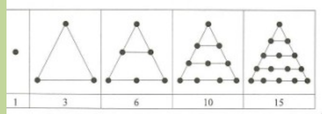
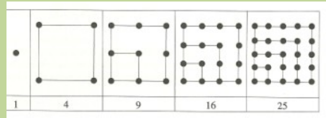
NOVIEMBRE 2013-2014

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO

1





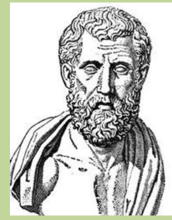
2

A la izquierda, arriba, se muestran los primeros números triangulares: T_n = 1; 3; 6; 10; 15; …. Y a la izquierda, abajo, se muestran los primeros números cuadrados: C_n = 1; 4; 9; 16; 25; …

Escribe las expresiones de T_n y C_n en función de n

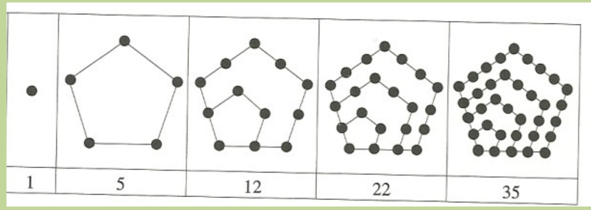
3

Demuestra el teorema de Teón de Esmirna:



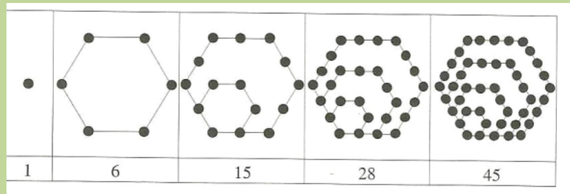
$$C_n = T_n + T_{n-1}$$

4 5



Sea P_n el número pentagonal que está situado en el lugar n. Hallar la expresión de P_n en función de n

6 7



Sea H_n el número hexagonal que está situado en el lugar n. Hallar la expresión de H_n en función de n

8

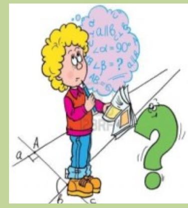
Probar que:

$$H_n = P_n + T_{n-1}$$

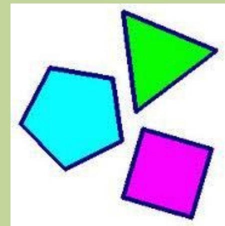
9

Probar que:

$$3 \cdot P_n = T_{3n-1}$$



10



Probar que:

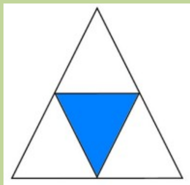
$$P_n = C_n + T_{n-1}$$

11

Probar que:

$$H_n = T_{2n-1}$$

12

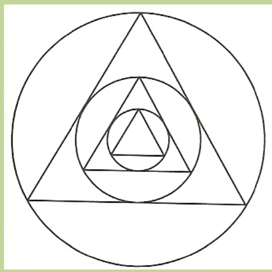


Probar que:

$$T_{2n} = 3 \cdot T_n + T_{n-1}$$

$$T_{2n+1} = 3 \cdot T_n + T_{n+1}$$

13 14



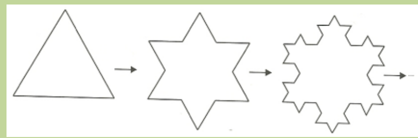
En un círculo de radio 1, se inscribe un triángulo equilátero. En este, de nuevo, se inscribe un círculo y en él se inscribe un triángulo equilátero. El proceso se repite indefinidamente. Hallar:

A) La suma de las áreas de los primeros n círculos.

B) La suma de las longitudes de las primeras n circunferencias.

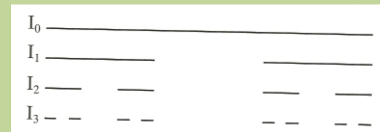
C) El límite de dichas sumas

15 16



A partir de un triángulo equilátero se puede generar un **copo de nieve**: Se divide cada lado en tres partes iguales. El tercio central se sustituye por dos lados de un triángulo equilátero. El proceso se continúa. Hallar los perímetros de las distintas figuras que se van obteniendo y su término general. ¿Cuál es su límite?

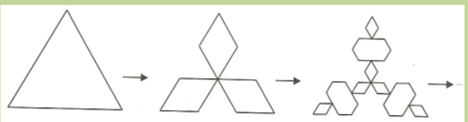
17



Consideremos [0; 1]. Se retira de este intervalo el tercio central, obteniendo el conjunto:

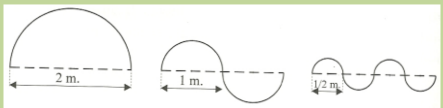
$$I_1 = \left[0, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, 1\right]$$

18 19



Construye una figura como la del copo de nieve pero con el triángulo que vas añadiendo situado hacia dentro. La figura que se obtiene se llama **anticopo de nieve**. Hallar los perímetros de las distintas figuras que se van obteniendo y su término general. ¿Cuál es su límite?

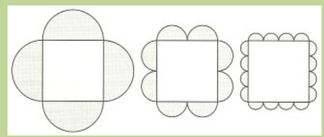
20 21



Consideremos una semicircunferencia de diámetro 2. Su longitud es π. Construimos dos semicircunferencias de diámetro 1, como indica la figura. La longitud es π. Si construimos ahora cuatro semicircunferencias de diámetro ½ la longitud sigue siendo π. Como todos los trayectos tienen longitud π y los trayectos se acercan al diámetro original deducimos que $\pi = 2$

22 23

Las construcciones de abajo están generadas a partir de un cuadrado de lado 1. Halla los términos y el término general de la sucesión de los perímetros de las semicircunferencias y de las áreas de los semicírculos. ¿Cuál es el límite de cada una de ellas?



24

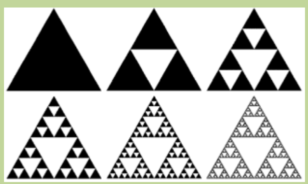
Procedemos de la misma manera con los dos intervalos y obtenemos

$$I_2 = \left[0, \frac{1}{3^2}\right] \cup \left[\frac{2}{3^2}, \frac{3}{3^2}\right] \cup \left[\frac{6}{3^2}, \frac{7}{3^2}\right] \cup \left[\frac{8}{3^2}, \frac{9}{3^2}\right]$$

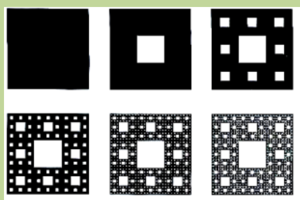
Eliminando el tercio central de cada intervalo se obtiene I_3 y así sucesivamente. El conjunto límite de ellos se denomina el **conjunto de Cantor.** Determina la suma de las longitudes de todos los intervalos que han sido eliminados

25 26

Dado un triángulo equilátero T_0 de área A_0. Se unen los puntos medios de los lados de T_0 y se elimina el triángulo central y consideramos T_1 el conjunto de tres triángulos que quedan de área A_1. Aplicamos la regla a cada uno de los tres triángulos de T_1 y así conseguimos T_2 de área A_2 y así sucesivamente. El límite del proceso es el denominado **triángulo de Sierpinski**. Halla la suma de áreas de los triángulos eliminados

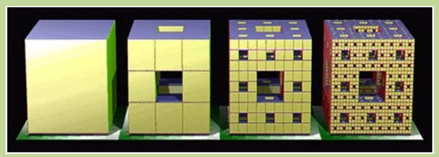


27 28



Partimos de un cuadrado de lado 1: C_0. Lo dividimos en nueve cuadrados iguales y se elimina el central. Así se consigue el C_1. En cada uno de ocho cuadrados que forman C_1 se repite el proceso y se continúa así indefinidamente. El conjunto formado se llama **tapete de Sierpinski**. Determina la suma de las áreas de todos los cuadrados eliminados.

29 30



Consideremos un cubo de volumen V_0. Se divide en 27 cubos iguales y se retiran los siete cubos centrales. Así se consigue un cuerpo de volumen V_1. En cada uno de los 20 cubos que quedan se repite el proceso u así sucesivamente. El conjunto que resulta se llama la **esponja de Menger**. Determinar la suma de los volúmenes de todos los cubos que hemos quitado

NOVIEMBRE 2013

Autor: Mauricio Contreras del Rincón (I.E.S. Benicalap. SEMCV "Al-Khwarizmi")