MARZO 2018-2019

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO

MARZO 2019

1

Si x e y son números reales, hallar el mínimo valor de la expresión:

$$\sqrt{x^2+4}+\sqrt{(x-7)^2+(y-2)^2}+\sqrt{9+(y+1)^2}$$

2

Resolver en $\mathbb{R}$: $x^5-2x^4-3x^3-2x^2+2x+12=0$

3

Hallar los enteros positivos n, k y p tales que:

$$\left.\begin{aligned} n^2 &= 2k+1 \\ n^3 &= 3p+2 \end{aligned}\right\}$$

4

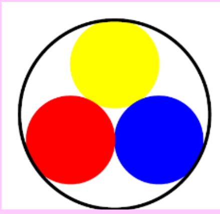
Consideremos

N =12345678…210720182019

Hallar el resto de dividir N entre 40

5

Se tienen tres círculos iguales de radio r tangentes exteriores dos a dos. Calcular el radio del círculo que los circunscribe



6

Hallar los enteros positivos que cumplen:

$$x^2+y^2+z^2=2xyz$$

7

Demostrar que si m y n no son múltiplos de tres entonces n^4+m^4 no es múltiplo de seis

8

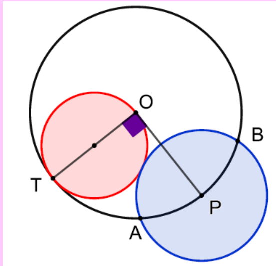
Resolver en los reales:

$$\left.\begin{aligned} x^2+y^2+xy &= 1 \\ y^2+z^2+zy &= 1 \\ x^2+z^2+zx &= 2 \end{aligned}\right\}$$

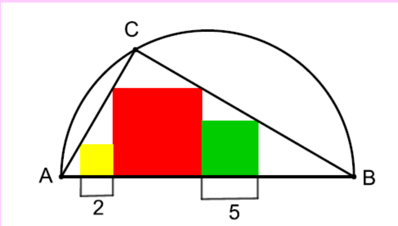
9

10

Sea una circunferencia de centro O y radio R. Se dibuja la circunferencia tangente interior a la primera con diámetro R. Se dibuja un radio OP perpendicular al OT. Con centro en P se dibuja una circunferencia tangente exterior a la segunda. Sean A y B los cortes de la primera y tercera circunferencias. Calcular el radio de la tercera circunferencia y demostrar que el lado del pentágono regular inscrito en la primera circunferencia es AB



11



12

Sea AB un arco de circunferencia de diámetro AB. Se coge C sobre el arco y se construye el triángulo ΔABC. Se inscriben dentro del triángulo tres cuadrados, los dos más pequeños de lados 5 y 2 (mirar figura). Hallar el perímetro y área del triángulo ΔABC

13

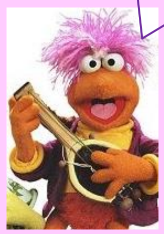
Hallar los enteros positivos n, k y p tales que:

$$\left.\begin{aligned} n^2 &= 5k+4 \\ n^3 &= 5p+3 \end{aligned}\right\}$$

14

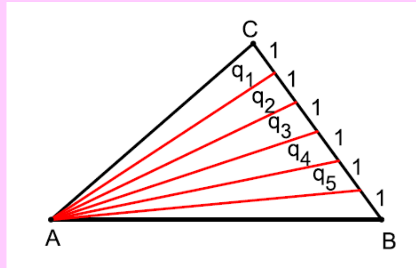
Hallar los enteros positivos x, y y z tales que:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$$



π day

15



16

En el triángulo ΔABC tenemos AB = 7, BC = 6 y AC = 5. En el lado CB escogemos cinco puntos equidistantes entre ellos y dibujamos los segmentos q_j tal como indica la figura. Calcular:

$$q_1^2+q_2^2+q_3^2+q_4^2+q_5^2$$

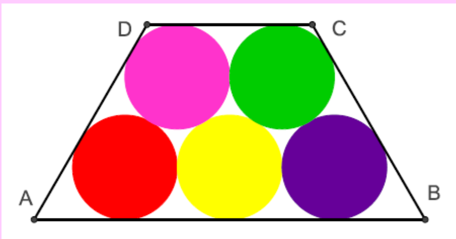
17

¿Cuántos naturales son menores que el primer número con únicamente dos ochos que es primo?

18

Demostrar que si m y n no son múltiplos de 3 entonces n^4+m^4+1 es múltiplo de 3

19



20

Cinco círculos de radio cinco son tangentes externos dos a dos, como indica la figura. Calcular el perímetro y área del cuadrilátero ABCD

21

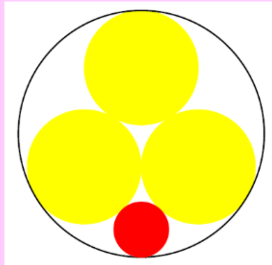
Hallar los enteros positivos que cumplen:

$$a^2-b=b^2-a+2018$$

22

Probar que si n no es múltiplo de cinco entonces n^4+4 es múltiplo de cinco

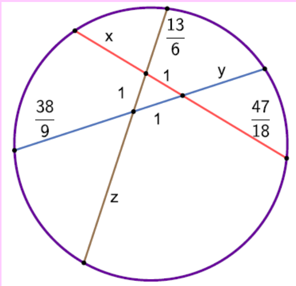
23



24

Se tienen tres círculos iguales de radio r tangentes exteriores dos a dos (mirar figura). Sea R el radio de la circunferencia que los circunscribe y t el radio de la circunferencia tangente exterior a dos de los tres círculos iguales y tangente a la circunferencia exterior. Hallar t

25



26

Tres cuerdas de una circunferencia se cortan formando los segmentos cuyas longitudes se detallan en la figura. Calcular las longitudes x, y y z

27

Consideremos las colecciones de enteros a_1, a_2,…, a_k que cumplen las condiciones: el último coincide con 2018, entre dos términos consecutivos ha de haber menos de 125 unidades y el primero es un entero entre -25 y 25. ¿Cuántos múltiplos de 4 contiene la colección que minimiza la suma de todos ellos?

28

29

Dado un número de tres cifras, M, definimos eli(M) como el número de dos cifras que resulta de eliminar la cifra de las centenas de M (por ejemplo, si M = 347 eli(M) = 47). Hallar los enteros de tres cifras de manera que su eli más diez veces la cifra eliminada es igual al producto de su eli por la cifra eliminada

30

Consideremos el número N=12345……201720182019 que tiene ordenados todos los naturales desde el 1 al 2019. Calcular el resto de la división de N entre 24

31

Hallar los enteros positivos que cumplen:

$$\left.\begin{aligned} m^2 &= 8k \\ m^3 &= 8p \end{aligned}\right\}$$