LUNES · MARTES · MIÉRCOLES · JUEVES · VIERNES · SÁBADO · DOMINGO

1 OCTUBRE EL MES X

Octubre es el mes más matemático. Al menos es el más *algebraico* al estar identificado en la numeración romana con la letra más aritmética del abecedario, la vigésima séptima, usada por excelencia para representar la *incógnita*.

2 3 EL ORIGEN DE LA X

Omar Jayyám, el más fascinante de los personajes de la Persia del siglo XI, se instala en cierto momento en la mítica ciudad de *Samarcanda*. Durante los meses siguientes comienza la redacción de un libro muy importante consagrado a las ecuaciones cúbicas. Para presentar la incógnita de ese tratado de álgebra, utiliza el término árabe *SHAY*, que significa "cosa"; esta palabra, escrita *XAY* en las obras científicas españolas, ha sido reemplazada progresivamente por su primera letra, X, que se ha convertido en el símbolo universal de la incógnita.

4 5 FÓRMULA DE CARDAN

Una solución de la ecuación de tercer grado $x^3 + px + q = 0$ es:

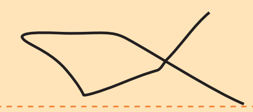
$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}}$$

6 MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI

Por su *nisba* o nombre patronímico, Al-Khwarizmi sabemos que era originario de Khwarizmi, ciudad situada al sur del lago Aral. Vivió en la corte de Bagdag y murió a mediados del siglo IX.

7 TOPOLOGÍA DE LA X

Distingue las figuras que son transformaciones topológicas de la letra *X*, de aquellas otras que no lo son.

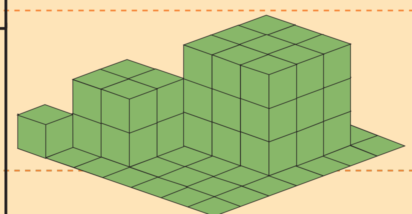


8 REFLEXIÓN DE JAYYÁM

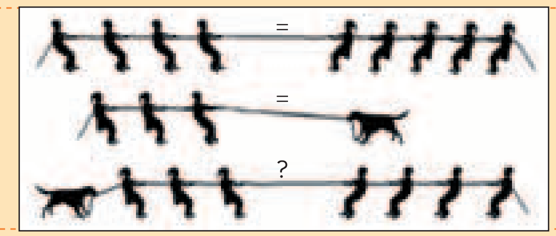
¿Sabes lo que me fascina de las ciencias? Que encuentro en ellas la suprema poesía: con las matemáticas, el vértigo embriagador de los números; con la astronomía, el enigmático susurro del universo.

9 SUGERENCIA

¿Qué resultado te sugiere la figura para la suma: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3$?

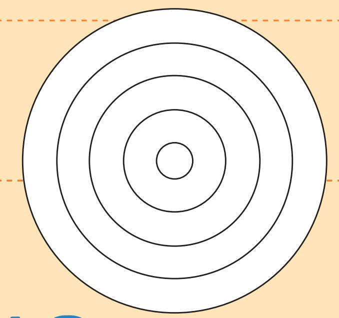


10 11 COMPETICIÓN



12 RELACIÓN ENTRE VARIABLES

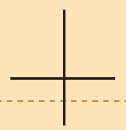
Las circunferencias de la figura son concéntricas y sus radios van incrementándose en una unidad, desde 1 que es el radio de la más interior de todas. ¿De qué manera se van incrementando las áreas de los círculos concéntricos? ¿Y los perímetros?

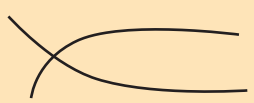


13

Escribió sobre matemáticas, astronomía y geografía. Fue un escritor didáctico, que alcanzó gran popularidad tanto en Oriente como en Occidente. Las cifras árabes se conocieron en Europa a través de su libro de la *integración* y de la *oposición* discutido profundamente en al-Ándalus.

14





15 NOMBRES PROPIOS EN ÁLGEBRA

Diofante (s. III)
Omar Jayyám (s. XI)
Fibonacci (s. XIII)
Chuquet (s. XV)
Ferro (s. XVI)
Tartaglia (s. XVI)
Cardano (s. XVI)
Bombelli (s. XVI)

16

17 EL SEÑOR X

Según el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, X, además de una letra común a todos los abecedarios latinos y de un numeral romano, es específicamente el signo con el que se suple el nombre de la persona.

18 EQUIS

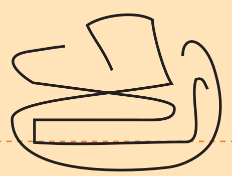
Además del nombre de la letra X, *EQUIS* es una venenosísima serpiente centroamericana.

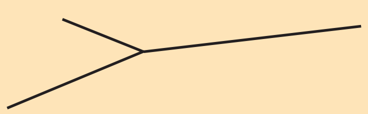
19

20

Su nombre patronímico, Al-Khwarizmi, fue latinizado en *guarismo* y en *algoritmo* por los eruditos europeos medievales. Estos nombres, ya despersonalizados, acabaron denominando respectivamente a las cifras árabes y al conjunto de reglas precisas que describen un cálculo.

21





22

François Viète (s. XVII)
Descartes (s. XVII)
Girart (s. XVII)
D'Alembert (s. XVIII)
Lagrange (s. XVIII)
Vandermonde (s. XVIII)
Gauss (s. XIX)
Ruffini (s. XIX)
Augustín Cauchy (s. XIX)
Niels Abel (s. XIX)

23 SIMETRÍA ALGEBRAICA

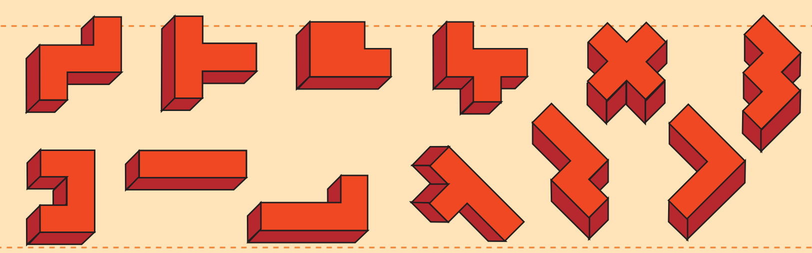
$$X^2 + Y^2 - 2XY + XZ + YZ + Z^2$$

$$(X - Y)^3 + (Y - X)^3$$

$$X + Y + Z + T$$

¿En qué sentido puede afirmarse que estas expresiones son simétricas?

24 25 LA X ES UNO DE LOS 12 PENTAMINÓN MACIZOS



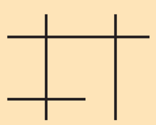
26 ¿ES LA X LA MÁS SIMÉTRICA?

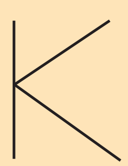
a b c d e f
g h i j k l
m n ñ o p q
r s t u v w
x y z

27

El libro de Al-Khwarizmi más difundido en su época, *Ziy* –unas tablas astronómicas–, ha desaparecido sin dejar más rastro que los comentarios al mismo de autores posteriores. En un códice de San Millán de la Cogolla del s. X ya se cita a Al-Khwarizmi en relación con las cifras árabes.

28





29

Evariste Galois (s. XIX)
Arthur Cayley (s. XIX)
Camille Jordan (s. XIX)
Felix Klein (s. XIX)
Sophus Lie (s. XIX)
Hermann Grassmann (s. XIX)
William Hamilton (s. XIX)
Joseph Sylvester (s. XIX)
Kronecker (s. XIX)
Toepliz (s. XIX)

30 TODAS SON EQUIS

En los criptogramas aritméticos todas las letras del abecedario son incógnitas. Este está dedicado a *Solimán*, nombre de varios emperadores otomanos que brindaron protección a los algebristas árabes.

SOL = I x MAN

31 CONTRADICCIÓN

$$-20 = -20$$
$$16 - 36 = 25 - 45$$
$$4^2 - 4\cdot 9 = 5^2 - 5\cdot 9$$
$$4^2 - 2\cdot 4(9/2) + (9/2)^2 = 5^2 - 2\cdot 5(9/2) + (9/2)^2$$
$$(4 - (9/2))^2 = (5 - (9/2))^2$$
$$4 - (9/2) = 5 - (9/2)$$
$$4 = 5$$

COORDINA: FLOREAL GRACIA. INSTITUTO POLITÉCNICO. PARQUE DEL OESTE, 1. CASTELLÓN. TEL.: 964 25 62 00

SELECCIÓN DE PROBLEMAS: FRANCISCO JESÚS GARCÍA GARCÍA. IES SAN JUAN. ALICANTE

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"

"AL-KHWARIZMI"

NOVIEMBRE 2002

sm

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO

NÚMEROS CAPICÚAS

Los números capicúas son aquellos números que se leen igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha. Se trata de una palabra compuesta y de origen catalán (finales del siglo XIX): *cap* (cabeza) y *cua* (cola). Su origen proviene del número de los primeros billetes de tranvía.

1 AROMA

Si divides el primer número capicúa del tercer milenio por la mala suerte obtienes el aroma de un buen café.

2 MÚLTIPLOS DE 3 Y 5

¿Cuántos números capicúas hay de tres cifras que sean múltiplos de 3 y de 5?

3 CUADRADO CAPICÚA

¿Cuántos números capicúas hay menores de 1 000 cuyo cuadrado sea capicúa?, ¿cuántos de los que acabas de obtener tienen su cubo capicúa? y ¿cuántos números capicúas hay menores de 1 000 cuyo cuadrado, cubo y cuarta potencia sean capicúas?

4 5 JUEGO

Los jugadores acuerdan un número de tres cifras iguales que hay que formar; el primer jugador escribe un número cualquiera de tres cifras todas diferentes; por turnos, los jugadores deberán sumar o restar un número de dos cifras hasta conseguir el número propuesto. Solo se puede sumar cuando el número acordado es menor que el que queda escrito, y solo restar cuando es mayor. Todos los cálculos se harán mentalmente. Gana el jugador que consigue formar el número acordado.

6 666

¿Sabes que se puede conseguir el número 666 insertando cuatro signos de suma dentro de la secuencia 987654321? El 777 también puedes conseguirlo insertando cuatro signos de suma o resta, en la secuencia 987654321.

7 ENTRE 200 Y 300

Hay 5 números primos capicúas entre 100 y 200: 101, 131, 151, 181 y 191. Y 4 entre 300 y 400: 313, 353, 373 y 383. ¿Cuántos números primos capicúas hay entre 200 y 300?

8 MOTORISTA

Un motorista sale a la carretera con el cuentakilómetros marcando: 13 931.

Va a una velocidad constante y, dos horas después, se detiene en el próximo número capicúa. ¿A qué velocidad circula?

9 7 CIFRAS

¿Cuántos números capicúas de 7 cifras se pueden escribir con las cifras del 1 al 9? ¿Cuántos de estos números son impares?

10 EN BASE n

Fíjate:
$121_{(3} = 16$
$121_{(4} = 25$
$121_{(5} = 36$
$121_{(6} = 49$
$121_{(7} = 64$
$121_{(8} = 81$

Demuestra que $121_{(n} = (n + 1)^2$.

11 ¿QUÉ NÚMERO SOY?

Soy capicúa, del 2 al 10 solo hay un divisor mío, tengo cuatro cifras, pero algunos me ven como si fuera un 9 con la base cambiada. ¿Qué número soy?

12 LOTERÍA

Tengo un número de lotería capicúa, si sumo sus cinco cifras obtengo el mismo resultado que si las multiplico. La primera cifra de la izquierda es la edad de mi hermana pequeña, las dos siguientes la edad de la mediana, y las dos últimas la edad de la mayor, que le lleva más de un año a la mediana. ¿Cuál es la numeración del boleto?

13 14 CONJETURA DEL CAPICÚA

Hay un famoso problema no resuelto, llamado "conjetura del capicúa". Dice que al tomar un número cualquiera escrito en base decimal y sumarle el mismo en orden inverso, puede darnos un número capicúa; si no es así, se repite el proceso hasta conseguir un número capicúa.

Prueba la "conjetura del capicúa" con los números 84, 75 y 68.

15 TRIÁNGULO

Coloca los dígitos de 0 al 9 formando un triángulo y súmalos. El número resultante de la suma ha de ser capicúa.

16 TERMINA EN 7

Un número de 5 cifras que termina en 7 se pasó 4 números de un capicúa y le faltan 7 números para el siguiente capicúa.
¿Qué número es?

17 PEDRO

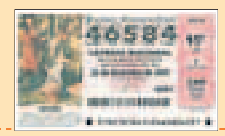
Pedro debía sumar todos los números capicúas de cuatro cifras, pero se olvidó sumar uno de ellos. Si obtuvo como resultado 490 776, halla el número capicúa que se olvidó.

18 SOLDADOS

Una compañía de *n* soldados forman filas de modo que de 3 en 3, quedan dos soldados en la última fila; de 4 en 4, quedan tres y de 5 en 5, quedan cinco. Averigua el mínimo *n* sabiendo que es capicúa y mayor que 1 000.

19 LOTERÍA DE NAVIDAD

¿Qué probabilidad hay de que el número que salga en el primer premio de la Lotería de Navidad sea capicúa?



20 NÚMERO DESNUDO

Un número "desnudo" es aquel cuyos dígitos son todos divisores del número. Halla todos los números desnudos de 3 dígitos que sean capicúas y que no tengan todas las cifras iguales.

21 111

CAP + CUA = 111, ¿es posible encontrar C, A, B y U?, ¿y si el resultado es 212?, ¿y 313?

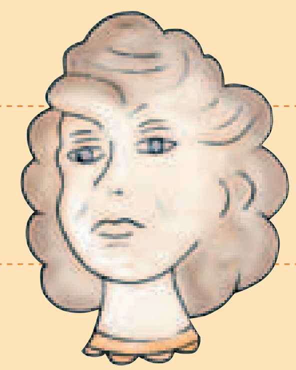
22 23 PALÍNDROMOS

La Antigüedad atribuía a las frases que podían ser leídas tanto al derecho como al revés virtudes mágicas. Estas frases se llaman **palíndromos**, palabra que proviene del griego, donde significa textualmente "camino hacia atrás" o, mejor aún, "camino nuevo"; como si la frase capicúa fuera una ruta por la que se puede andar en un sentido y luego caminar de nuevo hacia atrás.

RECONOCER
DÁBALE ARROZ A LA ZORRA EL ABAD
YO HAGO YOGA HOY
NO DESEO ESE DON

24 JEROGLÍFICO

A TI NO BONITA



O REY O JOYERO

25 DIVISIBLES POR 11

Demuestra que todos los números capicúas con un número par de cifras son divisibles por 11 y, por tanto, salvo el 11 ninguno es primo.

26 A LO LOCO

Encuentra un palíndromo típico valenciano que significa "a lo loco".

27 PALILLOS

En este juego, para dos personas, se colocan 11 palillos en una mesa. Cada jugador puede, en su turno, coger uno, dos o tres de ellos, los que quiera. Teniendo en cuenta que no se pueden coger más de tres palillos a la vez y que el que coge el último palillo pierde, ¿cómo debes jugar para ganar siempre?

28 29 TACHA CIFRAS

Las siguientes columnas de cinco filas contienen 15 cifras impares:

1	1	1
3	3	3
5	5	5
7	7	7
9	9	9

Tacha nueve cifras, eligiéndolas de manera que si asignamos un valor posicional a cada columna y sumamos los números restantes se obtenga el resultado 1 111.

30 FICHAS DE DOMINÓ

Cuatro fichas de dominó pueden elegirse de manera que con ellas pueda hacerse un cuadrado, en el que cada uno de los lados contenga la misma suma de puntos. ¿Puedes formar uno cuyos lados sumen 11 cada uno?

COORDINA: FLOREAL GRACIA. INSTITUTO POLITÉCNICO. PARQUE DEL OESTE, 1. CASTELLÓN. TEL.: 964 25 62 00

SELECCIÓN DE PROBLEMAS: MARTA I. TRAPERO, MÓNICA VIVÓ Y AMPARO SAIZ. VALENCIA

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"

DICIEMBRE 2002

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO

En los cuentos, hadas y príncipes representan el buen orden. La maldad está presente en brujas, ogros y dragones, y las manzanas envenenadas recuerdan el peligro de querer saber demasiado.

1 SEIS PERSONAS

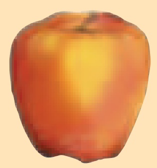
Halla cuántas manzanas hay en un conjunto si al distribuirlas entre seis personas la primera recibe un tercio del total, la segunda un cuarto, la tercera un quinto, la cuarta un octavo, la quinta recibe diez manzanas, y queda aún una manzana para la sexta persona.

2 SUPERFICIE

¿Cuántas veces es mayor la superficie de la piel de la manzana que la superficie de su sección trasversal?

3 VOLUMEN

¿Sabrías hallar el volumen de una manzana?

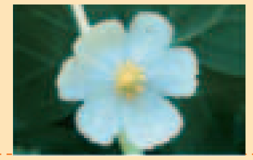


4 5 CORTES DEL CUBO

Corta un cubo en una manzana. Córtalo por su plano diagonal, corta cada prisma triangular obtenido desde los vértices en la arista opuesta a una de las caras cuadradas hasta la arista opuesta de esta cada cuadrada. Une los dos tetraedros que obtienes (uno de cada prisma inicial) por su cara triángulo rectángulo isósceles. Obtienes tres pirámides cuadrangulares con igual base (cara del cubo inicial). ¿Qué se desprende de esta construcción?

6 FLOR DEL MANZANO

Comprueba que $\rho = \text{sen } 5\theta$ es la ecuación de la flor del manzano.

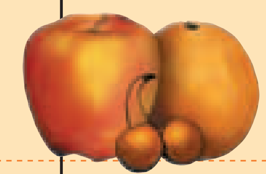


7 MOTIVO MÍNIMO

¿Qué motivo mínimo debes dibujar para reproducir la flor del manzano con un libro de espejos? ¿Cómo debes colocar el espejo?

8 FORMA

¿Por qué crees que las manzanas tienen esa forma? ¿Y las cerezas o las naranjas?



9 10 MANZANAS GORDAS

Teresa encarga una tarea a sus hijas y les promete como recompensa tres deliciosas manzanas. Las niñas quieren saber cómo son de gordas las manzanas, y la madre les dice: "el producto de sus pesos es 36 onzas". La hija mayor responde: "dinos algo más, con eso no hay suficiente; por ejemplo, dinos cuánto suman los pesos", y la madre contesta: "eso no os serviría de gran cosa, pero sí os puedo decir que la más gorda es roja". ¿Cuántas onzas pesaba cada manzana?

11 EL POMERAL

La abuela de José Luis tiene un pomeral, y este año ha tenido una cosecha estupenda, de grandes manzanas. Dice que cada manzana pesa un cuarto de kilo. ¿Crees que quiere decir eso exactamente? ¿Qué operación habrá hecho para afirmar lo que dice?

12 TRAYECTORIA

Dibuja sobre la piel de una manzana la trayectoria que va a seguir el cuchillo para dejar la piel en una sola pieza. ¿Qué curva veríamos en una fotografía que enfocara a la flor?

13 14 MANZANAS RELLENAS

Si los ingredientes para cocinar cuatro porciones de manzanas rellenas horneadas son:

- 4 manzanas grandes.
- 1/4 de taza de nueces picadas.
- Ralladura de 1/2 limón.
- 1/4 de cucharadita de canela.
- 2/3 de taza de agua.
- 1/3 de taza de azúcar moreno.
- 1/4 de taza de pasas.
- 1/2 cucharadita de nuez moscada.
- 2 cucharaditas de margarina suave.

¿Qué cantidades serán las necesarias para cocinar una sola porción?

15 CALORÍAS

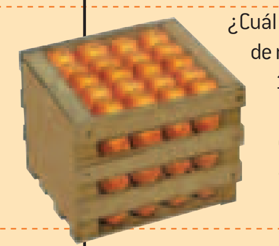
Y si la información nutricional por cada porción de manzana es:

• Carbohidratos	16 g
• Proteínas	3 g
• Grasa total	4 g
• Grasa saturada	0,5 g
• Colesterol	0 g
• Fibra	2 g

¿Cuál será para 1/3 de porción?

16 FLORES

A un manzano le quedan el 20 % de las flores que tenía. Teniendo en cuenta que estas flores se convertirán en manzanas, y que finalmente produce 500 manzanas, calcula cuántas flores tuvo en total.

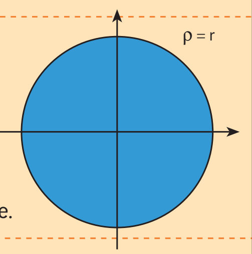


17 CALIBRE

¿Cuál es el máximo número de manzanas de calibre 100 mm que caben en una caja de embalaje de dimensiones 40 x 30 x 30 cm?

18 CORTE TRANSVERSAL

Comprueba que $\rho = r$ es la ecuación del borde de la manzana seccionada transversalmente.



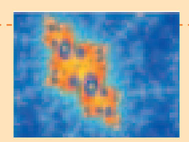
19 20 21 22 TRES MONTONES

Laura tiene tres hijas, y las ha llevado al pomeral que tiene cerca del pueblo. Las manzanas están maduras y Laura propone a sus hijas que cojan las manzanas de un frondoso árbol y se las repartan. Las hijas deciden recoger las manzanas después de la siesta. La hermana pequeña se despierta y decide adelantar la faena. Cuenta las manzanas del árbol y mentalmente hace tres montones iguales, ¡qué fastidio!, piensa, sobra una. Mira y remira y encuentra una agusanada, la arranca y la tira, luego recoge su parte y la guarda. Al poco se levanta la hermana mediana y, sin saber lo que ha ocurrido, procede de idéntica manera, también le sobra una manzana al hacer tres montones iguales, pero encuentra una podrida y la tira, recoge su parte y se va a jugar. Cuando se despierta la mayor hace también tres montones y tira la manzana que estaba en peor estado. Finalmente se despierta la madre, las llama para que recojan las manzanas del árbol y para que hagan con ellas tres montones iguales. ¡Sorpresa! Ni falta ni sobra ninguna manzana, salen tres montones exactamente iguales. ¿Cuántas manzanas tenía el manzano inicialmente?

23 30 TANGENTES

Corta la manzana en dos mitades desde la flor al pecíolo, y observa el punto en el que se ancla el pecíolo.
¿Cuántas tangentes al borde se pueden trazar en este punto?

24 31 FRACTALES



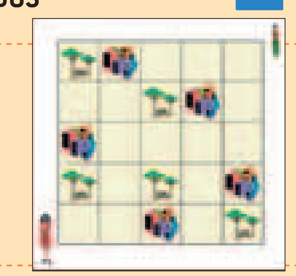
A algunas curvas les ocurre lo anterior en todos sus puntos. Son los fractales.
Busca otras propiedades características de las curvas fractales.

25 PALABRA POLISÉMICA

La palabra manzana es una palabra polisémica, pues también tiene otros significados, aparte del de la fruta: espacio urbano delimitado por calles por todos sus lados.
¿Conoces alguna otra palabra polisémica que también sea una fruta?

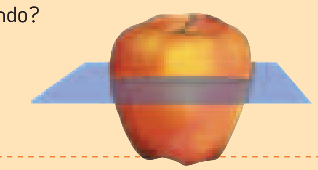
26 27 RECORRIDOS

En una ciudad se pierde un niño y en el instante en que la madre está en una esquina (inferior izquierda), el niño está en la otra (superior derecha). La madre comienza a andar por un recorrido de los muchos posibles. ¿Qué posibilidad tiene de encontrar a su hijo, si este no se mueve? ¿Hay recorridos con más probabilidad que otros?



28 PLANILANDIA

¿Qué vería un planilandés (mundo de dos dimensiones) si una manzana atravesara su mundo?



29 RECUERDA

Hagas lo que hagas, no dejes que la imagen de una manzana turgente, fresca, olorosa y de hermosos colores rojo, naranja, amarillo, verde..., entre en tu mente.

COORDINA: FLOREAL GRACIA. INSTITUTO POLITÉCNICO. PARQUE DEL OESTE, 1. CASTELLÓN. TEL.: 964 25 62 00

SELECCIÓN DE PROBLEMAS: XARO NOMDEDEU. IES ÁLVARO FALOMIR. ALMASSORA. CASTELLÓN

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"

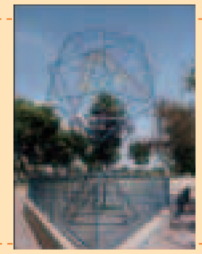
ENERO 2003

LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DOMINGO

Dedicamos este mes al omnipoliedro, una estructura geométrica realizada con varillas unidas por los extremos que contiene los cinco sólidos platónicos, los únicos cinco poliedros regulares, encajados unos dentro de otros formando una composición de gran belleza.

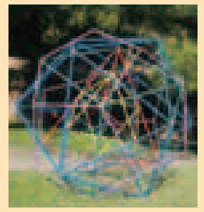
La SEMCV Al-Khwarizmi, junto al IES Leonardo da Vinci y el Ayuntamiento de Alicante, han construido un omnipoliedro que se ha colocado en el Parque del Tossal.

1 EL OMNIPOLIEDRO



2 DIMENSIONES

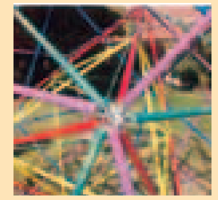
Tiene dimensiones "humanas": la arista del cubo mide 1,67 m, que es aproximadamente la media de estatura de la población adulta española.



3 P. PUIG ADAM

4 CONSTRUCCIÓN

Para construir el poliedro se han utilizado 90 varillas de aluminio que se unen por los vértices con bridas de plástico.

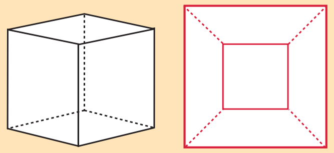


5 ISAMO NOGUCHI

Red Cube. Nueva York.

6 – 7 DIAGRAMA DE SCHLEGEL

El diagrama de Schlegel de un poliedro es una representación que lleva las aristas de un poliedro a un diseño en el plano. Es el resultado de plasmar en un papel lo que vemos cuando miramos el armazón del poliedro construido con varillas. Hay que acercarse hasta conseguir ver un polígono grande y otros más pequeños en su interior. Aquí tenemos el del cubo. Dibuja los diagramas de Schlegel de los otros sólidos platónicos.



8 SALVADOR DALÍ

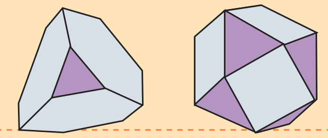
La Última Cena.

9 RELACIONES NUMÉRICAS I

Toma cada uno de los poliedros regulares por separado y anota el número de caras (C), aristas (A) y vértices (V).
Haz una tabla con los resultados e investiga relaciones entre los números obtenidos.

10 RELACIONES NUMÉRICAS II

Investiga la relación entre C, A y V del tetraedro truncado (izqda.) y el cuboctaedro (dcha.) con el balón de fútbol (icosaedro truncado).

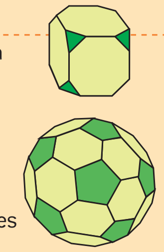


11 EL SÍMBOLO DE SCHLÄFI

El símbolo de Schläfi de un poliedro es un código que indica qué polígonos concurren a cada vértice y cuántos como él. En un cubo, a cada vértice llegan 3 cuadrados (4^3).
Es una notación de potencias: la base da el número de lados del polígono y el exponente la cantidad de polígonos.
Obtén el símbolo de los poliedros regulares.

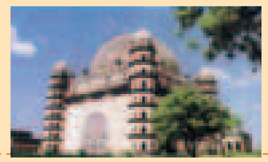
12 SCHLÄFI II

En el cubo truncado, a cada vértice concurren dos octógonos (8^2) y un triángulo (3), por lo que su símbolo de Schläfi es $8^2 3$.
Da el símbolo de Schläfi de los poliedros que encuentres a lo largo del mes.



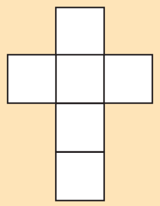
13 MAUSOLEO GOL GUMBAZ

Este mausoleo está en Bijapur (India), tiene forma de cubo con una cúpula de 43 metros de diámetro.



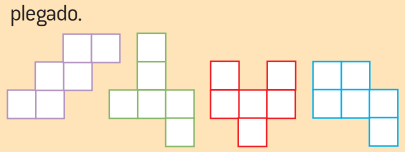
14 DESARROLLOS I

Una forma de construir un cubo o hexaedro consiste en dibujar en cartulina el desarrollo plano (6 cuadrados adosados por el lado), añadir las lengüetas, recortar, plegar y pegar las aristas.



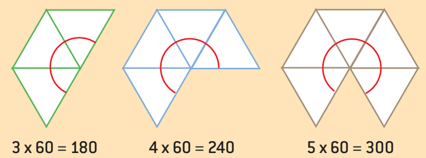
15 DESARROLLOS II

Aquí tienes otros desarrollos planos. Estudia si se puede formar con ellos un cubo mediante plegado.



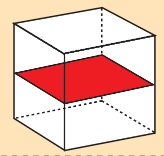
16 – 17 SOLO CINCO POLIEDROS REGULARES

Para que un poliedro sea regular, todas sus caras deben de ser el mismo polígono regular y los ángulos han de ser también iguales. Observa las posibilidades de los vértices para poliedros con triángulos.
En los triángulos, como su ángulo interior es de 60º, podemos agrupar 3, 4 ó 5 triángulos equiláteros alrededor de un vértice. Investiga con otros polígonos.



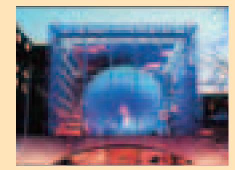
18 SECCIONES PLANAS I

Si realizamos un corte a un cubo con un plano que sea paralelo a una de las caras obtenemos un cuadrado. Estudia qué otros polígonos podemos obtener de un cubo mediante cortes planos.



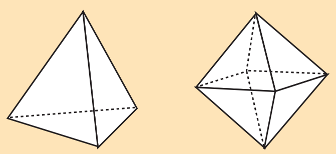
19 ROSE CENTRE

El planetario de Nueva York está formado por un cubo de cristal de 29 m de arista que contiene una esfera de 27 m de diámetro.



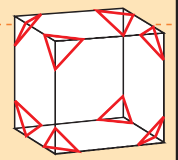
20 SECCIONES PLANAS II

Investiga qué forma tienen las secciones planas en el tetraedro y el octaedro.



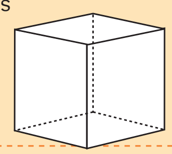
21 EL CUBO TRUNCADO

Cortamos en las esquinas de un cubo una pequeña porción de manera que la sección sea un triángulo equilátero.
¿Cómo habría que dar los cortes para que todas las aristas tengan la misma longitud?



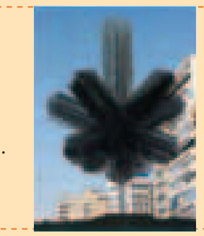
22 POLIEDROS TRUNCADOS

Estudia el poliedro que obtienes si los cortes llegan hasta el centro de cada arista. ¿Qué ocurre si das cortes aún más profundos en todas las caras?



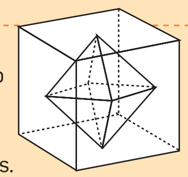
23 EUSEBIO SEMPERE

En su escultura *Estrella varada* un dodecaedro gira alrededor de uno de sus ejes de simetría.



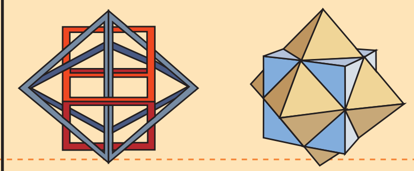
24 DUALIDAD I

El cubo y el octaedro tienen el mismo número de aristas y las cantidades de caras y vértices están invertidas.
¿Qué otros poliedros tienen una relación parecida?



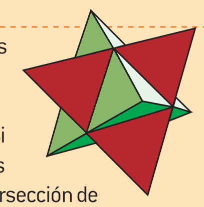
25 DUALIDAD II

Imágenes de la dualidad de Steve Dutch, Ha Le y Hubert Martineau tomadas de Internet.

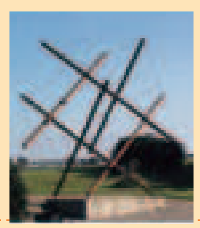


26 ESTRELLA OCTÁNGULA

Está formada por dos tetraedros cuyas aristas se cortan en los puntos medios. Si señalamos las líneas para delimitar la intersección de los dos poliedros, ¿qué figura obtendremos?



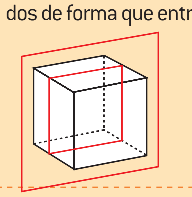
27 ICOSAEDRO EN EL AIRE



De Buckmister Fuller. El construido en Alicante por Pérez, Frías y Regalado tiene 12 m de alto.

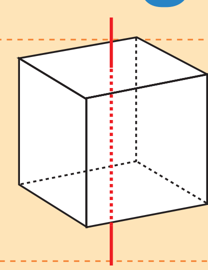
28 EL PLANO DE SIMETRÍA

El plano de simetría de un cubo lo divide en dos de forma que entre lo que queda del cubo y su imagen especular, podemos reconstruir el cubo. ¿Hay planos de simetría que no sean paralelos a las caras? ¿Cuántos de cada tipo?



29 – 30 EL EJE DE ROTACIÓN

El eje de rotación es una recta que atraviesa el poliedro. Además, si giramos el cuerpo alrededor del eje, el poliedro vuelve a coincidir consigo mismo antes de dar una vuelta completa. El orden de rotación de un eje es el número de veces que coincide el cuerpo consigo mismo antes de dar una vuelta completa. Investiga qué tipos de ejes de rotación hay en el cubo y cuántos de cada clase.



31 SIMETRÍAS

Podemos utilizar el omnipoliedro para encontrar los elementos de simetría de los otros cuatro sólidos platónicos:

COORDINA: FLOREAL GRACIA. INSTITUTO POLITÉCNICO. PARQUE DEL OESTE, 1. CASTELLÓN. TELÉF. 964 25 62 00

SELECCIÓN DE PROBLEMAS: JOSÉ ANTONIO MORA. SOCIETAT D´EDUCACIÓ MATEMÀTICA "AL-KHWARIZMI"

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"

FEBRERO 2003

LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DOMINGO

1 – 2 LA MOSCA Y LOS CICLISTAS

Dos ciclistas que están a 50 kilómetros de distancia entre sí quieren reunirse. Salen al mismo tiempo, cada uno de su ciudad, a una velocidad de 25 km/h. En el momento de la salida una mosca que está en el manillar de una de las bicis empieza a volar, a 42 km/h, hacia el otro ciclista. Cuando llega al otro manillar da la vuelta y va de regreso al primero; así hasta que los dos ciclistas se encuentran. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido la mosca en este vaivén?

3 PERIÓDICOS

En una población, por lo menos el 70 % lee un periódico de noticias, el 75 % uno de deportes, por lo menos el 80 % lee uno cultural y el 85 % uno de sucesos. ¿Cuántos, por lo menos, leen los cuatro periódicos?

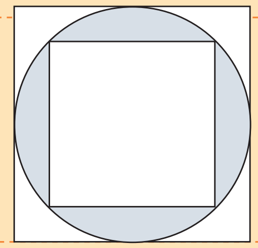
4 EL PASEANTE I

Un hombre de 1,80 m de estatura camina sobre el ecuador y da la vuelta a la Tierra. ¿Qué longitud ha recorrido más su cabeza que sus pies? ¿Y si lo hace sobre el ecuador de la Luna?

5 PASEANTE II

¿Que pasaría si la Tierra fuese un cubo y el paseante diera la vuelta alrededor de un cuadrado en lugar de un círculo?

6 – 7 LOS DOS CUADRADOS



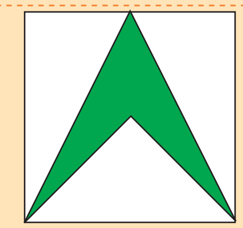
A una circunferencia pueden inscribirse y circunscribirse cuadrados como muestra la figura adjunta. Sabiendo que el área del cuadrado inscrito es de cuatro unidades de superficie, ¿qué área tiene el cuadrado mayor? ¿Y la del círculo?

8 ESTADÍSTICA

Si quieres demostrar algo absurdo toma un montón de datos, tortúralos hasta que digan lo que quieres demostrar, y a la confesión así obtenida llámale "estadística". (Darrel Huff)

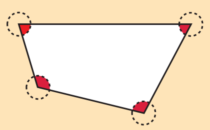
9 ZONA SOMBREADA

¿Cuál es el área de la zona sombreada de la figura?



10 4 CÍRCULOS IGUALES

Tenemos cuatro círculos iguales de radio 1. Uniendo los centros obtenemos un cuadrilátero irregular. ¿Cuánto mide el área sombreada en rojo?



11 PÉRDIDAS Y GANANCIAS

Un tratante de arte vendió dos cuadros por 990 € cada uno. Con uno sacó un beneficio del 10 % y con el otro sufrió una pérdida del 10 %. "Eso significa que me he quedado igual que estaba", se dijo. ¿Es esto cierto?

12 POSTE ROTO

Un rayo parte un poste de 32 palmos de altura. El trozo roto queda apoyado en el suelo formando un triángulo de 16 palmos de base. ¿A qué altura se partió el poste?

13 CALCETINES Y GUANTES

En una misma caja hay 10 pares de calcetines de color marrón y 10 pares negros, y en otra caja hay 10 pares de guantes de color marrón y otros tantos pares negros. ¿Cuántos calcetines y guantes son necesarios sacar de cada caja, para conseguir un par de calcetines y un par de guantes de un mismo color?

14 ¿EN QUÉ AÑO NACIÓ?

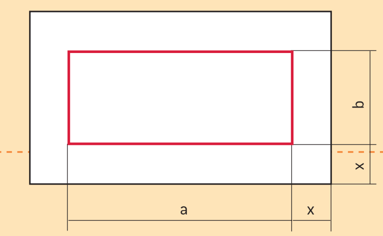
En 1990 su edad era igual a la suma de las cifras del año de su nacimiento.

15 PISCINA

Para llenar de agua una piscina hay tres surtidores. El primer surtidor tarda 30 horas en llenarla, el segundo 40 horas y el tercero cinco días. Si los tres surtidores se conectan juntos, ¿cuánto tiempo tardará la piscina en llenarse?

16 – 23 SEMEJANZA DE RECTÁNGULOS

Si el ancho de un marco es igual en sus dos direcciones, horizontal y vertical, como sucede casi siempre, el rectángulo constituido por el cuadro completo y el rectángulo de la tela pintada ¿serán semejantes?



17 – 18 COLECCIONISTA DE MONEDAS

Un coleccionista quiere limpiar 1 000 monedas de plata, para lo cual compra en la droguería un líquido. La cantidad necesaria para limpiar 1 000 monedas le cuesta 250 monedas. Si compra el líquido necesario para limpiar las restantes monedas sin que le sobre líquido, ¿cuántas monedas tiene que pagar?

19 PRODUCTO TOTAL

Si

$A \times B = 24$; $C \times D = 32$;

$B \times D = 48$ y $B \times C = 24$,

¿cuánto vale $A \times B \times C \times D$?

20 ICOSAHEDRON

21 QUINTA POTENCIA

Halla el número n sabiendo que n^5 es un número de 7 cifras acabado en 7.

22 MÚLTIPLOS

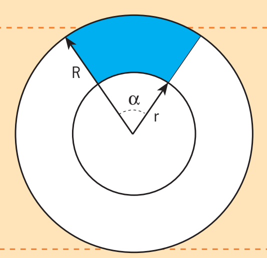
¿Cuántos múltiplos de 4 hay entre 1 000 y 2 000, ambos inclusive? ¿Y múltiplos de 7?

24 PARTIDAS DE AJEDREZ

Dos ajedrecistas de igual maestría juegan al ajedrez. ¿Qué es más probable: ganar dos de cuatro partidas o tres de seis? (Los empates no se toman en consideración.)

25 REGIÓN DEL CÍRCULO

Deduce la fórmula del área de la figura sombreada.

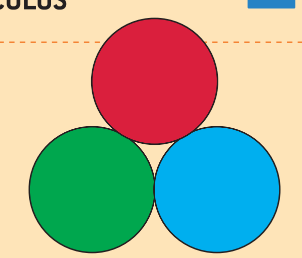


26 CURIOSA PARTIDA

Tres jugadores convienen en que el que pierda una partida doblará el dinero que en ese momento tengan los otros dos. Después de haber perdido todos ellos una partida, cada jugador se retira con 200 €. ¿Cuánto dinero tenían al principio del juego?

27 – 28 TRES CÍRCULOS

Dados tres círculos iguales de radio unidad, tangentes dos a dos, calcula el área no coloreada que encierran.



COORDINA: FLOREAL GRACIA. INSTITUTO POLITÉCNICO. PARQUE DEL OESTE, 1. CASTELLÓN. TEL.: 964 25 62 00

SELECCIÓN DE PROBLEMAS: JOSÉ ANTONIO MORA. SEMCV

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"

MARZO 2003

LUNES · MARTES · MIÉRCOLES · JUEVES · VIERNES · SÁBADO · DOMINGO

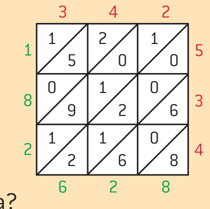
1 MULTIPLICACIÓN I

342 x 534 = ??

¿Qué algoritmo conoces para realizar esta operación? ¿Podrías explicar cada paso? ¿Conoces alguna otra forma de resolverla?

2 MULTIPLICACIÓN II

La multiplicación en el siglo XV:



¿Cómo está hecha?

3 4 SUMA Y RESTA

Las letras de cada operación tienen un valor del 0 al 9. Halla el valor de cada letra y explica el procedimiento utilizado.

TIME	NINE
+ TIME	– FOUR
MONEY	FIVE

5 ZOO

Resuelve la siguiente operación, sabiendo que cada letra identifica a una única cifra:

$(ZOO)^2 = TOPAZ$

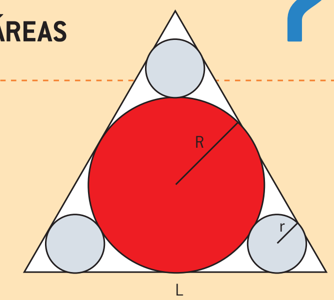
6 7 RELACIÓN DE ÁREAS

Conocido el valor de L, calcula:

a) El radio R y r.

b) El área de cada círculo.

c) La relación entre el área sombreada respecto del área total.

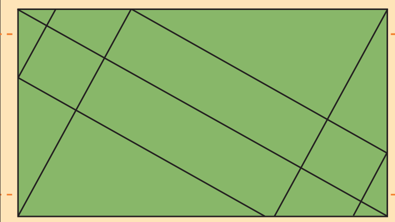


8 ZOOLÓGICO

En un zoológico, el conejo come en un año la misma cantidad de alimento que el elefante en dos días, y lo que come el elefante en un día coincide con lo que toma la cebra en 5. Si entre los 3 comen 55 kg diarios, ¿cuántos kilogramos de comida necesita cada uno al día?

9 16 FIGURAS COMPLEJAS

¿Cuántos triángulos, cuadrados, pentágonos, hexágonos, ... existen? Clasifícalos.



10 TRIÁNGULO ISÓSCELES

Traza un triángulo isósceles ARS en S con AR 3,5 cm y AS 5,8 cm.

a) Halla su perímetro y su área.

b) Traza las bisectrices.

c) Encuentra su ortocentro.

Indica todos los pasos y cálculos necesarios para su construcción.

11 DIAGONAL

Mide las dimensiones de tu clase y calcula:

a) La longitud de la diagonal.

b) El volumen total.

c) La suma del área de todas las ventanas.

¿Cuántos estudiantes hay en tu clase?

12 RATIOS

Calcula las ratios:

a) M^3 de aire por estudiante.

b) M^2 de ventana por alumno/a.

c) M^2 de suelo por estudiante.

¿Crees que estos valores son normales?

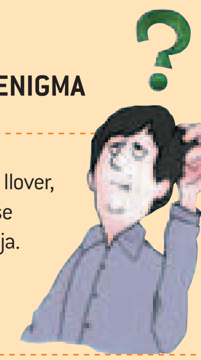
¿Sabes la ratio de m^2 de patio por estudiante en tu centro?

13 FIESTA

En una fiesta han participado 4 000 personas. El $56,\overparen{56}$ % de los mayores de edad no fuman; el $56,\overparen{756}$ % de los mayores de edad no beben. ¿Cuántos menores de edad hay en la fiesta?

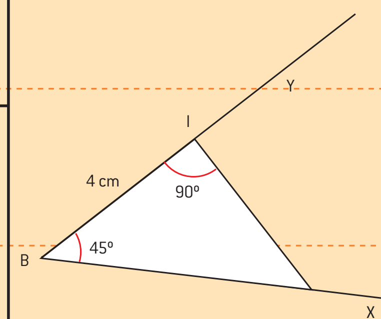
14 ENIGMA

Siete amigos van juntos, empieza a llover, seis se van, uno se queda y no se moja.



15 22 CONSTRUCCIÓN

Explica cómo realizarías la construcción de la figura teniendo como datos la semirrecta x y el segmento $\overline{Bl}$ de 4 cm sobre la semirrecta y.



17 PELOTAS DE TENIS

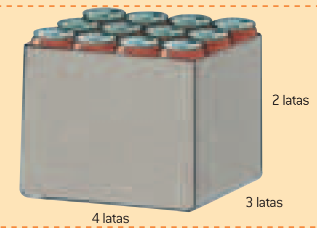
¿Cuál es el volumen del espacio que queda libre en una lata que contiene 3 pelotas de tenis?

18 19 24 LATAS DE REFRESCO

En una caja se almacenan 24 latas de 33 cl de un refresco.

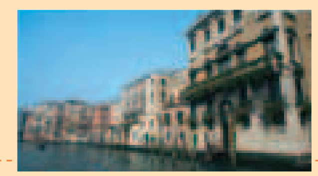
a) ¿Cuáles son las dimensiones de la caja? ¿Cuánto cartón se necesita para construirla?

b) ¿Cuánto espacio libre quedará entre las latas?



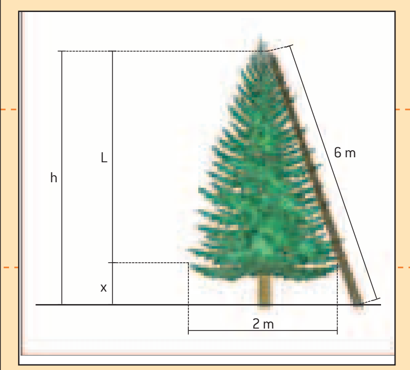
20 MIGUEL GILA

"Venecia es un país de agua en el que el terreno lo venden por litros cuadrados".



21 28 ESCALERA

¿Cuál es la altura máxima que puede tener el pino para que la escalera llegue a su cúspide, sabiendo que L > x?

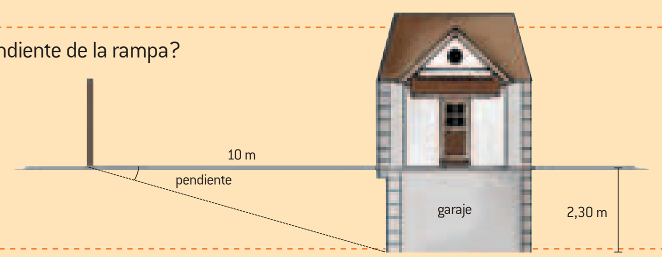


23 TELÉFONO

El timbre del teléfono ha sonado 3 veces. Desde el inicio del primer timbre hasta que ha dejado de sonar han transcurrido 14 segundos. Más tarde, lo han dejado sonar 5 veces, y el tiempo transcurrido ha sido de 24 segundos. ¿Cuánto dura una pausa entre dos timbres consecutivos?

24 25 31 PENDIENTE

¿Cuál es la pendiente de la rampa?



26 DEFINICIONES

Número perfecto: número que es igual a la suma de los divisores del número menores que él.

Número abundante: número que es mayor que la suma de los divisores del número menores que él.

27 MÁS DEFINICIONES

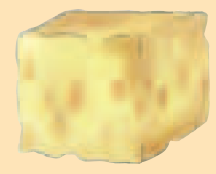
Números amigos: la suma de los divisores de uno es igual al otro.

Números con forma: triangulares, cuadrados, pentagonales...

¿Podrías dar ejemplos de cada tipo de número?

29 30 QUESO GRUYER

Un trozo de queso gruyer de 12 cm x 10 cm x 8 cm pesa 835 g. Si la densidad aproximada del queso es de 1,06 g/cm³, ¿cuál es el volumen de los agujeros?



COORDINA: FLOREAL GRACIA. INSTITUTO POLITÉCNICO. PARQUE DEL OESTE, 1. CASTELLÓN. TEL.: 964 25 62 00

SELECCIÓN DE PROBLEMAS: FLOREAL GRACIA. E-MAIL: fgracia@mat.uji.es

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"
SEMCV "AL-KHWARIZMI"

sm

ABRIL 2003

LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES | SÁBADO | DOMINGO

El libro de la naturaleza está escrito en el lenguaje matemático.

GALILEO

1 PAREJA DE CONEJOS

Una pareja de conejos recién nacidos es aislada en una granja para su reproducción. Teniendo en cuenta que empiezan a procrear a los dos meses de vida y a un ritmo de una pareja de descendientes cada mes, determina la población que generan en los meses posteriores.

Liber Abaci Fibonacci (1202)

2 SUCESIÓN DE FIBONACCI

La sucesión 1, 1, 2, 3, 5, ... viene dada de forma recurrente por: $x_1 = 1 = x_2$, $x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$

Demuestra que la sucesión:

$$y_n = \frac{x_{n+1}}{x_n}$$

tiene como límite el número áureo Φ.

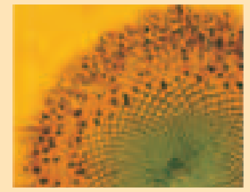
3 FIDIAS

El número Φ (phi) debe su nombre al escultor griego Fidias, que lo usaba frecuentemente en las proporciones de sus esculturas al ser particularmente agradable a la contemplación.

4 PIÑA

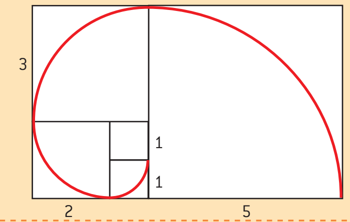
Presenta dos tipos de espirales, con 8 y 13 miembros. ¿Te suenan estos números?

5 GIRASOL



Con 55 y 89 espirales. De nuevo Fibonacci.

6 CARACOLA I



7 HIPASO DE METAPONTE

El descubrimiento de los inconmensurables (o números irracionales) por Hipaso de Metaponte supuso un importante revés a la escuela pitagórica.

¿Sabrías demostrar que $\sqrt{5}$ es un número irracional?

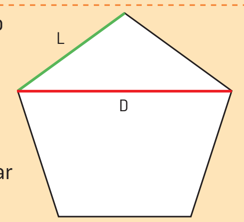
8 CURIOSO I

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Fíjate en los números Φ^{-1}, Φ, Φ^2. Hállalos con tu calculadora. ¿Qué observas? Intenta demostrar esa propiedad de forma algebraica.

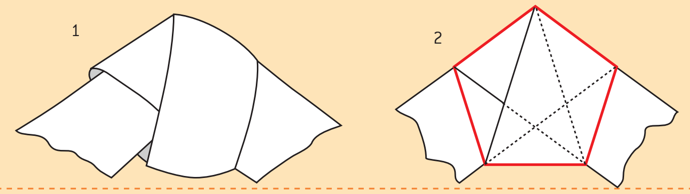
9 PENTÁGONO REGULAR

En un pentágono regular el lado y la diagonal guardan una curiosa relación. Intenta demostrar cuál es.



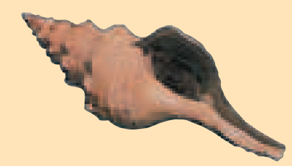
10 NUDO 11

Con una tira de papel es muy fácil construir un pentágono regular. Solo tienes que hacer un nudo...



12 NAUTILUS

13 CARACOLA II



14 CUERPO HUMANO

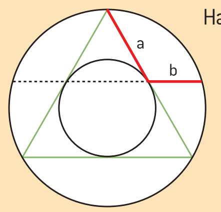
Para los artistas del Renacimiento, el cuerpo humano perfecto era el que poseía la proporción áurea entre la altura y la del ombligo.

Compruébalo, aunque "nadie es perfecto".

15 CURIOSO II

Halla los primeros términos de la sucesión $a_n = \Phi^n$ y comprueba qué relación existe con la sucesión de Fibonacci.

16 CIRCUNFERENCIAS

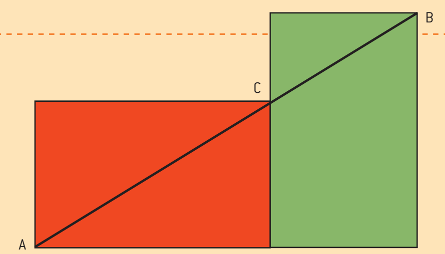


Halla la relación que existe entre **a** y **b**.

17 RECTÁNGULO ÁUREO

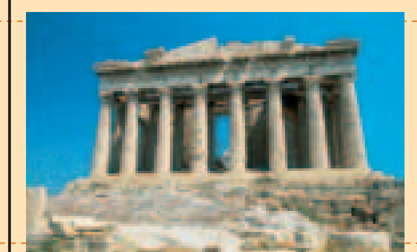
Un rectángulo áureo es aquel que verifica que la razón entre sus lados es el número áureo. Intenta construirlo, con regla y compás, a partir de un segmento cualquiera.

18 DIAGONAL 19



Una importante propiedad de los rectángulos áureos es que al colocar dos iguales como indica la figura, la diagonal AB pasa por el vértice C. ¿Te atreves a demostrarlo?

20 PARTENÓN



21 SOLDADOS

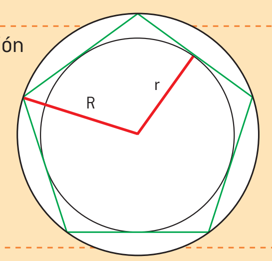
Coloca diez soldados en cinco filas de cuatro soldados cada una.

22 CURIOSO III

Si colocamos los planetas en fila, cada uno divide la distancia entre los dos planetas vecinos en dos, y solo la Tierra lo hace cumpliendo la regla dada por el número de oro. ¿Será por eso que solo hay vida en nuestro planeta?

23 RELACIÓN DE RADIOS

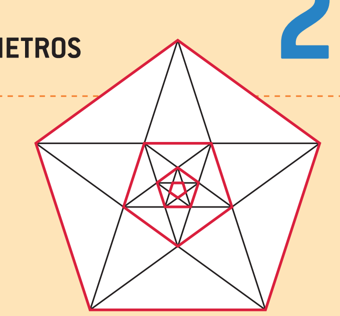
Halla la relación entre r y R.



24 PERÍMETROS 25

Tomando como unidad el perímetro del pentágono grande, halla el perímetro de los sucesivos pentágonos.

Muestra su relación con los números de Fibonacci.



26 LÍMITE I

Comprueba que:

$$\lim \left[1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots}}}\right] = \Phi$$

27 LÍMITE II

Haz lo mismo con:

$$\lim 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}} = \Phi$$

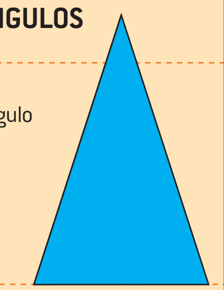
28 TRIÁNGULO ÁUREO

El triángulo isósceles cuyo lado desigual es sección áurea de los dos lados mayores iguales se denomina triángulo áureo.

¿Cuántos encuentras en el pentagrama pitagórico?

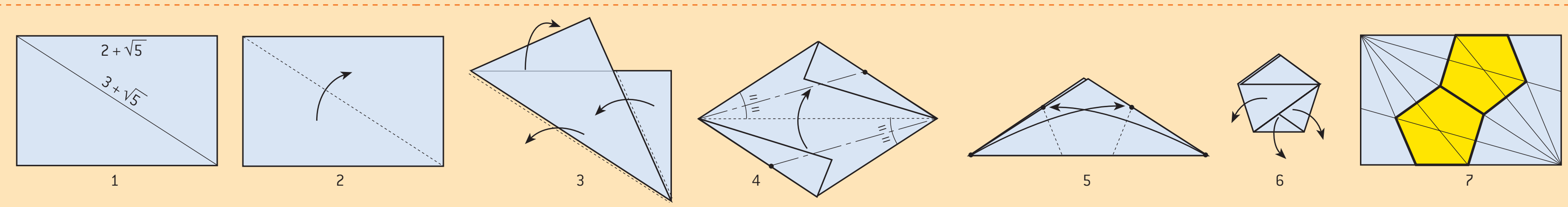
29 ÁNGULOS

¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo áureo?



30 ABE HISASHI

Con 12 pentágonos como este puedes construir un dodecaedro.



MAYO 2003

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO

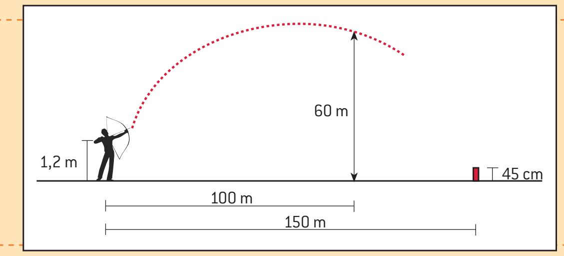
1 CIFRAS SECRETAS

Un comerciante quiere expresar los precios en clave, para que nadie, exceptuando sus dependientes, sepa el valor de los productos que vende. Para ello utiliza un código, y así, el número 82 345 lo representa:

¿Qué código utilizará para 160?

2 3 EL ARQUERO

Un arquero quiere probar puntería con una moneda de 1 € colocada a una altura de 45 cm según el siguiente dibujo. La flecha sigue una trayectoria parabólica. ¿Consigue acertar?



4 EMMY NOETHER (1882-1935)

5 CUADRADO MÁGICO

Coloca los nueve primeros números, del 1 al 9, para que las sumas de este cuadrado mágico sean igual a 15.

	1	

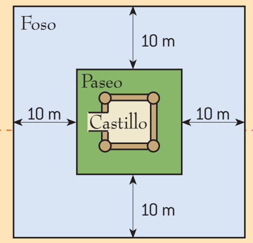
6 EL PRIMERO EN CONTAR 100

Un juego para dos personas sigue el siguiente proceso: el primer jugador dice un número de 1 a 10.

Después cada jugador, en su turno, suma a la cantidad anterior un número, siempre de 1 a 10. El primero que llegue a 100 obtiene la victoria. ¿Cómo se logra ganar?

7 14 EL CASTILLO

Entre Pinto y Marmolejo existía un castillo rodeado por un paseo de 10 m de ancho. Una noche de tormenta el puente levadizo quedó roto, y Lisandro, un apuesto príncipe, se quedaba sin ver a su amada Rosalinda. Desesperado, vio dos tablones de 9,5 m cada uno. ¿Pudo por fin entrar al castillo a ver a su amada, si no tenía nada para unir los tablones?



8 BASES NO DECIMALES

El número 1 534 de nuestro sistema decimal (base 10) tiene esos dígitos porque **$1\,534 = 1 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4$**

de la misma forma 302 en base 5 es

$3 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5 + 2 = 77$ en base decimal.

En general 2 195 en base k es

$2 \cdot k^3 + 1 \cdot k^2 + 9 \cdot k + 5$ en base 10.

9 ¿CUÁL ES LA BASE?

El número x en base K es 29 y el número x^2 en la misma base es 769. Halla el valor de la base k en notación decimal.

10 NÚMERO MISTERIOSO

Un número N escrito en base *b* tiene dos cifras PQ. Sabiendo que P = b – 2 y Q = 1, ¿cuál es el número N escrito en base b – 1?

11 UN PASEO POR LA CIUDAD

Un señor pasea por una calle, anda 370 m en dirección norte, a continuación recorre 375 m en dirección sur, después camina otra vez 100 m hacia el norte y por último vuelve en dirección sur 250 m. Cuando termina el paseo, ¿a cuántos metros está del punto de partida y en qué dirección?

12 LOS VASOS

Un vaso contiene limonada, y otro, agua. Se vierte una cucharada de limonada del 1.º en el 2.º, y después de mezclarse bien, se vierte una cucharada igual del 2.º vaso al 1.º Se desea saber si la cantidad de limonada transportada finalmente del primer vaso al segundo es mayor o menor que la cantidad de agua pasada del segundo al primero.

13 TRIÁNGULO DIVIDIDO

Prueba que un triángulo que es dividido en dos partes, de igual área y perímetro, por una recta que pasa por el punto medio de uno de los lados, es necesariamente isósceles.

15 EL NÚMERO

A B C D E F G H

- Entre las ocho cifras hay un 0.
- **B** y **D** son iguales.
- **E** y **H** son iguales.
- La suma de **A** más **B** es 6.
- La suma de **D** más **E** es 5.
- La suma de las 8 cifras es igual a 30.

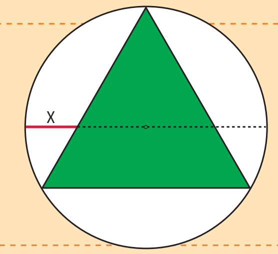
16 ¡QUÉ PRIMOS!

Si p y q son dos números primos que verifican que $3 < p < q$, calcula sus valores sabiendo que:

$$\frac{32}{p} + \frac{32}{q} = \frac{32}{p} \times \frac{32}{q}$$

17 18 TRIÁNGULO INSCRITO

Calcula la longitud *x* en la siguiente figura sabiendo que el triángulo inscrito en la circunferencia es equilátero de lado 12.



19 1 089

Escribe un número de tres cifras con la primera y última cifra diferentes. Invierte el orden de las cifras, y resta el menor del mayor. Suma a este número el resultado de invertir sus cifras. Se obtiene siempre el mismo número, 1 089. ¿Por qué?

20 ¡CUÁNTOS DIVISORES!

El número de divisores de un número se puede obtener a partir de los exponentes de sus factores primos, sumando uno a cada uno de los exponentes y multiplicándolos. ¿Cuántos valores posibles de k, entero positivo, existen de forma que 1984 · k tenga exactamente 21 divisores?

21 LA VISTA ENGAÑA

Para obtener el máximo valor con tres nueves hay que colocarlos así.

$$9^{9^9}$$

Alcanza el número más alto sin emplear ningún signo , con:

a) Tres doses. b) Tres treses.
c) Tres cuatros. d) Tres unos.

22 MADAME DU CHÂTELET (1706-1749)

23 LA TRISECCIÓN DE UN ÁNGULO

¿Se podría dividir un ángulo en tres partes iguales con regla y compás? ¿Y aproximadamente?

24 FAMILIA NUMEROSA

Cierta familia está formada por: un abuelo, una abuela, un suegro, una suegra, un yerno, tres hijas, cuatro hijos, dos padres, dos madres, tres nietos, dos nietas, cuatro hermanos, tres hermanas, dos cuñados, dos maridos, dos esposas, un tío, tres sobrinos y dos sobrinas. ¿En total 40 personas? No, solamente son 10.

25 CANCIÓN INFANTIL

Según iba a Santa Inés,
encontré a un hombre con siete esposas,
cada esposa tenía siete sacos,
cada saco tenía siete gatos,
cada gato tenía siete gatitos,
gatitos, gatos, sacos y esposas.
¿Cuántos iban a Santa Inés?

26 27 LA EDAD

Un abuelo aficionado a las matemáticas le dijo un día a su nieto: "La edad que hoy cumplo es igual a la suma de las edades de mis hijos Pepe y Francisco más la de mi nieta Gala. Mi querida Gala tiene tantos años como la cuarta parte de la edad de Francisco y dentro de dos años su edad será igual a la cuarta parte de la edad de Pepe. Sin dejar de recordar que hace dos años la edad de mi nietecita era igual a la diferencia de edades entre Pepe y Francisco, dime, Antonio, ¿cuántos años cumplo? ".

28 29 EL ALTAR

Una epidemia recorrió Grecia, las autoridades enviaron una delegación al templo del dios Apolo para preguntar a sus sacerdotes cómo curarse, a lo que el oráculo contestó que era necesario duplicar el altar cúbico dedicado a Apolo. Los atenienses duplicaron diligentemente las dimensiones del altar, pero esto no sirvió de nada. ¿Sabes qué ocurrió para que la epidemia no cesara?

30 COCIENTES PITAGÓRICOS

Si $\dfrac{b}{a} = 2$ y $\dfrac{c}{b} = 3$,

¿qué vale $\dfrac{a+b}{b+c}$?

31 FORMAR 100

Agrupa la sucesión de las nueve cifras significativas mediante los signos de sumar o restar, de modo que el resultado sea 100.

CALENDARIO MATEMÁTICO
DE LA SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "AL-KHWARIZMI"
SEMCV "AL-KHWARIZMI"
sm

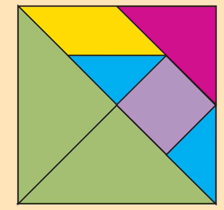
JUNIO 2003

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO

TANGRAMS

Utilizando cartulina y material de dibujo, construye cada uno de los tangrams que se presentan.
Describe los pasos que sigues en la construcción de cada uno.
¿Conoces algún programa de dibujo o geometría? ¿Qué pasos seguirías para construir los anteriores tangrams con tu ordenador?

1 TANGRAM CHINO

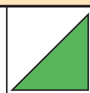
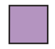


2 MEDIDAS I

Considerando como unidades el lado y el área de la pieza cuadrada del tangram chino, encuentra el perímetro de cada pieza y su área.

3 RELACIÓN ENTRE PIEZAS 4

Tomando en cada fila como unidad de superficie una de las figuras, escribe en la misma fila el área de las demás piezas hasta completar la siguiente tabla:

					Superficie total (7 piezas)
1 u²			2 u²		
	1 u²				
		1 u²			
			1 u²		
				1 u²	

5 POLÍGONOS CONVEXOS

Con las siete piezas del tangram chino solo se pueden formar trece polígonos convexos. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación?

a) Encuentra todos los polígonos convexos que existan, construidos con todas las piezas del tangram, y clasifícalos.
b) Calcula el perímetro de cada uno de los polígonos convexos.

6 LOS NÚMEROS DEL TANGRAM 7

Completa esta tabla con las medidas de las piezas del tangram, expresadas en forma de fracción, decimal y porcentaje.

Pieza	Fracción	Decimal o tanto por 1	Tanto por 10	Tanto por 100

8 SIMETRÍAS

Encuentra los ejes de simetría y el centro de simetría (si lo tiene) de cada una de las piezas del tangram chino.
Repite la experiencia con las piezas del resto de los tangrams.

9 VIAJANDO POR EL TANGRAM 10 11

Con la pieza más pequeña del tangram chino y mediante movimientos de traslación, giros y simetrías o una composición de ellos, recorre todo el tangram. ¡ATENCIÓN!, has de respetar las siguientes reglas:

1.ª No puedes pasar dos veces por el mismo lugar.
2.ª No puedes situar la pieza en dos piezas del tangram a la vez.
3.ª No puedes cambiar de pieza hasta que no la hayas cubierto toda.

Intenta hacerlo con el menor número de movimientos simples posibles. Anota en una tabla cada movimiento que hagas, indicando el tipo de movimiento y sus elementos (vector de traslación, ángulo de giro, centro de giro, eje de simetría ...) y marca sobre la figura el camino recorrido por la pieza elegida.

12 TRIÁNGULOS 13

Forma triángulos con las piezas del tangram chino. Utiliza primero una pieza, luego 2, 3... hasta llegar a utilizar las siete.

a) ¿Cuántos triángulos puedes formar en cada caso? ¿Estás seguro de que no existen más?
b) Clasifica los triángulos que encontraste en función:
 • De sus ángulos.
 • De sus lados.
c) ¿Cuál es el triángulo de mayor perímetro? ¿Y el de mayor área?

14 CUADRADOS I

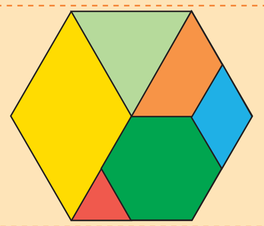
Forma cuadrados con las piezas del tangram chino. Utiliza primero una pieza, luego 2, 3... hasta llegar a utilizar las siete. ¿Cuántos cuadrados puedes formar en cada caso? ¿Estás seguro de que no existen más?

15 RECTÁNGULOS

Forma rectángulos con las piezas del tangram chino. Utiliza diferente número de piezas hasta llegar a utilizar las siete.

a) ¿Cuántos rectángulos puedes formar en cada caso?
b) ¿Cuál es el de mayor perímetro? ¿Y el de mayor área?
c) Investiga lo que sucederá con otros cuadriláteros.

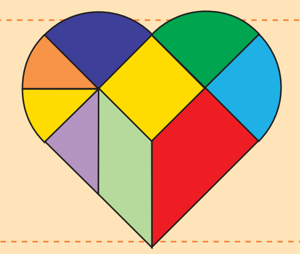
16 HEXAGRAM



17 MEDIDAS II

Considerando como unidad de medida el lado del hexagram, calcula las dimensiones y el perímetro de cada una de sus piezas.

18 CORAZÓN

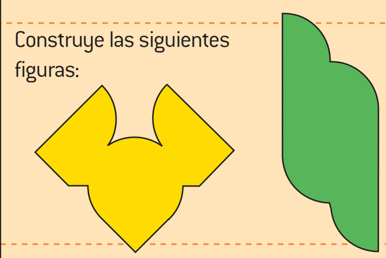


19 DESCRIPCIÓN

Mira las nueve piezas del tangram Corazón.
¿En qué se parecen y en qué se diferencian?
¿Podrías describir cada una de las piezas?
Trata de recordar la posición de cada una.
Recorta las piezas.
Ahora vuelve a formar el corazón.
¿Cuánto tardas en hacerlo?

20 CONSTRUCCIÓN

Construye las siguientes figuras:



21 SEMEJANZA

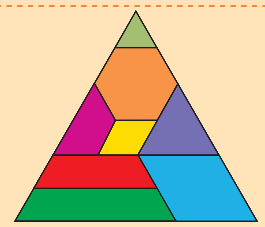
Utilizando algunas piezas del tangram chino, construye figuras semejantes. Dibújalas en papel cuadriculado y anota la relación entre sus lados y sus áreas.
Encuentra su razón de semejanza en cada caso.

22 CUADRADOS II 29

Forma cuadrados utilizando solo las fichas triangulares pequeñas (puedes utilizar tantas como necesites). ¿Cuántos triángulos necesitas para formar el cuadrado más pequeño? ¿Y el siguiente? Si tomamos como unidad de longitud el cateto de uno de los triángulos utilizados, ¿cuál es el área de cada cuadrado? Completa el siguiente cuadro:

Construcción	Lado (1 unid)	Nº de triáng.	Área (1 unid²)
	1	2	1
	2		
⋮			
	n		

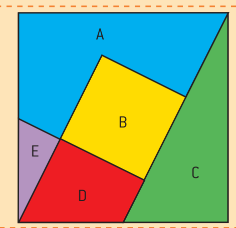
23 TANGRAM TRIANGULAR 30



24 MEDIDAS III

Considerando como unidad de medida el lado del tangram triangular, encuentra las dimensiones y el perímetro de cada pieza.

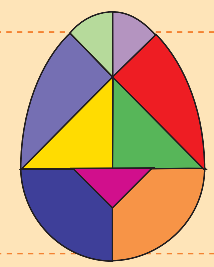
25 EL TANGRAM CUADRADO



26 FRACCIÓN

¿Qué fracción, respecto del tangram cuadrado, le corresponde a cada pieza?
Si la pieza **E** midiese 2, 3, etc., unidades de superficie, ¿qué fracción representaría de cada una de las piezas? ¿Y respecto del tangram completo?

27 EL HUEVO DE TANGRAM



28 PÁJAROS

Mira estos diseños de pájaros, y luego trata de hacerlos de memoria utilizando tus piezas.

Haz tus propios diseños de pájaros.

COORDINA: FLOREAL GRACIA. INSTITUTO POLITÉCNICO. PARQUE DEL OESTE, 1. CASTELLÓN. TEL.: 964 25 62 00
SELECCIÓN DE PROBLEMAS: FLOREAL GRACIA. E-MAIL: fgracia@mat.uji.es