SOLUCIONS SETEMBRE 2018

Col·lecció organitzada per JOSÉ COLÓN LACALLE per a preparar l'olimpíada de Secundaria de segon cicle de l'ESO en 2001.

Setembre 1-2: Trobar un nombre de 4 xifres que verifique:

La suma dels quadrats de les xifres de les centenes i de les unitats és 53. La suma de quadrats de les altres dues xifres és 45.
Si al nombre demandat li restem el que s'obté en invertir les seues xifres s'obté un múltiple de 99 comprés entre 1.000 i 1.200

Solució: Siga mcdu el nombre considerat. De la primera condició tenim: $c^2+u^2 = 53$. De la segona condició: $m^2+d^2 = 45$. De la tercera condició: $1000m+100c+10d+u = 1000u+100d+10c+m+ 99k$ on $1000 \leq 99k \leq 1200$.

Com els únics quadrats que sumen 53 són 49 i 4, provinents de 7 i 2, tindrem que $c \in \{7, 2\}$ i u es l'altre valor. Com els únics quadrats que sumen 45 són 36 i 9, provinents de 6 i 3, tindrem que $m \in \{7, 2\}$ i d és l'altre valor. Per últim, els únics múltiples de 99 entre 1000 i 1200 són 1089 (= 11·99) i 1188 (=12·99).

Una vegada restringit el nombre de possibles solucions passem a comprovar quines de les analitzades son solucions.

1.- c =7, u = 2, m = 6, d = 3. 6732 – 2376 = 4356. No.

2.- c = 7, u = 2, m = 3, d = 6. 3762 – 2673 = 1089. Si.

3.- c = 2, u = 7, m = 6, d = 3. 6237 – 7326 = - 1089. No.

4.- c = 2, u = 7, m = 3, d = 6. 3267 – 7623 = - 3656. No

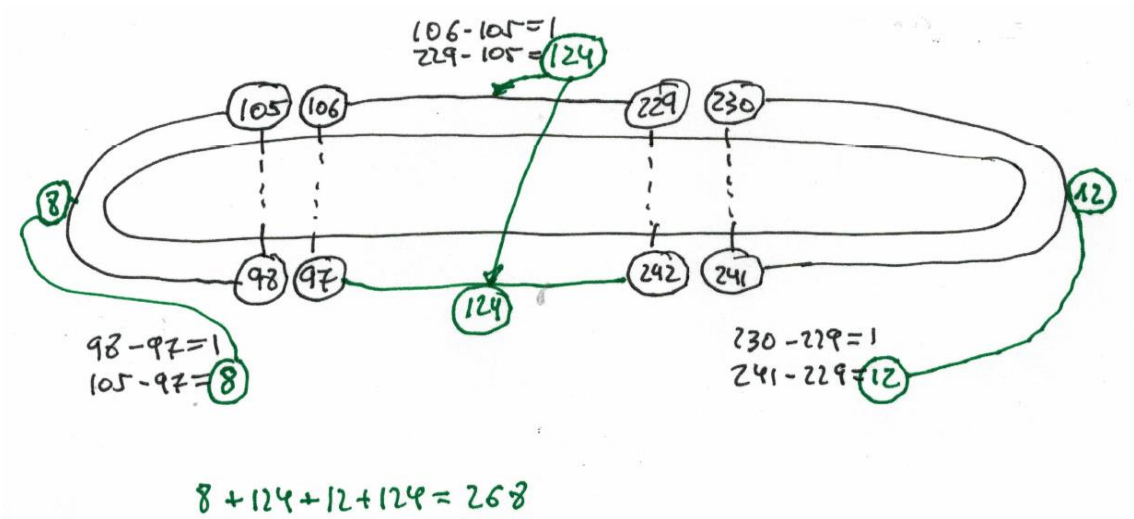
Per tant l'única solució a l'enunciat plantejat és 3762.

Setembre 3: Sis amics volen passar les vacances junts, i decideixen, cada dos, utilitzar diferents mitjans de transport. Saben que Alex no va en cotxe i que aquest acompanya a Benito, que no va en avió. Andrés viatja amb avió. Si Carles no va acompanyat de Darío ni fa servir l'avió, quin mitjà de transport utilitza Tomàs?

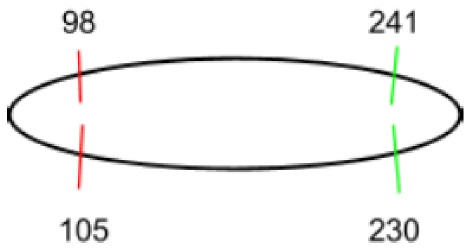
Solució: Sabem que Alejandro i Benito van junts, i que no ho fan ni amb cotxe ni amb avió. Andrés va en avió i acompanyat de Darío (ja que Carles no va en avió, ni amb Darío). Per tant, Tomás haurà d'anar amb cotxe, amb Carlos.

Setembre 4-5: En un telecadira, en el moment en què la Laia que està asseguda a la cadira 98, es creua amb la cadira 105, la seva germana, Aitana, que està asseguda a la cadira 241, es creua amb la cadira 230. Per descomptat les cadires estan regularment espaiades i numerades en ordre a partir del 1. Quantes cadires té aquest remuntador?

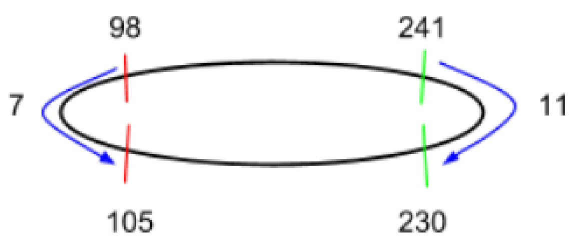
Solució:



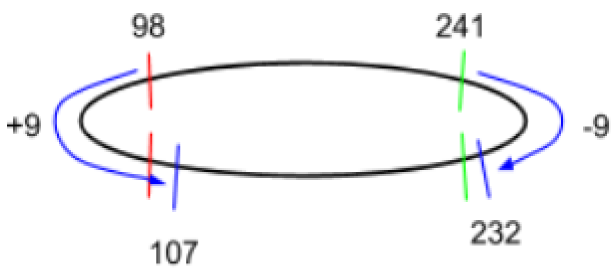
Solució: De Joan Estevan Morió (IES “Albaida”)



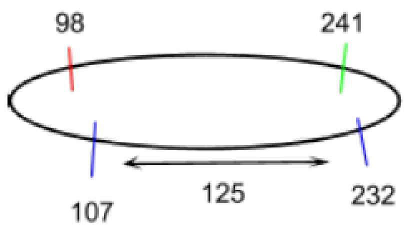
Laia es troba a la cadira número 98 i veu davant d'ella la 105, la seva germana Aitana que es troba a la 241 i veu davant d'ella la 230. Les dues germanes estan assegudes en el mateix costat del telecadira



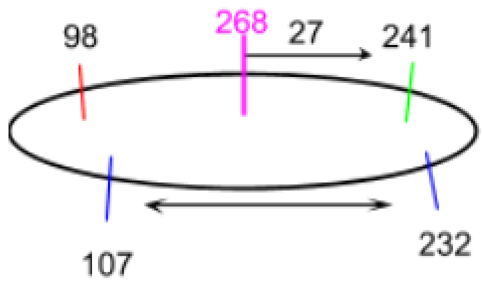
Veiem que el nombre de telecadires que les separen no és el mateix així que vam intentar equilibrar ja que aquest costat és un reflex de l'altre, veiem que el nombre que queda entre 7 i 11 és el 9, així que busquem els telecadires corresponents en aquesta suma com es mostra al següent dibuix.



Ara calculem la distància entre el telecadira 232 i el 107, per saber quants telecadires separen Laia de la seva germana:



125. Ara restem 125-98 i sumem el resultat a 241.



El resultat és 268. Hi ha 268 telecadires.

Setembre 6: Dos trens viatgen a velocitats constants. El més lent recorre, en 15 minuts 1 km menys que el més ràpid. El tren més lent tarda 15 segons més que el més ràpid a recórrer 4 km. A quants km/hora va el tren més ràpid?

Solució: Si el tren més lent recorre en 15 minuts (= 1/4 d'hora) 1 km menys que el més ràpid, en una hora el tren més lent recorre 4 km menys que el tren més ràpid. Per tant, $v_R = v_L + 4$

Si el tren més lent tarda 15 sg (= 1/4 minut = 1/240 hores) més que el més ràpid a recórrer 4 km:

$$v_L = \frac{4}{t_L} = \frac{4}{t_R + \frac{1}{240}} \Rightarrow \frac{1}{v_L} = \frac{t_R}{4} + \frac{\frac{1}{240}}{4} \Rightarrow \frac{1}{v_L} = \frac{1}{v_R} + \frac{1}{960}$$

Resolent el sistema:

$$\left.\begin{aligned} v_R &= v_L + 4 \\ \frac{1}{v_L} &= \frac{1}{v_R} + \frac{1}{960} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{1}{v_R - 4} = \frac{1}{v_R} + \frac{1}{960} \Rightarrow 0 = v_R^2 - 4v_R - 3840 \Rightarrow v_R = 64$$

Menyspreant v_R = - 60. La velocitat del tren ràpid és 64 km/h i la del tren lent és 60 km/h

Setembre 7-8: Un ciclomotor va per la carretera a velocitat constant. En un moment determinat passa per davant d'una fita quilomètrica amb un nombre de dues xifres. Al cap d'una hora passa per davant d'una altra fita que porta les mateixes xifres, però en ordre invers. Una hora més tard passa per davant d'una tercera fita que porta les mateixes xifres inicials en el mateix ordre, però separades per un zero. A quina velocitat va el ciclomotor?

Solució: Tindrem:

$$AB \xrightarrow[1\text{ h}\equiv x\text{ km}]{} BA \xrightarrow[1\text{h }\equiv x\text{ km}]{} A0B$$

D'on sorgeix el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 10A + B + x = 10B + A \quad \Rightarrow \quad x = 9(B - A) \\ 10B + A + x = 100A + B \quad \Rightarrow \quad x = 9(11A - B) \end{array}\right\} \Rightarrow B - A = 11A - B \quad \Rightarrow \quad B = 6A$$

L'única solució admissible sorgeix quan A = 1, i en aquest cas B = 6. Els punts quilomètrics són 16, 61 i 106. La velocitat del ciclomotor és 45 km / h

Setembre 9: El 95% de l'alumnat que ha resolt correctament un problema de la fase local de la X Olimpíada Matemàtica és de tercer d'ESO. Si han presentat solució 38 alumnes, quants l'han resolt incorrectament?

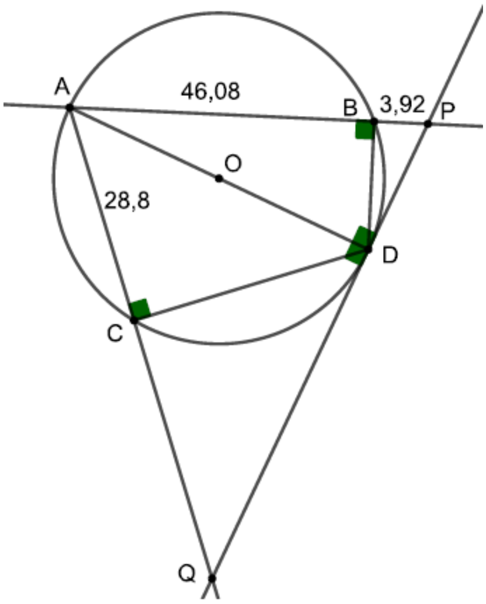
Solució: Si x (y) és nombre de persones que realitzen correctament (incorrectament) el problema tindrem x + y = 38. De l'enunciat tenim $\frac{95x}{100} = \frac{19x}{2^2 \cdot 5} = k \;\Rightarrow\; 19x = 2^2 \cdot 5 \cdot k$, i per la unicitat de la descomposició factorial en nombres primers x = $2^2 \cdot 5 \cdot k'$ i com x ≤ 38, k' = 1 i x = 20. Per tant (38 – 20 =) 18 persones han resolt malament el problema.

Setembre 10-11: Una persona ha de portar un missatge a través d'un desert. Per creuar el mateix són necessaris 9 dies. Una persona pot portar menjar per a 12 dies. No hi ha aliment en cap lloc del desert. És possible que entre dues persones siguin capaços de portar el missatge i tornar sense que els falte menjar?

Solució: Si és possible de la següent manera: Surten els dos junts (posem A i B). La nit del tercer al quart dia, B li dóna a A menjar a per a tres dies, de manera que el segueixen quedant per 12 dies. L'endemà cadascun pren un camí diferent, A segueix en el seu camí fins al lliurament del missatge, i B es dóna la volta. El dia nou A lliurarà el missatge, tenint menjar per a sis dies més. L'endemà emprèn la tornada, i al cap de dos dies B sortirà del punt de partida a la recerca d'A, amb menjar per a dotze dies. Es trobaran quan li quedin cinc dies de camí a A. Llavors B repartirà la meitat del seu menjar a A, tenint cada un d'ells menjar suficient per arribar a casa.

Setembre 12: En una circumferència es consideren 4 punts diferents: A, B, C i D tals que AD és diàmetre, i es traça la tangent per D. Siguen, P la intersecció de la recta AB i la tangent i Q la intersecció de la recta AC amb la tangent. Si AB = 46,08; AC = 28,8 i BP = 3,92; calcula la mesura de CQ.

Solució:



Considerem BD⊥AP. En ΔADP (rectangle en D) apliquem el teorema de l'altura:

$BD^2 = 46{,}08 \cdot 3{,}92 \;\Rightarrow\; BD = 13{,}44 \;\Rightarrow\;$ AD = diàmetre $=\sqrt{46{,}08^2 + 13{,}44^2} = 48$

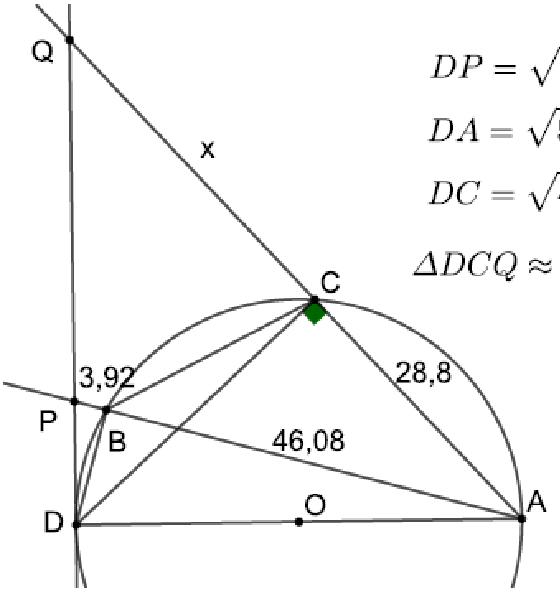
Considerem CD⊥AQ. En ΔACD (rectangle en C) tenim:

$$CD = \sqrt{AD^2 - 28{,}8^2} = 38{,}4$$

I, per últim, apliquem el teorema de l'altura en ΔADQ (rectangle en D)

$$DC^2 = 38{,}4^2 = 28{,}8 \cdot CQ \;\Rightarrow\; CQ = 51{,}2$$

Solució (Ignacio Larrosa):



$$DP = \sqrt{3,92 \cdot (3,92 + 46,08)} = \sqrt{3,92 \cdot 50} = 14$$
$$DA = \sqrt{50^2 - 14^2} = 48$$
$$DC = \sqrt{48^2 - 28,8^2} = 38,4$$
$$\Delta DCQ \approx \Delta ACD \Rightarrow \frac{x}{38,4} = \frac{38,4}{28,8} \Rightarrow x = 51,2$$

Setembre 13-14: Tenim 105 monedes entre les quals sabem que hi ha tres falses. Les monedes autèntiques pesen totes el mateix i el seu pes és més gran que el de les falses, que també pesen totes el mateix. Indicar de quina manera es poden seleccionar 26 monedes autèntiques realitzant només dues pesades en una balança de dos plats.

Solució: Primer posem en un plat 52 monedes i altres 52 monedes en l'altre plat, deixant una moneda sense pesar. Si la balança s'equilibra significarà que en cada grup hi ha una falsa i la tercera serà la que hem deixat de pesar.

Si la balança no s'equilibra, en el platet que pese menys hi haurà 2 o 3 monedes falses i en el què pesa més hi haurà una o cap falsa. Agafarem les monedes del platerets que pesa més o si els dos platets estan equilibrats és igual el que agafem i farem l'altra pesada, posant 26 en un platet i altres 26 en l'altre. Entre els dos platerets ha d'haver una o cap falsa. Si els dos platerets pesen el mateix, és igual les 26 que agafem, seran autèntiques. Si no queden en equilibri, les 26 monedes que hi ha al platet que pesa més, són autèntiques.

Setembre 15: Trobar els enters que al dividir-los donen com resultat 13,28125.

Solució: Busquem x, y $\in Z$ tals que $\frac{x}{y} = 13{,}28125$. Tindrem:

$$\frac{x}{y} = 13{,}28125 = \frac{1328125}{100000} = \frac{5^7 \cdot 17}{2^5 \cdot 5^5} = \frac{5^2 \cdot 17}{2^5} \quad \Rightarrow \quad x \cdot 2^5 = y \cdot 5^2 \cdot 17 \quad \Rightarrow \quad x = k \cdot 5^2 \cdot 17$$

per la unicitat de la descomposició factorial en factors primers. A més dels dos últim passos:

$$k \cdot 5^2 \cdot 17 \cdot 2^5 = y \cdot 5^2 \cdot 17 \quad \Rightarrow \quad y = k \cdot 2^5$$

Els enters buscats són $x = \pm k{\cdot}5^2{\cdot}17$; $y = \pm k{\cdot}2^5$ amb $k \in \{1, 2, 3, \ldots.\}$.

Setembre 16-23: Aitana vol escriure un treball de n pàgines. Dilluns va escriure la meitat de la feina. Dimarts la tercera part del que li faltava, dimecres la quarta part del que li quedava per fer i dijous la cinquena part del que li faltava. Cansada, divendres decideix acabar la feina fent les pàgines que li queden per fer que són menys de 15. Si tots els dies escriu un nombre enter de pàgines, quantes pàgines té el treball i quantes escriure el divendres?

Solució: Tenim:

dia	Pàgines escrites	Pàgines que li queden
Dilluns	$\frac{n}{2}$	$\frac{n}{2}$
Dimarts	$\frac{1}{3}\frac{n}{2} = \frac{n}{6}$	$\frac{n}{3}$
Dimecres	$\frac{1}{4}\frac{n}{3} = \frac{n}{12}$	$\frac{n}{4}$
Dijous	$\frac{1}{5}\frac{n}{4} = \frac{n}{20}$	$\frac{n}{5}$

Com n/5 < 15, tindrem que n < 75. Es dir, busquem un natural n menor que 75 i que siga múltiple de 3, de 4 i de 5. Com n (=3·4·5) = 60 compleix tots els requisits es el natural buscat.

Setembre 17: Dos equips de bàsquet s'enfronten en una final al millor de tres partits. L'estadística dels anteriors partits assenyala que l'equip A ha guanyat el 60% dels partits i que l'equip B ha guanyat els restants. Quina és la probabilitat que la final hagi de decidir-se en un tercer partit?

Solució 1: De l'enunciat tenim: P(guanye A) = 0,6; P(guanye B) = 0,4 i que els esdeveniments són independents. Pregunten per $P((A_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap A_2))$. Com els esdeveniments són incompatibles:

$P((A_1 \cap B_2) \cup (B_1 \cap A_2)) = P(A_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(B_2/A_1) + P(B_1) \cdot P(A_2/B_1) = 0{,}6 \cdot 0{,}4 + 0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}48$.

Solució 2:

$$P(\text{tercer partit}) = 1 - P(A_1 \cap A_2) - P(B_1 \cap B_2) = 1 - 0{,}36 - 0{,}16 = 0{,}48$$

Setembre 18-19: Quatre amics estan jugant una partida de cartes i acorden que aquell que perdi pagarà a cada un dels altres tants diners com tinguin en aquest moment. Després de jugar quatre partides cadascun ha perdut una d'elles i els quatre tenen els mateixos diners. Algun jugador ha guanyat diners?

Solució: Ja que la informació més àmplia és la de l'última partida (tots tenen la mateixa quantitat de diners) utilitzem la "marxa enrere". Designem per A (B, C i D) la persona que perd la primera (segona, tercera i quarta) partida. Tenim la següent matriu de transaccions monetàries:

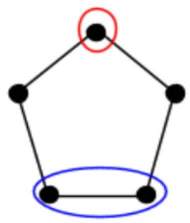
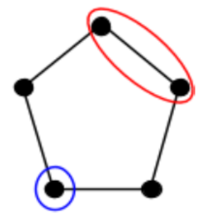
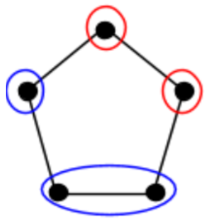
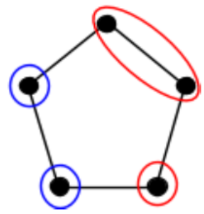
	Inici	Partida 1 Perd A		Partida 2 Perd B		Partida 3 Perd C		Partida 4 Perd D	
A	$\frac{33n}{16}$	$\overrightarrow{-\frac{31n}{16}}$	$\frac{n}{8}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{8}}$	$\frac{n}{4}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{4}}$	$\frac{n}{2}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{2}}$	n
B	$\frac{17n}{16}$	$\overrightarrow{+\frac{17n}{16}}$	$\frac{17n}{8}$	$\overrightarrow{-\frac{15n}{8}}$	$\frac{n}{4}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{4}}$	$\frac{n}{2}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{2}}$	n
C	$\frac{9n}{16}$	$\overrightarrow{+\frac{9n}{16}}$	$\frac{9n}{8}$	$\overrightarrow{+\frac{9n}{8}}$	$\frac{9n}{4}$	$\overrightarrow{-\frac{7n}{4}}$	$\frac{n}{2}$	$\overrightarrow{+\frac{n}{2}}$	n
D	$\frac{5n}{16}$	$\overrightarrow{+\frac{5n}{16}}$	$\frac{5n}{8}$	$\overrightarrow{+\frac{5n}{8}}$	$\frac{5n}{4}$	$\overrightarrow{+\frac{5n}{4}}$	$\frac{5n}{2}$	$\overrightarrow{-\frac{3n}{2}}$	n

El jugador A perd $\left(\frac{33n}{16} - n =\right)\frac{17n}{16}$. El jugador B perd $\left(\frac{17n}{16} - n =\right)\frac{n}{16}$. El jugador C guanya $\left(n - \frac{9n}{16} =\right)\frac{7n}{16}$. El jugador D guanya $\left(n - \frac{5n}{16} =\right)\frac{11n}{16}$

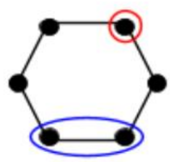
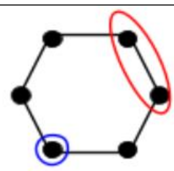
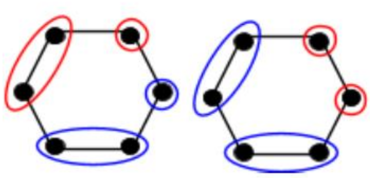
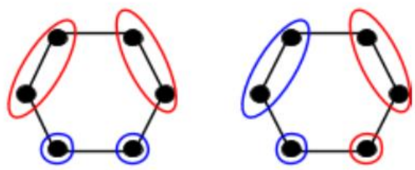
<u>Setembre 20:</u> Es col·loca una moneda a cada un dels vèrtexs d'un polígon regular. Dos jugadors agafen alternativament una o dues monedes. En aquest últim cas han d'estar situats en vèrtexs consecutius. Guanya el que agafa l'última moneda. Quina és l'estratègia guanyadora?

<u>Solució:</u> De Joan Estevan Morió (IES "Albaida")

Polígon amb un nombre de vèrtexs imparell

	Primer jugador agafa una única moneda	Primer jugador agafa dues monedes
Primera jugada	 1er jugador 2on jugador	
Segona jugada		

Polígon amb un nombre de vèrtexs parell

	Primer jugador agafa una única moneda	Primer jugador agafa dues monedes
Primera jugada	 1er jugador 2on jugador	
Segona jugada		

Com podem observar la jugada guanyadora seria començar sempre en segon lloc, ja que la millor estratègia és intentar agafar les o la moneda del vèrtex contrari al que comença el primer jugador, així només queda anar avançant cap a ell, faci el que faci està condemnat a perdre.

<u>Setembre 21-22:</u> Un tren surt de Benirredrà amb 134 passatgers entre dones, nens i homes. S'atura en diverses estacions i cada vegada que paren baixen dos homes i una dona i pugen quatre nens. En arribar al final del trajecte hi ha, en total, 143 passatgers: el nombre de nens és una vegada i mitja el nombre d'homes, el nombre de dones és la meitat del nombre de nens. Quants homes, nens i dones van sortir de Benirredrà?

<u>Solució 1:</u> De Joan Estevan Morió (IES "Albaida")

Primer observem que si baixen 3 persones per estació però pugen 4, el nombre de persones augmenta en 1 a cada estació, això vol dir que perquè hi hagi a 9 persones més a l'última parada han fet falta 9 parades, llavors sé que a l'última parada hi ha 36 nens més que a la primera també sé que a l'última parada hi ha el doble de nens que de dones i també que els nens són una vegada i mitja el nombre d'homes, també sé que a l'última parada hi ha com a mínim 36 nens , perquè l'equació sigui vàlida només hi ha la possibilitat que a l'última parada haguessin 33 dones, que si ho multipliques per dos et dóna 66 i si restes un terç d'aquest número dóna 44 que serien els homes. si fem els càlculs corresponents ens adonem que a la primera parada hi havia 30 nens, 62 homes i 42 dones.

<u>Solució 2:</u> Si x són els homes i y les dones, tindrem de 134 - (x + y) són els nens. Si es fan n parades:

$$x + y + 134 - (x + y) - 2n - n + 4n = 143 \quad \Rightarrow \quad n = 9 \text{ parades}$$

Els homes al plegar al final seran: x – 2n = x – 18. Les dones al plegar al final seran: y – n = y – 9. Els xiquets al plegar al final seran: 134 – (x + y) + 4n = 170 – x – y. D'on:

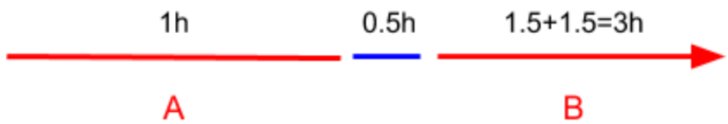
$$\left.\begin{array}{r} 170 - x - y = 1{,}5(x - 18) \\ 170 - x - y = 2(y - 9) \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 197 = 2{,}5x + y \\ 188 = x + 3y \end{array}\right\}$$

que té per solució: x = 62 i y = 42. Per tant, al plegar al final hi ha 62 homes, 42 dones i 30 xiquets.

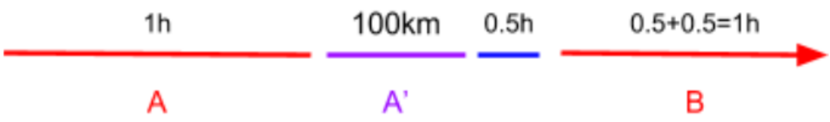
<u>Setembre 24-25:</u> Una hora després de la partida el tren es va aturar per un desperfecte mecànic. Aquest tipus de desperfecte necessita mitja hora per a la seva reparació i després l'arranjament el tren ha de circular a meitat de velocitat. Amb això, el tren va arribar a destí amb un retard de dues hores. Si el desperfecte hagués ocorregut 100 km més endavant, la demora hagués estat només d'una hora. Determinar la distància del recorregut del tren.

<u>Solució:</u> De Joan Estevan Morió (IES "Albaida")

Recorre el tram A en 1h, després de l'avaria triga 2h més en arribar al seu destí, d'aquestes dues hores de retard, 30 min són per la reparació de l'avaria i 1.5 h per anar a meitat de velocitat.



Després ens diuen que si hagués tingut l'avaria 100 km més endavant s'hagués retardat només 1h llavors ...



Com que la diferència entre les 1.5 h que trigaria sense avaria a recórrer el tram B a la primera situació i les 0.5 h que tard en el segon cas és d'una hora, deduïm que 100 km equival a 1h, llavors, el tram A constaria de 100 km i el tram B de 150 km, si ho sumes resulten 250km. És a dir, el tren ha recorregut 250 km en total.

Solució: De la informació de la primera part de l'enunciat, tenim:

x km 1 h	0 km ½ h	y km (y/x) h
x km/h		x/2 km/h

El temps utilitzat pel tren en l'últim tram és: $\left(\frac{y}{x}+\frac{3}{2}\right)$. Surt aleshores, l'equació:

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{\frac{y}{x}+\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad 3x=2y$$

De la informació de la segona part de l'enunciat, tenim:

x km 1 h	100 km	0 km ½ h	(y – 100) km ((y – 100) /x) h
x km/h			x/2 km/h

El temps utilitzat pel tren en l'últim tram és: $\left(\frac{y-100}{x}+\frac{1}{2}\right)$. Surt aleshores, l'equació:

$$\frac{x}{2}=\frac{y-100}{\frac{y-100}{x}+\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad 200=2y-x$$

Tenim el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 3x=2y \\ 200=2y-x \end{array}\right\}$$

Que té per solució y = 150 i x = 100. L'espai total resulta ser (100 + 150 =) 250 km.

Setembre 26: La distància entre X i Y són 480 km. Els trens A i B surten de X i arriben a Y. El tren B triga una hora i mitja més que l'A a recórrer la distància entre X i Y. La velocitat del tren B és 16 km / h menor que la velocitat del tren A. Quina és la velocitat de cada tren?

Solució: Siga t_A (t_B) el temps que tarda el tren A (B) i v_A (v_B) la velocitat del tren A (B). De l'enunciat tenim:

$$\begin{aligned} t_B = t_A + 1{,}5 = \frac{480}{v_B} \quad &\Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} 1{,}5 + \frac{480}{v_A} = \frac{480}{v_B} \\ v_B = v_A - 16 \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} \frac{1{,}5v_A + 480}{v_A} = \frac{480}{v_B} \\ v_B = v_A - 16 \end{aligned}\right\} \\ v_B = v_A - 16 \quad &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$(1{,}5v_A + 480)(v_A - 16) = 480v_A \quad \Rightarrow \quad 1{,}5v_A^2 - 24v_A - 7680 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_A = \begin{cases} 80 \\ -64 \end{cases}$$

Menyspreant la solució negativa, arribem a: $v_B = v_A - 16 = 80 - 16 = 64$.

Setembre 27-28: La distància entre el poble i el refugi de muntanya és un nombre enter. Un matí, tres grups de caminadors surten del poble cap al refugi. El primer dia, el grup A recorre la sisena part del recorregut, el grup B la meitat del camí i el grup C la quarta part. L'endemà el grup A recorre 100 km, el grup B 10 km i el grup C recorre 78 km, i ningú arriba al refugi. Si el grup B recorre en total més distància que el grup A, però menys que el grup C, trobar la distància entre el poble i el refugi.

Solució: Siga x la distancia entre el poble i el refugi de muntanya i siga A (B, C) la distancia recorreguda pel grup A (B, C). Tenim:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{x}{6} + 100 \\ B &= \frac{x}{2} + 10 \\ C &= \frac{x}{4} + 78 \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad C > B > A \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{4} + 78 > \frac{x}{2} + 10 > \frac{x}{6} + 100$$

Dels dos primers membres tenim: $68 > \frac{x}{4} \quad \Rightarrow 272 > x$

Dels dos últims membres tenim: $\frac{x}{2} - \frac{x}{6} > 90 \quad \Rightarrow \quad x > 270$

Per tant x = 271.

Setembre 29: Llancem un dau normal repetides vegades, anem sumant el resultat que apareix i deixem de llançar el dau quan la suma supera 15. Què suma és la que es presentarà més vegades?

Solució: En el tiratge anterior a superar el quinze, haurem de tenir entre 10 i 15.

Si tenim 10, ens deu sortir un 6 i sumaríem 16

Si tenim 11, ens hauria de sortir 5 o 6 i sumaríem 16 o 17

Si tenim 12, ens hauria de sortir 4, 5 o 6 i sumaríem 16, 17 o 18.

Si tenim 13, ens hauria de sortir 3, 4, 5 o 6 i sumaríem 16, 117, 18 o 19.

Si tenim 14, ens hauria de sortir 2, 3, 4 5 o 6 i sumaríem 16, 17, 18, 19 o 20.

Si tenim 15, ens hauria de sortir 1, 2, 3, 4 5 o 6 i sumaríem 16, 17, 18, 19, 20 o 21.

En definitiva, siga quin siga el nombre que tinguem abans de sobrepassar quinze, la major probabilitat que revessem aquest número serà que la suma sigui 16.

Setembre 30: Es formen totes les paraules de cinc lletres que fan servir les 5 lletres de la paraula OPTAR i les escrivim en ordre alfabètic. Quina és la paraula que ocupa la posició 116?

Solució 1: Hi ha 5! (= 120) paraules diferents que es poden formar a partir de les lletres de OPTAR (AOPRT en ordre alfabètic).

La cinquena part comencen per A (fan un total de 24)

La cinquena part comencen per O (fan un total de (24 + 24 =) 48)

La cinquena part comencen per P (fan un total de (24 + 48 =) 72)

La cinquena part comencen per R (fan un total de (24 + 72 =) 96)

La cinquena part comencen per T (fan un total de (24 + 96 =) 120)

Per tant la paraula que ocupa la posició 116 comença per T.

La quarta part d'elles, és a dir (4! / 4 =) 6 segueixen amb A (fan un total de (96 + 6 =) 102).

La quarta part d'elles, és a dir (4! / 4 =) 6 segueixen amb O (fan un total de (102 + 6 =) 108).

La quarta part d'elles, és a dir (4! / 4 =) 6 segueixen amb P (fan un total de (108 + 6 =) 114).

La quarta part d'elles, és a dir (4! / 4 =) 6 segueixen amb R (fan un total de (114 + 6 =) 120).

Per tant, la paraula que ocupa la posició 116 comença per T i després segueix una R.

La tercera part d'elles, és a dir (3! / 3 =) 2 segueixen amb A (fan un total de (114 + 2 =) 116).

És a dir, la paraula 116 comença per T, segueix amb R i tot seguit té una A i després té les dues últimes lletres en ordre no alfabètic. És a dir, la paraula buscada és TRAPO.

Solució 2: Ja que busquem la paraula 116 de 120 podem començar per l'última i anar pujant. La paraula 120 és la que té les lletres en ordre contrari al alfabètic.

120 $\Rightarrow$ TRPOA

119 $\Rightarrow$ TRPAO

118 $\Rightarrow$ TROPA

117 $\Rightarrow$ TROAP

116 $\Rightarrow$ TRAPO