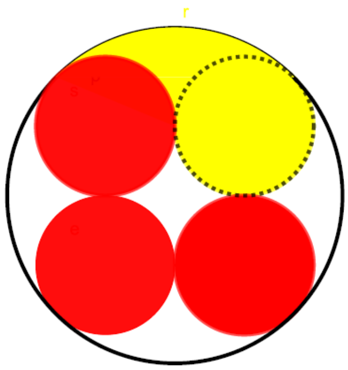
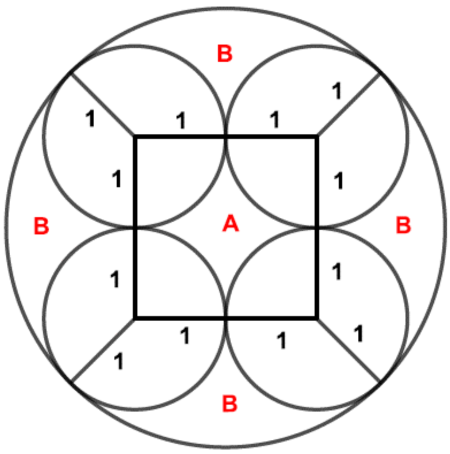
# SOLUCIONES NOVIEMBRE 2021

COLECCIÓN PARA LA PREPARACIÓN DE LA OLIMPIADA DE LA FESPM DE 1ESO Y 2ESO EN 2004 Y 2005.
AUTOR: JOSÉ COLÓN LACALLE. PROFESOR JUBILADO.

**Noviembre 1-2:** En la figura se muestran cuatro círculos de radio 1 inscritos en un círculo más grande.

¿Cuál es el área de la zona de color amarillo?

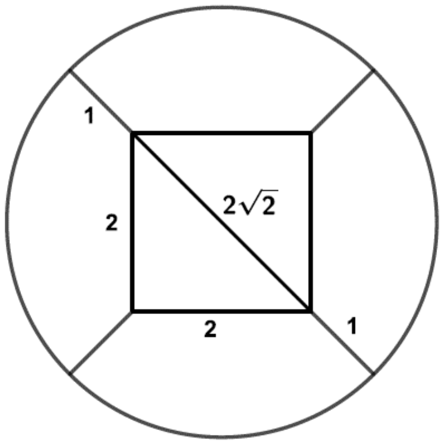





**Solución:** Designaremos Por A y B las zonas del dibujo de la izquierda. Por C y D los círculos de radio 1 y R y por E el cuadrado de lado (1 + 1 =) 2.

El área de la zona E ($A_E$) es el área de la zona A ($A_A$) más el área de cuatro cuadrantes de radio 1 ($A_C$).

El área de la zona B ($A_B$) es la cuarta parte del área de la zona D ($A_D$) menos el área la zona A ($A_A$) menos el área de cuatro zonas C ($A_C$).




$$2\mathrm{R} = 1 + 2\sqrt{2} + 1 \;\Rightarrow\; \mathrm{R} = 1 + \sqrt{2}$$

Tendremos:

$$\mathrm{A_A} = \mathrm{A_E} - \mathrm{A_C} = 2 \cdot 2 - \pi \cdot 1^2 = 4 - \pi$$

$$\mathrm{A_B} = \frac{\mathrm{A_D} - \mathrm{A_A} - 4 \cdot \mathrm{A_C}}{4} = \frac{\pi\left(1+\sqrt{2}\right)^2 - 4 + \pi}{4} - \pi = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\pi - 1$$

Por tanto, el área de la zona amarilla es el área de la zona B ($A_B$) más el área de un círculo de radio 1, es decir:

$$\mathrm{A_{amarilla}} = \mathrm{A_B} + \mathrm{A_C} = \frac{\sqrt{2}}{2}\pi - 1 + \pi = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\pi - 1$$

**Noviembre 3-10:** Tres amigos deciden vender granizado de naranja en la entrada de un estadio deportivo. Compraron naranjas y azúcar y pagaron 50 €. Además, pagaron 100€ por el alquiler de mesas, compra de vasos y pajitas para sorber. Calcularon obtener 250 vasos de granizado. ¿A cuánto deben vender cada vaso para obtener unas ganancias del 25%?

**Solución:** El dinero gastado por los tres amigos es: (100 € + 50 € =) 150 €. Las ganancias de un 25% suben a:

$$\frac{25}{100} \cdot 150 = 37{,}50\ €$$

Los ingresos deberían ser

$$150\ € + 37{,}50\ € = 187{,}50\ €$$

El precio de cada vaso, debería ser:

$$\frac{187{,}50}{250} = 0{,}75\ €$$

**Noviembre 4:** Desde lo alto de un faro situado a 127,5 m sobre el nivel del mar, se ve el horizonte, ¿a qué distancia se encuentra éste del faro, sabiendo que una vuelta al mundo son 40.000 km?

**Solución:** Del enunciado tenemos:

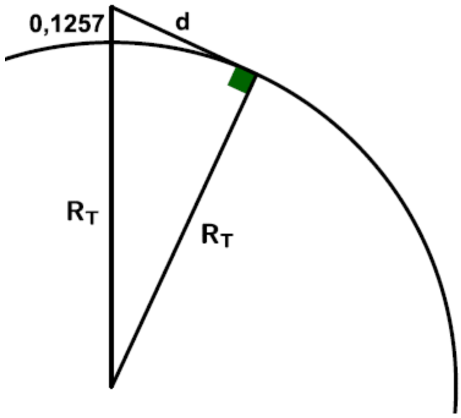
$$2\pi R_T = 40000 \Rightarrow R_T = \frac{40000}{2\pi} = \frac{20000}{\pi}$$

Aplicando Pitágoras:

$$d = \sqrt{(R_T + 0{,}1257)^2 - R_T^2} = \sqrt{2 \cdot R_T \cdot 0{,}1257 + 0{,}1257^2}$$

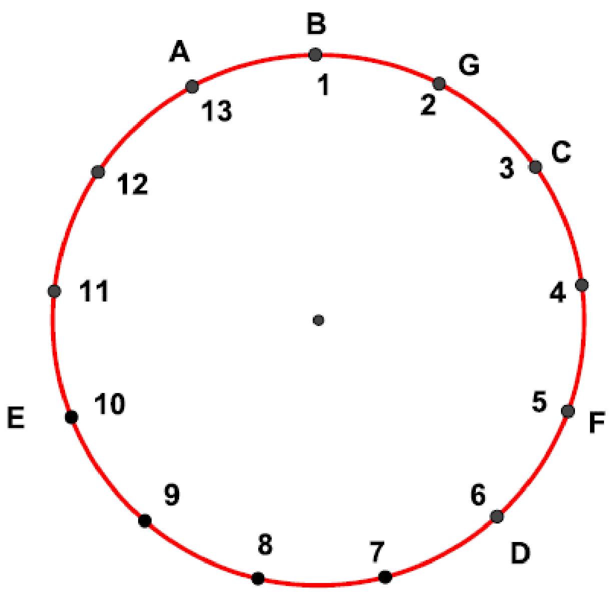
$$= \sqrt{2 \cdot \frac{20000}{\pi} \cdot 0{,}1257 + 0{,}1257^2}$$

$$\cong 40{,}0059\text{km}$$



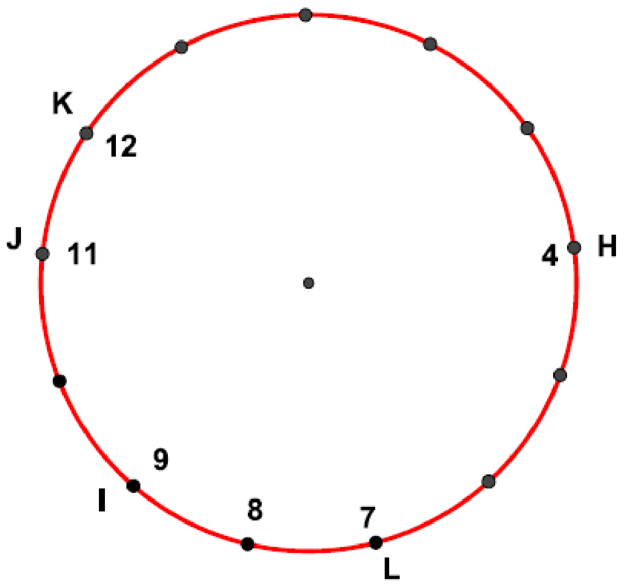

**Noviembre 5-6:** Tenemos 12 monedas de 50 céntimos de euro y una moneda de un euro. Las colocamos en un círculo. Empezando por la moneda que se quiera hay que contar 13 monedas hacia la derecha y la que haya en ese lugar se elimina. Volvemos a contar 13 monedas empezando por la siguiente, a nuestra derecha, de la que acabamos de retirar. Repetimos esta operación hasta dejar solo una moneda. ¿Por qué moneda debemos empezar a contar para que la última que retiremos sea la moneda de un euro?

**Solución:** Se trata de una variante del clásico problema de Josefo.




Realizaremos el juego hasta que quede una única moneda. En esa posición debemos dejar la moneda de un euro.

Empezamos por la moneda 1. Retiramos la moneda 13 (A) (quedan 12 monedas). Empezamos a contar por la moneda 1. Retiramos la moneda 1 (B) (quedan 11 monedas). Empezamos a contar por la moneda 2. Retiramos la moneda 3 (C) (quedan 10 monedas). Empezamos a contar por la letra 4. Retiramos la moneda 6 (D) (quedan 9 monedas). Empezamos a contar por la moneda 7. Retiramos la moneda 10 (E) (quedan 8 monedas). Empezamos a contar por la moneda 11. Retiramos la moneda 5 (F) (quedan 7 monedas). Empezamos a contar por la moneda 7. Retiramos la moneda 2 (G) (quedan 6 monedas)




Empezamos a contar por la moneda 4. Retiramos la moneda 4 (H) (quedan 5 monedas). Empezamos a contar por la moneda 7. Retiramos la moneda 9 (I) (quedan 4 monedas). Empezamos a contar por la moneda 11. Retiramos la moneda 11 (J) (quedan 3 monedas). Empezamos a contar por la moneda 12. Retiramos la moneda 12 (K) (quedan 2 monedas): Empezamos a contar por la moneda 7. Retiramos la moneda 7 (L). Esa moneda debe ser la moneda de un euro. Queda una moneda que es la moneda 8

**Noviembre 8:** ¿Cuál es el menor natural que dividido por 2, 3, 4, 5 y 6 da, respectivamente el resto 1, 2, 3, 4 y 5?

**Solución:** Consideremos N = mcm (2, 3, 4, 5, 6). Entonces N – 1 da resto 1 (2, 3, 4, 5) al ser dividido por 2 (3, 4, 5, 6). Por lo tanto, N – 1 es un número que cumple lo exigido en el enunciado. Si existiese otro número p, menor que N – 1 que cumpliese lo anterior tendríamos:

$$\mathrm{p} < \mathrm{N} - 1 \ \Rightarrow\ \mathrm{p} + 1 < \mathrm{N}$$

pero, p + 1 sería múltiplo de 2, de 3, de 4, de 5 y de 6; contradiciendo que N sea el más pequeño de esos múltiplos. Tendremos entonces que N – 1 es el número buscado donde N = mcm (2, 3, 4, 5, 6) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5$ = 60. Luego el número buscado es 59.

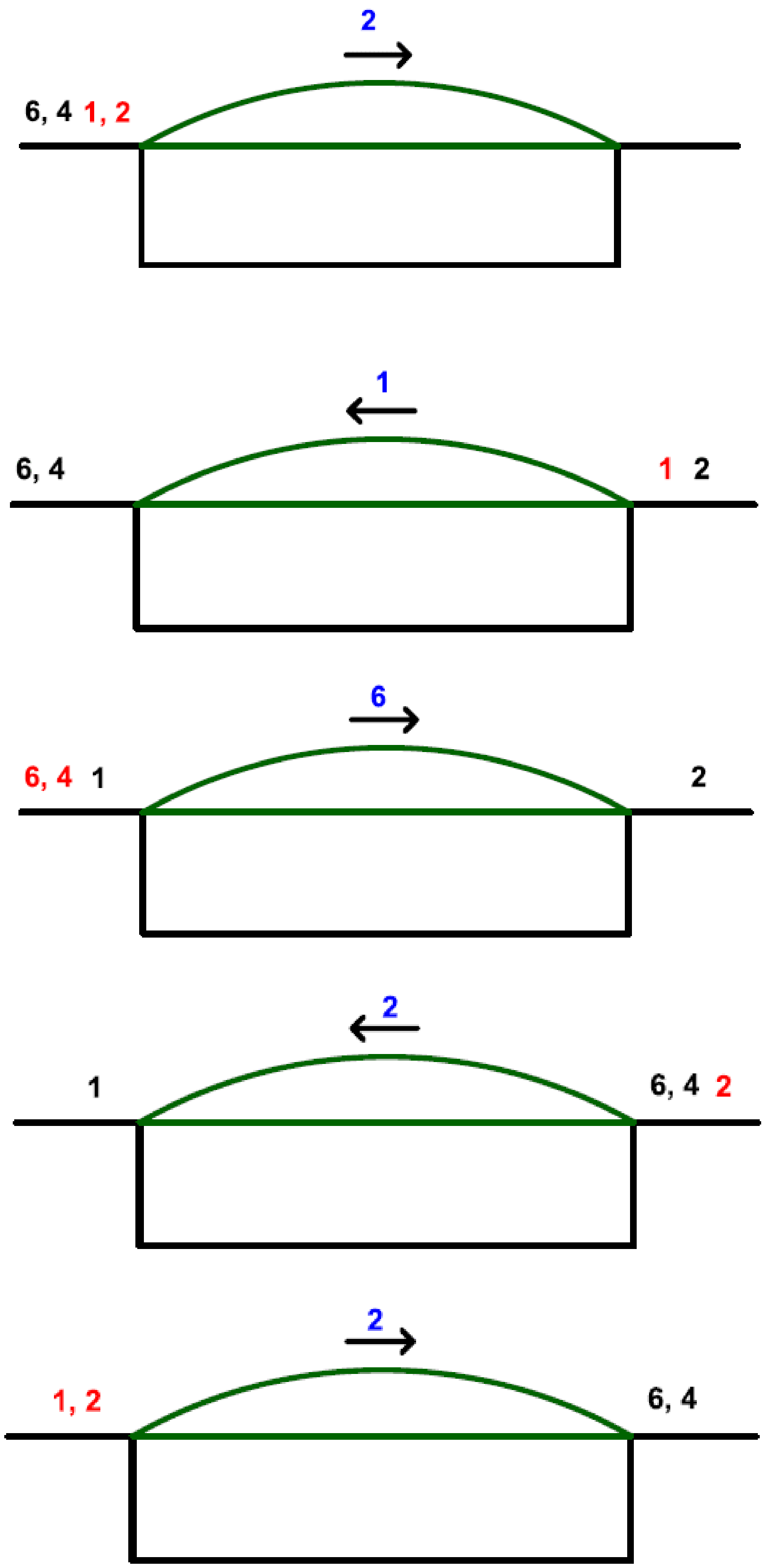
**Noviembre 9:** Halla los naturales de manera que todos sus divisores, excepto el 1, sean pares.

**Solución:** Para los números con todos sus divisores excepto el 1, pares tenemos que sus divisores han de ser potencias de dos. Luego en la descomposición factorial del número ha de aparecer el factor 2. Si hubiese otro primo en la descomposición factorial del número, por ejemplo, p, p sería un divisor no par del número y todos sus divisores no serían pares. Por lo tanto, el factor 2 ha de aparecer en la descomposición factorial del número y ningún otro factor puede aparecer. En definitiva, los números aludidos en el enunciado son las potencias de 2.

**Noviembre 11-18:** Cuatro soldados heridos tienen que cruzar un puente, seriamente dañado, por la noche para escapar del enemigo. El puente solo soporta el peso de dos soldados a la vez. Cuando lo cruzan dos soldados deben hacerlo a la velocidad del más lento. Los cuatro soldados solo tienen una linterna que ha de ser utilizada cada vez que cruzan el puente.

Individualmente tardan 1, 2, 4 y 6 minutos en cruzar el puente. ¿Cuál es el mínimo tiempo que se necesita para que los cuatro lo crucen?

**<u>Solución:</u>** El siguiente diagrama muestra la solución. En él, los soldados están representados por los minutos que tardan en cruzar el puente. En rojo, el par de soldados o el soldado que va a cruzar a la otra parte del puente. Sobre el puente, en azul, están los minutos que tardan en cruzar el puente.




El tiempo para todos los cruces es: 2 + 1 + 6 + 2 + 2 = 13 minutos.

**Noviembre 12:** Los participantes de un concurso de TV tienen que contestar 30 preguntas. Si aciertan reciben un punto. Si fallan se resta medio punto. Si no contestan reciben cero puntos. Si un concursante recibió seis puntos detalla sus contestaciones.

**Solución:** Sea x (y, z) el número de respuestas correctas (incorrectas, no contestadas). Del enunciado, tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=0 \\ x-\dfrac{y}{2}=6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=30 \\ 2x-y=12 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=30 \\ y=2x-12 \end{array}\right\} \Rightarrow x+2x-12+z=30 \Rightarrow 3x+z=42$$

Además:

$$y=2x-12 \geq 0 \Rightarrow x \geq 6$$

$$z=42-3x \geq 0 \Rightarrow \frac{42}{3} \geq x \Rightarrow 14 \geq x$$

Luego x ∈ {6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14} y tendremos:

| x correctas | z = 42 – 3x no contestadas | y = 2x – 12 incorrectas |
|---|---|---|
| 6 | 24 | 0 |
| 7 | 21 | 2 |
| 8 | 18 | 4 |
| 9 | 15 | 6 |
| 10 | 12 | 8 |
| 11 | 9 | 10 |
| 12 | 6 | 12 |
| 13 | 3 | 14 |
| 14 | 0 | 16 |

**Noviembre 13:** Una persona tiene una silla de montar valorada en 50 € y dos caballos. Si coloca la silla en el primero su valor es el doble del segundo. Si coloca la silla en el segundo su valor es el triple del primero. ¿Cuál es el valor de cada caballo?

**Solución:** Sea x (y) el valor del primer (segundo) caballo. Tendremos, según el enunciado:

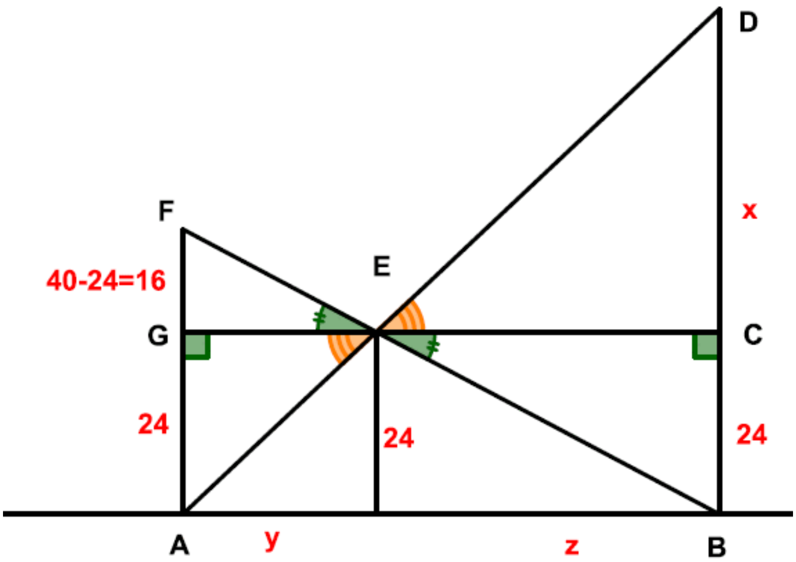
$$\left.\begin{array}{r} x+50=2y \\ 3x=y+50 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=2y-50 \\ 3x=y+50 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x=6y-150 \\ 3x=y+50 \end{array}\right\} \Rightarrow 6y-150=y+50 \Rightarrow y=40$$

$$x=2\cdot 40-50=30$$

Es decir, el primer caballo tiene un valor de 30 € y el segundo caballo un valor de 40 €

**Noviembre 15-22:** Cada uno de dos palos verticales de diferentes alturas situados en un terreno plano, tiene un aparato, en su parte superior, que dirige un rayo láser a la base del otro palo. Si los rayos se cruzan a una altura de 24 m del suelo y si el menos alto de los palos tiene una altura de 40 m, ¿cuál es la altura del palo más alto?

**Solución:** Dibujemos la situación descrita:




Como los ángulos coloreados en E son opuestos por el vértice serán iguales. Por tanto:

$$\Delta GAE \approx \Delta EDC \Rightarrow \frac{24}{x} = \frac{y}{z}$$

$$\Delta FGE \approx \Delta ECB \Rightarrow \frac{24}{16} = \frac{z}{y}$$

Por tanto:

$$\frac{24}{x} = \frac{16}{24} \Rightarrow x = \frac{24^2}{16} = 36$$

Luego el palo más alto mide (36 + 24 =) 60 metros

**Noviembre 16-17:** Tengo dos monedas. Una tiene un 7 en una cara y la otra tiene un 10. Si lanzamos las dos monedas al aire y sumamos los resultados que aparecen en sus caras superiores, obtenemos: 11, 12, 16 y 17. ¿Qué números pueden ser los números de las dos monedas?

**Solución:** Supondremos que la primera moneda es (7|x) y la segunda moneda es (10|y). De los resultados posibles al lanzar las dos monedas tendremos que los conjuntos {7 + y, x + 10, x + y} y {11, 12, 16} han de ser iguales. Es decir: 7 + y puede ser cualquiera de los resultados: 11, 12 o 16; x + 10 será cualquiera de los dos que quedan y por último x + y será el último resultado que queda. Hay en total (3·2·1 =) 6 sistemas posibles. Analicemos cada una de estas posibilidades:

$$\left.\begin{array}{r} 7+y=11 \\ x+10=12 \\ x+y=16 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=11-7=4 \\ x=12-10=2 \\ x+y=4+2=6\neq 16 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{No es posible}$$

$$\left.\begin{array}{r} 7+y=11 \\ x+10=16 \\ x+y=12 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=11-7=4 \\ x=16-10=6 \\ x+y=4+6=10\neq 12 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{No es posible}$$

$$\left.\begin{array}{r} 7+y=12 \\ x+10=11 \\ x+y=16 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=12-7=5 \\ x=11-10=1 \\ x+y=5+1=6\neq 16 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{No es posible}$$

$$\left.\begin{array}{r} 7+y=12 \\ x+10=16 \\ x+y=11 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=12-7=5 \\ x=16-10=6 \\ x+y=5+6=11 \end{array}\right\} \Rightarrow \textbf{Solución: } (\mathbf{7|6})\ \boldsymbol{y}\ (\mathbf{10|5})$$

$$\left.\begin{array}{r} 7+y=16 \\ x+10=11 \\ x+y=12 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=16-7=9 \\ x=11-10=1 \\ x+y=1+9=10\neq 12 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{No es posible}$$

$$\left.\begin{array}{r} 7+y=16 \\ x+10=12 \\ x+y=11 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=16-7=9 \\ x=12-10=2 \\ x+y=2+9=11 \end{array}\right\} \Rightarrow \textbf{Solución: } (\mathbf{7|2})\ \boldsymbol{y}\ (\mathbf{10|9})$$

**Noviembre 19-20:** Dos ascensores parten, vacíos, del sexto piso de un edificio a las dos de la tarde y ambos van bajando. El más rápido tarda un minuto de ir de un piso a otro, mientras que el más lento tarda dos minutos. El primer ascensor que llega a un piso tendrá que parar tres minutos para abrir puertas, subir y bajar pasajeros y cerrar puertas. ¿Qué ascensor llega antes al primer piso? ¿A qué hora llegará cada ascensor a la planta baja?

**Solución:** Haremos un recorrido minucioso del descenso de los dos ascensores:

| 0m | Rápido | Lento |
|---|---|---|
| 1m | Llega a P5. Para | |
| 2m | | |
| 3m | | |
| 4m | Puertas cerradas en P5. Baja | Llega a P4. Para |
| 5m | | |
| 6m | Llega P3. Para | |
| 7m | | Puertas cerradas en P4. Baja |
| 8m | | |
| 9m | Puertas cerradas en P3. Baja | Llega a P3. No para |
| 10m | Llega a P2. Para | |
| 11m | | Llega a P2. No para |
| 12m | | |
| 13m | Puertas cerradas en P2. Baja | Llega a P1. Para |
| 14m | Llega a P1. No para | |
| 15m | Llega a P0. Para | |
| 16m | | Puertas cerradas en P1. Baja |
| 17m | | |
| 18m | | Llega a P0. Para |

Llega primero al primer piso el ascensor lento a las 14 h 13m. A la planta baja llega el rápido a las 14h 15 m y el lento a las 14 h 18 m.

**Noviembre 23:** Halla los naturales tales que la mitad de sus divisores sean pares y la otra mitad impares.

**Solución:** Sea N uno de tales números. Entonces, en la descomposición factorial de N como producto de números primos, ha de aparecer el factor 2 elevado a 1. Para estos números (N = 2·m) tendremos que se componen de un número m que no contiene al factor 2. Cada divisor de m: q genera dos divisores de N, el propio divisor de m: q y el divisor de N: 2·q. Como en m no está el factor 2, todos sus divisores son impares. Por lo tanto, los divisores de N serán la mitad impares y la otra mitad pares.

**Noviembre 24:** Halla las parejas de capicúas de cuatro cifras cuya suma sea un capicúa de cinco cifras.

**Solución:** Tendremos:

$$\begin{array}{ccccc} & a & b & b & a \\ + & c & d & d & c \\ \hline x & y & z & y & x \end{array}$$

1.- Fijémonos en la cifra x de las centenas de millar de la suma: Como esta es suma de otros dos dígitos, tenemos que:

$$a \leq 9, c \leq 9 \ \Rightarrow c + a \leq 18 + 1 = 19 \ \Rightarrow x = 1$$

(pues posiblemente podremos "llevar" 1 de la suma anterior).

2.- Tendremos:

$$\begin{array}{ccccc} & a & b & b & a \\ + & c & d & d & c \\ \hline 1 & y & z & y & 1 \end{array}$$

Fijémonos ahora en que la suma de unidades de millar (de los capicúas de cuatro cifras) más las que posiblemente "llevemos" (1) da 10 + y. Es decir:

$$a + c + (1) = 10 + y \ \ \Rightarrow \ \ a + c = 10 + y - (1)$$

(donde (1) indica que "posiblemente llevemos" 1). Es decir, a + c termina en y – (1). Y ahora, en la suma de unidades de los dos capicúas de cuatro cifras: a + c termina en 1. Luego:

$$y - (1) = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} y = 1 \\ y = 2 \end{array}$$

Es decir: a + c = 11 y además, y= 1 o y = 2

3.- Supongamos y =1

$$\begin{array}{ccccc} & & & 1 & \\ & a & b & b & a \\ + & c & d & d & c \\ \hline 1 & 1 & z & 1 & 1 \end{array}$$

Entonces al sumar las decenas de los capicúas de cuatro cifras:

$$1 + b + d = 1 \ (*) \ \Rightarrow \ \ b + d = 0 \ \ \Rightarrow \ \ b = d = 0 \ \ \Rightarrow z = 0$$

Y un posible resultado es:

$$\begin{array}{ccccc} & & & 1 & \\ & a & 0 & 0 & a \\ + & c & 0 & 0 & c \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

y como a + c = 11:

| a | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| c | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Nos salen ocho casos

(*) El caso 1 + b + d = 10 + 1, es decir b + d = 10, lleva a un número de cinco cifras que no es capicúa:

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 1 & 1 & \\ & a & b & b & a \\ + & c & d & d & c \\ \hline 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

4.- Supongamos y = 2

$$\begin{array}{ccccc} & & & 1 & \\ & a & b & b & a \\ + & c & d & d & c \\ \hline 1 & 2 & z & 2 & 1 \end{array}$$

Entonces al sumar las decenas y las centenas de los capicúas de cuatro cifras:

$$\left.\begin{array}{l} b + d + 1 = 12\ (**) \\ b + d + 1 = 10 + z \end{array}\right\} \Rightarrow\ b + d = 11 \text{ y } z = 2$$

Luego otros resultados son:

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 1 & 1 & \\ & a & b & b & a \\ + & c & d & d & c \\ \hline 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{array}$$

En donde a + c = 11:

| a | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| c | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

y b + d = 11

| b | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| d | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

(**) El caso 1 + b + d = 2, es decir b + d = 1, lleva a un número de cinco cifras que no es capicúa:

$$\begin{array}{ccccc} & & & 1 & \\ & a & b & b & a \\ + & c & d & d & c \\ \hline 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array}$$

En total cada par de cifras (a, c), con a + c = 11 origina (8 + 1 =) 9 casos para la pareja (b, d):

| b | 0 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| d | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Hay en total (8·9 =) 72 posibles casos.

**<u>Noviembre 25-26:</u>** En casa tengo un reloj despertador que atrasa dos minutos cada hora, mientras que mi reloj de muñeca adelanta un minuto cada hora. Cierto día pongo en hora los dos relojes y salgo de casa. Al volver el reloj de mi muñeca marca las 12 de la noche y en cambio, en el despertador eran las 11 de la noche. ¿Cuánto tiempo estuve fuera de casa? ¿Cuál era la hora exacta cuando entre en casa?

**Solución:** Cada hora que pasa hay una discrepancia de tres minutos entre los dos relojes. Como al regresar a casa, la discrepancia entre ellos es de 60 minutos, han pasado

$$\left(\frac{60}{3}=\right)\ \mathbf{20\ horas}$$

Al entrar en casa mi reloj (que adelanta un minuto por hora) marca las 24.00 horas. Como lleva un adelanto de 20 minutos son, exactamente, las **23.40**

**Noviembre 27:** El producto de un número de dos cifras por sus propias cifras da 1950. Hallar dicho número.

**Solución:** Si 10·a + b es el número buscado, tendremos:

$$1950=\begin{cases}=2\cdot 3\cdot 5^2\cdot 13\\=(10a+b)\cdot a\cdot b\end{cases}$$

Terminaremos el problema escribiendo los factores primos de 1950 como un producto de tres factores, dos de ellos de una cifra y otro de dos cifras que sean los factores unitarios.

Por simple manipulación de los factores primos:

$$1950=\begin{cases}=6\cdot 5\cdot(5\cdot 13)=6\cdot 5\cdot 65\\=(10a+b)\cdot a\cdot b\end{cases}$$

Luego hay un único número que cumple el enunciado: el 65.

**Noviembre 29-30:** Coloca 1 o –1, en cada casilla de una cuadrícula 4x4 para que el producto de todos los números de una fila o una columna sea siempre –1. ¿Cuál es la mínima y máxima cantidad de –1 que debemos poner? ¿Cuáles serían estas cantidades en una cuadrícula nxn?

**Solución:** Si el producto de los números de cada fila o columna ha de dar –1, al menos ha de haber un – 1 en cada fila y columna. Y esto es posible poniendo un –1 en cada casilla de la diagonal principal o secundaria. También es posible de otras muchas formas

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | **-1** | -1 |
| 1 | 1 | **-1** | 1 | -1 |
| 1 | **-1** | 1 | 1 | -1 |
| **-1** | 1 | 1 | 1 | -1 |
| -1 | -1 | -1 | -1 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | **-1** | 1 | -1 |
| 1 | 1 | 1 | **-1** | -1 |
| 1 | **-1** | 1 | 1 | -1 |
| **-1** | 1 | 1 | 1 | -1 |
| -1 | -1 | -1 | -1 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | **-1** | 1 | -1 |
| 1 | 1 | 1 | **-1** | -1 |
| **-1** | 1 | 1 | 1 | -1 |
| 1 | **-1** | 1 | 1 | -1 |
| -1 | -1 | -1 | -1 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **-1** | 1 | 1 | 1 | -1 |
| 1 | 1 | **-1** | 1 | -1 |
| 1 | 1 | 1 | **-1** | -1 |
| 1 | **-1** | 1 | 1 | -1 |
| -1 | -1 | -1 | -1 | |

El número máximo de –1 sale poniendo en cada fila o columna un total de tres –1 y un 1.Y esto se alcanza cambiando en cada una de las soluciones del apartado anterior, cada 1 por –1 y cada –1 por 1. Por ejemplo, para la primera solución del apartado anterior tendremos la figura adjunta.

Se pueden colocar un máximo de (4·4 – 4 =) 12 números –1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **-1** | **-1** | **-1** | 1 | -1 |
| **-1** | **-1** | 1 | **-1** | -1 |
| **-1** | 1 | **-1** | **-1** | -1 |
| 1 | **-1** | **-1** | **-1** | -1 |
| -1 | -1 | -1 | -1 | |

Si la cuadrícula es de dimensión nxn el número mínimo de –1 que podemos colocar es n (por ejemplo, colocar un –1 en cada casilla de la diagonal principal o de la diagonal secundaria.

El número máximo de celdas con –1, es:

$$\text{n impar} \;\Rightarrow\; \text{n}^2 \;\; (\text{todas las casillas pueden tener} -1)$$

$$\text{n par} \;\Rightarrow\; \begin{cases} \text{en todas las casillas excepto una en cada} \\ \text{fila o en cada columna, es decir, excepto} \\ \text{en n casillas} \Rightarrow \text{n}^2 - \text{n} = \text{n} \cdot (\text{n} - 1) \end{cases}$$