SOLUCIONES DICIEMBRE 2021

PROBLEMAS PARA TERCERO Y CUARTO DE LA E.S.O. AUTORES: Colectivo "CONCURSO DE PRIMAVERA" http://www.concursoprimavera.es/#concurso.

Diciembre 1: La suma de tres dígitos da 15. Si uno de ellos se reemplaza por 3, el producto de los nuevos dígitos da 36. ¿Qué dígitos había al principio?

Solución: Sean α, β y η los dígitos iniciales siendo α el sustituido por 3. Entonces:

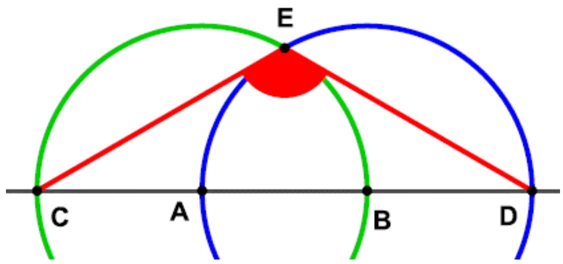
$$\alpha+\beta+\eta = 15 \text{ y } 3\cdot\beta\cdot\eta = 36 \;\Rightarrow\; \beta\cdot\eta = 12\begin{cases} = 3\cdot 4 \;\Rightarrow\; \beta = 3;\; \eta = 4 \\ = 6\cdot 2 \;\Rightarrow\; \beta = 2;\; \eta = 6 \end{cases}$$

Si $\beta = 3$ y $\eta = 4$, entonces $\alpha = 15 - (3 + 4) = 8$.

Si $\beta = 2$ y $\eta = 6$, entonces $\alpha = 15 - (2 + 6) = 7$.

Luego los dígitos iniciales eran 8, 3, 4 o 7, 2, 6, habiendo sido cambiado el 8 o el 7 por 3.

Diciembre 2-3: En la imagen hay dos circunferencias iguales de centros A y B. Cada una de ellas pasa por el centro de la otra y la recta que pasa por A y B corta a las circunferencias en C y D. Si E es la intersección de las dos circunferencias, halla $\angle CED$



Solución: El triángulo ΔABE es equilátero (pues tiene los lados iguales al radio de las circunferencias): Luego $\angle BAE = \angle ABE = 60°$. Ahora, por la relación entre ángulo central y ángulo inscrito, tenemos:

$$\angle DCE = \angle CDE = 30°$$

$$Por\ \text{último}, en\ \Delta CDE:$$

$$\angle \text{CED} = 180° - (\angle \text{DCE} + \angle \text{CDE}) = 180° - (30° + 30°) = 120°$$

Diciembre 4: En un examen de matemáticas, si cada chico hubiese obtenido tres puntos más de los que obtuvo, la media de toda la clase habría sido 1,2 puntos más alta de lo que fue. Halla el porcentaje de chicas que hay en la clase.

Solución: Sea x (y) el porcentaje de chicos (chicas) y S_x (S_y) la suma de las notas de los chicos (chicas). Entonces:

$$\frac{S_x + 3x + S_y}{x+y} = 1{,}2 + \frac{S_x + S_y}{x+y} \;\Rightarrow\; 3x = 1{,}2(x+y) \;\Rightarrow\; 1{,}8x = 1{,}2y \;\Rightarrow 3x = 2y$$

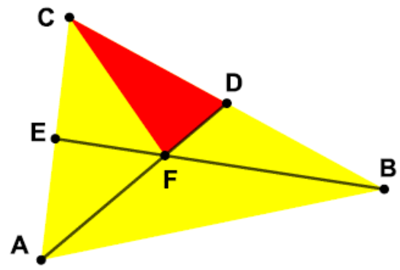
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k \\ y = 3p \end{cases} \Rightarrow\; 3\cdot 2k = 2\cdot 3p \;\Rightarrow\; k = p \;\Rightarrow\; \begin{cases} x = 2k \\ y = 3k \end{cases}$$

Por último:

$$x + y = 100 \;\Rightarrow 2k + 3k = 100 \;\Rightarrow k = 20 \;\Rightarrow \begin{cases} x = 40\% \\ y = 60\% \end{cases}$$

Diciembre 6-7: Sea dado el triángulo ΔABC, sean BE y AD dos medianas cuya intersección es F.

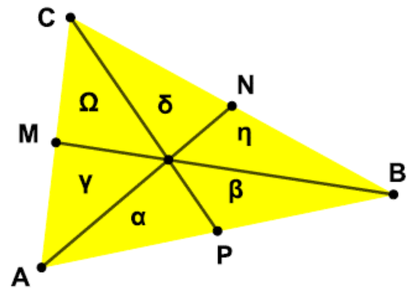
Supongamos que $A_{\Delta FDC} = 3$. Halla el área de los triángulos ΔEAB y ΔAFB y el área del cuadrilátero EFDC

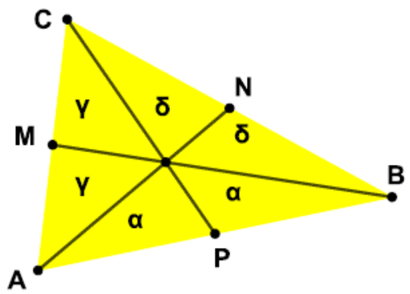


Lema: las medianas de cualquier triángulo dividen al triángulo en seis triángulos todos ellos con la misma área.

Demostración: Aplicamos que dos triángulos con la misma base y el tercer vértice común (y por lo tanto la misma altura) tienen la misma área. Con ello tenemos que en la figura adjunta se cumple:

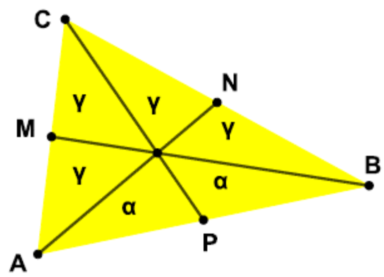
$$\alpha = \beta;\ \ \eta = \delta;\ \ \Omega = \gamma$$





Por la misma razón, tendremos que los triángulos ΔAPC y ΔPBC tiene igual área, por lo que:

$$2\gamma + \alpha = 2\delta + \alpha \ \ \Rightarrow \ \ \gamma = \delta$$



Por último, en la ilustración de la derecha, los triángulos ΔAMB y ΔCMB tienen igual área. Por tanto:

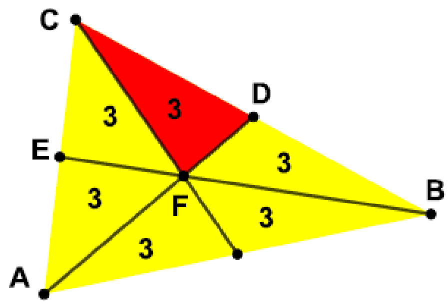
$$\gamma + 2\alpha = 3\gamma \ \ \Rightarrow \ \ \gamma = \alpha$$

Y así, los seis triángulos tienen la misma área.

Solución: Aplicando el lema anterior al triángulo del enunciado, tendremos la figura adjunta.

De ella obtenemos, obviamente:

$$A_{\Delta EAB} = 3 + 3 + 3 = 9$$
$$A_{\Delta AFB} = 3 + 3 = 6$$
$$A_{EFDC} = 3 + 3 = 6$$



Diciembre 8: Halla los naturales menores que 100 con mayor número de divisores.

Solución: Recordemos que si es dado el natural N con descomposición factorial como producto de primos:

$$N = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \cdots \cdot p_n^{\alpha_n}$$

entonces los divisores de N son los números de la forma:

$$d = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \cdots \cdot p_n^{\beta_n}$$

donde:

$$0 \leq \beta_i \leq \alpha_i \quad \forall i \in \{1, 2, \cdots, n\}$$

por lo que el número de divisores de N es:

$$(\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot \cdots \cdot (\alpha_n + 1)$$

Como buscamos números menores que 100, estos pueden tener hasta seis doses, no más de cuatro treses, a lo más dos cincos o dos sietes. Por tamaño es mejor tener más doses que treses o tantos treses como cincos y sietes. Como 2·3·5·7 pasa de 100 vamos a partir de doses y ver como los acompañamos:

$2^6 = 64$, tiene (6 + 1 =) 7 divisores.

$2^5 \cdot 3 = 96$, tiene ((5 + 1)·(1 + 1) =) 12 divisores.

$2^4 \cdot 3 = 48$ y $2^4 \cdot 5 = 80$ tienen ((4 + 1)·(1 + 1) =) 10 divisores.

$2^3 \cdot 3^2 = 72$, $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$, $2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$, $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$ tienen 12 divisores.

Luego la contestación al enunciado es: el mayor número de divisores de los números de una o dos cifras es 12 y los números que los alcanzan son: 96, 72, 60, 90 y 84.

<u>Diciembre 9:</u> Tengo dos dados, uno rojo y otro azul. Si lanzo los dos a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que el número que muestra el dado rojo sea mayor que el número que muestra el dado azul?

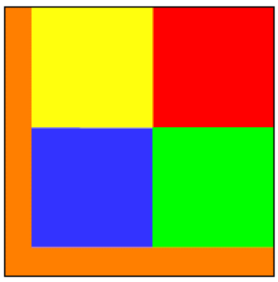
<u>Solución:</u>

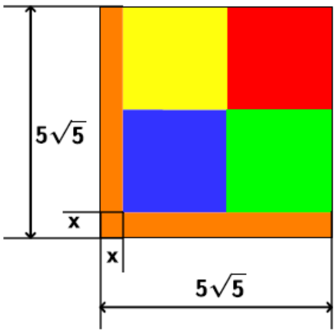
A\R	1	2	3	4	5	6
1		*	*	*	*	*
2			*	*	*	*
3				*	*	*
4					*	*
5						*
6						

En la tabla adjunta se recogen los distintos resultados posibles de los dos lanzamientos y con una estrella los resultados favorables al suceso del enunciado. Tendremos entonces:

$$P = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}} = \frac{5+4+3+2+1}{36} = \frac{5}{12}$$

<u>Diciembre 10-11:</u> Dividimos un cuadrado de 125 cm^2 de área en cinco regiones, cuatro cuadrados y un polígono en forma de L, todas ellas de igual área. ¿Cuál es la longitud, en cm, del lado más corto del polígono en forma de L?





Solución: Ya que el área del cuadrado inicial, es 125 cm^2, su lado es:

$$\sqrt{125} = 5\sqrt{5}\ \mathrm{cm}^2$$

Sea x el lado más pequeño del polígono en forma de L, de área 25 cm^2; entonces:

$$5\sqrt{5}x + x\left(5\sqrt{5} - x\right) = 25 \Rightarrow\ x^2 - 10\sqrt{5}x + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5\sqrt{5} - 10 \\ x = 5\sqrt{5} + 10 \end{cases}$$

La segunda solución se desprecia (pues es mayor que el lado del cuadrado), por lo que $x = 5\sqrt{5} - 10$

Diciembre 13: Halla los naturales cuyo cuadrado y el propio número termina en los dos mismos dígitos y en el mismo orden.

Solución: Supongamos que N y N^2 terminen en los dígitos a y b (y en este orden). Entonces:

$$\mathrm{N} = 100\mathrm{x} + 10\mathrm{a} + \mathrm{b}$$

$$\mathrm{N}^2 = (100\mathrm{x} + 10\mathrm{a} + \mathrm{b})^2 = 100\mathrm{y} + 20\mathrm{ab} + \mathrm{b}^2$$

(donde x (y) no tienen por qué ser dígitos, sino que representan números, más exactamente x son las cifras de N excepto las unidades y las decenas y análogamente y). Es decir:

b^2 termina en la misma cifra que es b

20ab + b^2 termina en 10a + b

La primera condición lleva a b = 0 (b^2 = 0), b = 1 (b^2 = 1), b = 5 (b^2 = 25) y b = 6 (b^2 = 36).

Si b = 0

$$\begin{matrix} 20\mathrm{ab} + \mathrm{b}^2 \text{ termina en } 00 \\ 10\mathrm{a} + \mathrm{b} \text{ termina en } 10\mathrm{a} \end{matrix} \ \Rightarrow\ \mathrm{a} = \mathrm{b} = 0\ \Rightarrow \mathrm{N} \text{ termina en } 00$$

Si b = 1

$$\begin{matrix} 20\mathrm{ab} + \mathrm{b}^2 = 20\mathrm{a} + 1 \\ 10\mathrm{a} + \mathrm{b} = 10\mathrm{a} + 1 \end{matrix} \Rightarrow 2\mathrm{a} \text{ y a terminan igual} \Rightarrow \mathrm{a} = 0;\ \mathrm{b} = 1 \Rightarrow \mathrm{N} \text{ termina en } 01$$

Si b = 5

$$\begin{matrix} 20\mathrm{ab} + \mathrm{b}^2 = 100\mathrm{a} + 25 \\ 10\mathrm{a} + \mathrm{b} = 10\mathrm{a} + 5 \end{matrix} \Rightarrow \mathrm{a} = 2\ \Rightarrow \mathrm{a} = 2;\ \mathrm{b} = 5 \Rightarrow \mathrm{N} \text{ termina en } 25$$

Si b = 6

$$\begin{matrix} 20\mathrm{ab} + \mathrm{b}^2 = 120\mathrm{a} + 36 \\ 10\mathrm{a} + \mathrm{b} = 10\mathrm{a} + 6 \end{matrix} \text{ terminan en las dos mismas cifras}$$

$$\text{Si a} = 0\ \Rightarrow \begin{cases} 120\mathrm{a} + 36 \text{ termina en } 36 \\ 10\mathrm{a} + 6 \text{ termina en } 06 \end{cases} \quad \text{NO}$$

$$\text{Si a} = 1\ \Rightarrow \begin{cases} 120\mathrm{a} + 36 \text{ termina en } 56 \\ 10\mathrm{a} + 6 \text{ termina en } 16 \end{cases} \quad \text{NO}$$

$$\text{Si a} = 2\ \Rightarrow \begin{cases} 120\mathrm{a} + 36 \text{ termina en } 76 \\ 10\mathrm{a} + 6 \text{ termina en } 26 \end{cases} \quad \text{NO}$$

$$\text{Si a} = 3\ \Rightarrow \begin{cases} 120\mathrm{a} + 36 \text{ termina en } 96 \\ 10\mathrm{a} + 6 \text{ termina en } 36 \end{cases} \quad \text{NO}$$

$$\text{Si a} = 4 \Rightarrow \begin{cases} 120\text{a} + 36 \text{ termina en } 16 \\ 10\text{a} + 6 \text{ termina en } 46 \end{cases} \quad \text{NO}$$

$$\text{Si a} = 5 \Rightarrow \begin{cases} 120\text{a} + 36 \text{ termina en } 36 \\ 10\text{a} + 6 \text{ termina en } 56 \end{cases} \quad \text{NO}$$

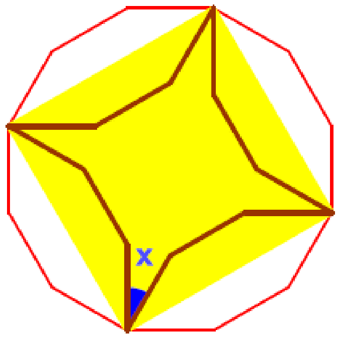
$$\text{Si a} = 6 \Rightarrow \begin{cases} 120\text{a} + 36 \text{ termina en } 56 \\ 10\text{a} + 6 \text{ termina en } 66 \end{cases} \quad \text{NO}$$

$$\text{Si a} = 7 \Rightarrow \begin{cases} 120\text{a} + 36 \text{ termina en } 76 \\ 10\text{a} + 6 \text{ termina en } 76 \end{cases} \quad \text{SI}$$

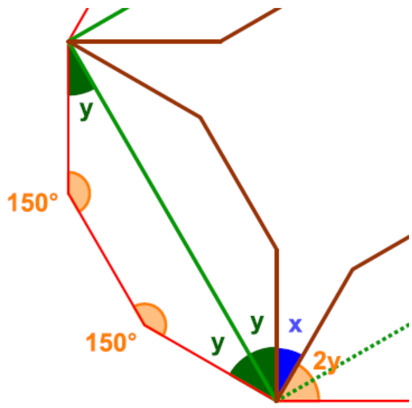
$$\text{Si a} = 8 \Rightarrow \begin{cases} 120\text{a} + 36 \text{ termina en } 96 \\ 10\text{a} + 6 \text{ termina en } 86 \end{cases} \quad \text{NO}$$

$$\text{Si a} = 9 \Rightarrow \begin{cases} 120\text{a} + 36 \text{ termina en } 16 \\ 10\text{a} + 6 \text{ termina en } 96 \end{cases} \quad \text{NO}$$

Luego cumplen el enunciado los números que terminan en 00, en 01, en 25 y en 76



<u>Diciembre 14-15:</u> En un dodecágono regular hemos inscrito un cuadrado, como se observa en la figura. Además, hemos dibujado los simétricos de los lados del dodecágono con eje de simetría los lados del cuadrado. Halla la medida del ángulo x y el área de la estrella si el lado del dodecágono mide 1

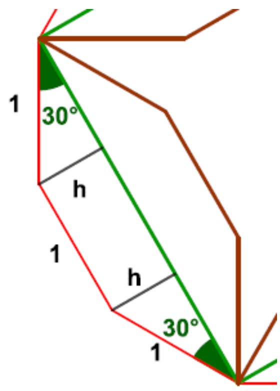


<u>Solución:</u> El ángulo entre dos aristas consecutivas del dodecágono vale

$$180° - \frac{360°}{12} = 150° \;\Rightarrow\; y = \frac{360° - 2 \cdot 150°}{2} = 30°$$

Por último:

$$150° = 4y + x = 120° + x \;\Rightarrow\; x = 30°$$



Para calcular el área de la estrella restaremos al área del cuadrado la suma de áreas de los cuatro trapecios isósceles que generan las puntas de la estrella. Tendremos:

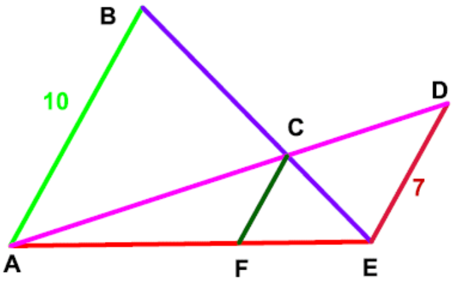
$$\text{h} = \text{sen } 30^{\circ\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\text{A} = \frac{1 + (1 + 2\cos 30°)}{2} \cdot \text{h} = \frac{1 + 1 + \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$$

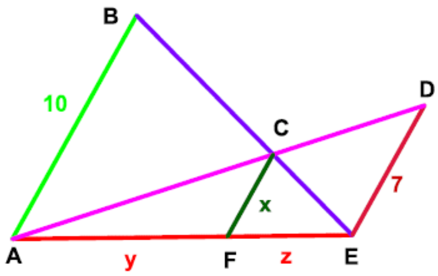
Por último:

$$A_{es} = \left(1+\sqrt{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{4} = 2+\sqrt{3}$$

<u>Diciembre 16-17:</u> En la figura adjunta los segmentos AB, CF y ED son paralelos. Si la longitud de AB es 10 y la longitud de ED es 7, halla la longitud del segmento CF.



<u>Solución:</u> Sea x la longitud del segmento FC, y la del segmento AF y z la del segmento FE. Entonces:



$$\left.\begin{array}{l} \Delta BAE \approx \Delta CFE \Rightarrow \dfrac{y+z}{10} = \dfrac{z}{x} \Rightarrow 7(y+z) = 70\dfrac{z}{x} \\ \Delta AED \approx \Delta ACF \Rightarrow \dfrac{y+z}{7} = \dfrac{y}{x} \Rightarrow 10(y+z) = 70\dfrac{y}{x} \end{array}\right\}$$

Sumando las dos últimas ecuaciones:

$$17(y+z) = 70\frac{y+z}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{70}{17}$$

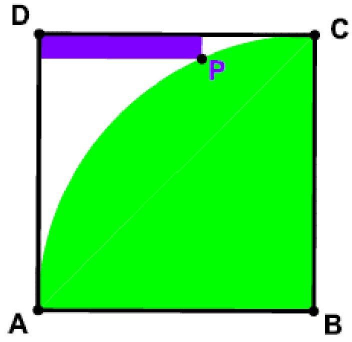
<u>Diciembre 18:</u> Con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5 escritos en algún orden formamos el número PQRST. Si PQR es múltiplo de 4, QRS es múltiplo de 5 y RST es múltiplo de 3, halla el número PQRST.

<u>Solución:</u> Si QRS debe ser múltiplo de 5, entonces S = 5 (ya que S no puede ser 0). Si PQR es múltiplo de 4, entonces QR debe ser múltiplo de 4. Repasando la tabla de multiplicar del 4 y recordando que los dígitos participantes han de ceñirse a 1, 2, 3 y 4, hay tres posibilidades:

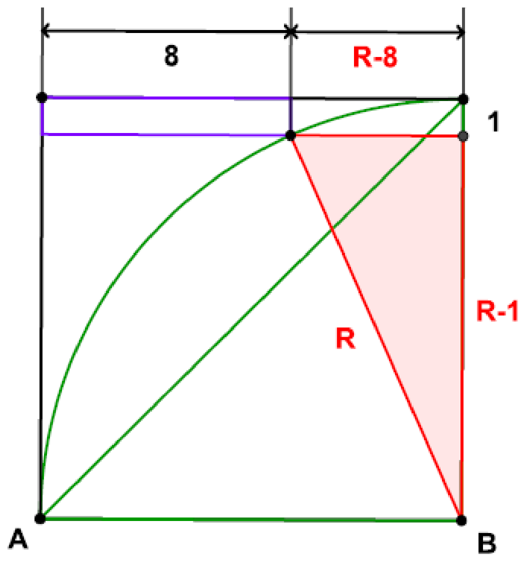
A. (4·3 =) 12 $\Rightarrow$ Q =1, R = 2
B. (4·6 =) 24 $\Rightarrow$ Q = 2, R = 4
C. (4·8 =) 32 $\Rightarrow$ Q = 3, R = 2

Analicemos cada una de estas posibilidades, exigiendo que RST debe ser múltiplo de 3:

A. Q = 1, R = 2, S = 5 $\Rightarrow$ RST = 25T debe ser múltiplo de 3 $\Rightarrow$ 7 + T debe ser múltiplo de 3 $\Rightarrow$ 7 + T debe ser 9 (12) y por tanto T = 2 =R NO (T = 5 = S NO)
B. Q = 2, R = 4, S = 5 $\Rightarrow$ RST = 45T debe ser múltiplo de 3 $\Rightarrow$ 9 + T debe ser múltiplo de 3 $\Rightarrow$ 9 + T debe ser 12 y por tanto T = 3. El número es 12453
C. Q = 3, R = 2, S = 5 $\Rightarrow$RST = 25T debe ser múltiplo de 3 $\Rightarrow$ 7 + T debe ser múltiplo de 3 $\Rightarrow$ 7 + T debe ser 9 (12) y por tanto T = 2 =R NO (T = 5 = S NO)



Diciembre 20-21: Se tiene un cuadrado ABCD y un cuadrante de radio CB y centro B. P es un punto del cuadrante que dista 8 unidades del lado DA y una unidad del lado DC. Halla el lado del cuadrado.



Solución: Sea R el lado del cuadrado inicial. Generamos el triángulo rojo de la ilustración y en él aplicamos Pitágoras. Con ello:

$$R^2 = (R-1)^2 + (R-8)^2 \ \Rightarrow \ R^2 - 18R + 65 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = 13 \\ R = 5 \end{cases}$$

Por lo tanto el lado del cuadrado es 13 (No puede ser 5 pues entonces un lado del triángulo sería R – 8 = 5 – 8 = – 3)

Diciembre 22: Del natural N se sabe que es múltiplo de p, pero no es múltiplo de 2p. Halla el resto de N al ser dividido por 2p.

Solución: Al ser N múltiplo de p, tendremos:

$$N = k \cdot p$$

donde k es impar, pues si fuese par: k = 2n, entonces:

$$N = 2 \cdot n \cdot p$$

Y así, tendríamos que N es múltiplo de 2p, que contradice el enunciado. Sea pues k = 2n + 1, entonces:

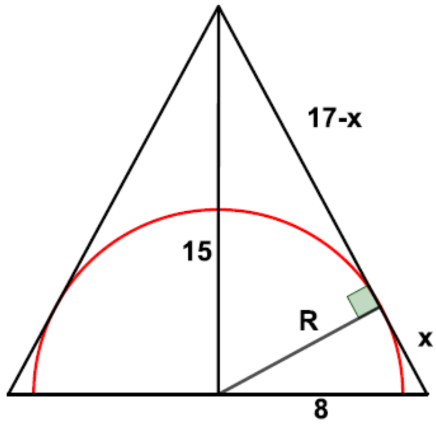
$$N = p \cdot (2n+1) = 2p \cdot n + p \ \Rightarrow \ r_{2p}(N) = r_{2p}(2p \cdot n) + r_{2p}(p) = 0 + p = p$$

Diciembre 23: Inscribimos una semicircunferencia en un triángulo isósceles de base 16 y altura 15, como muestra la figura. Halla el radio de la semicircunferencia.

Solución: Los lados iguales del triángulo isósceles miden:

$$\sqrt{15^2+8^2}=17$$

Al aplicar Pitágoras a los dos triángulos rectángulos de la ilustración, tendremos:



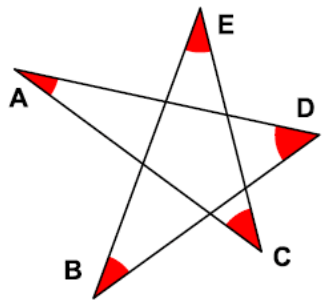
$$\left.\begin{array}{l} 15^2 = R^2 + (17-x)^2 = R^2 + x^2 + 289 - 34x \\ 8^2 = R^2 + x^2 \end{array}\right\}$$

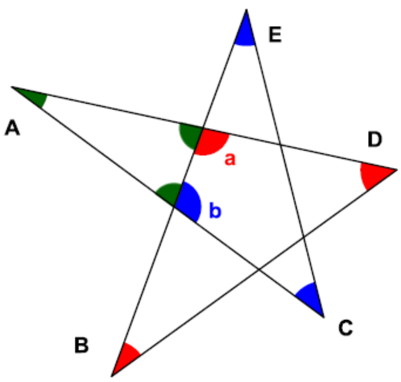
$$\Rightarrow \quad 15^2 = 8^2 + 289 - 34x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{64}{17}$$

Y sustituyendo en la segunda ecuación:

$$R^2 = 64 - \left(\frac{64}{17}\right)^2 \;\Rightarrow\; R = \frac{120}{17}$$

Diciembre 24-25: ¿Cuánto vale la suma de la medida de los ángulos A, B, C, D y E de la estrella de la figura adjunta?





Solución: En el triángulo de ángulos rojos, tenemos:

$$\widehat{B} + \widehat{D} + a = 180° \;\Rightarrow\; -a = \widehat{B} + \widehat{D} - 180°$$

En el triángulo de ángulos azules, tenemos:

$$\widehat{C} + \widehat{E} + b = 180° \;\Rightarrow\; -b = \widehat{C} + \widehat{E} - 180°$$

En el triángulo de ángulos verdes, tenemos:

$$\widehat{A} + (180° - a) + (180° - b) = 180°$$

Y sustituyendo $-a$ y $-b$, llegamos a:

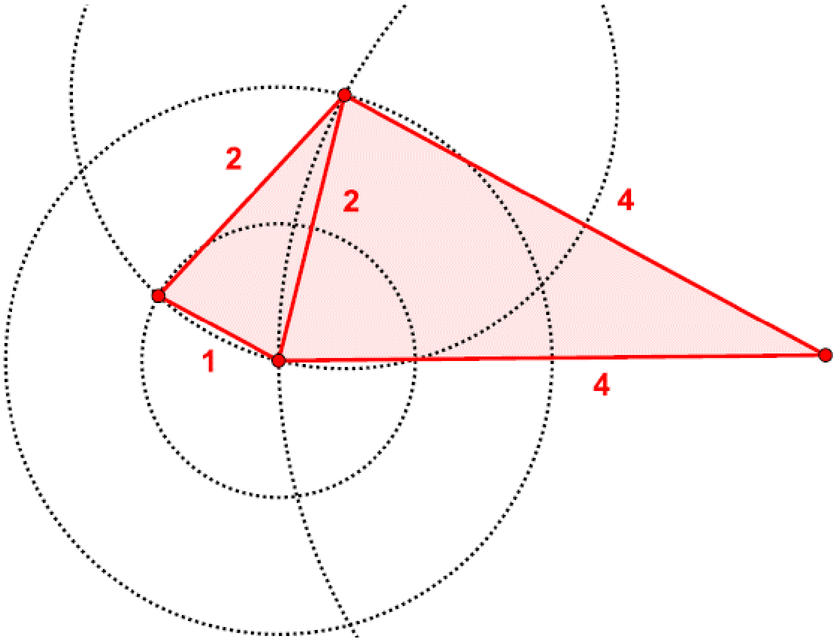
$$\widehat{A} + \left(180° + \widehat{B} + \widehat{D} - 180°\right) + \left(180° + \widehat{C} + \widehat{E} - 180°\right) = 180°$$

Es decir:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{D} + \widehat{C} + \widehat{E} = 180°$$

Diciembre 27: Dos lados de un cuadrilátero miden 4 y 1. Una de las diagonales, de longitud 2, divide al cuadrilátero en dos triángulos isósceles. Calcula el perímetro del cuadrilátero.

Solución:



Como los lados dados (1 y 4) y la diagonal (2) no forman triángulo (pues no cumplen la desigualdad triangular: 4 > 2 + 1), los lados dados y la diagonal han de ser concurrentes. Por tanto, los lados del cuadrilátero deben ser: 1, 4, 4 y 2. Luego el perímetro es (1 + 4 + 4 + 2 =) 11.

Diciembre 28-29: Rellena las celdas de la matriz adjunta con dígitos de manera que todas las filas sumen lo mismo, que todas las columnas sumen lo mismo, aunque la suma de una fila pueda ser diferente de la suma de una columna

2	4		2
	3	3	
6		1	

Solución: Tendremos, de la ilustración adjunta:

$$\begin{cases} 7 + y = 4 + x \ \Rightarrow \ x = 3 + y \\ 8 + x = 7 + y + z \Rightarrow 8 + (3 + y) = 7 + y + z \Rightarrow z = 4 \end{cases}$$

2	4	x	2	8+x
	3	3		
6	y	1	z	7+y+z
	7+y	4+x		

2	4	x	2	
u	3	3	t	6+u+t
6	y	1	4	11+y
8+u	7+y		6+t	

Una vez sustituido z por su valor, tendremos, en el total de columnas:

$$8 + u = 7 + y = 6 + t \ \Rightarrow 1 + y = t$$

y en el total de filas:

$$6 + u + t = 11 + y \Rightarrow 6 + u + t = 10 + t \Rightarrow u = 4$$

2	4	x	2	
4	3	3	t	
6	y	1	4	
12	7+y	4+x	6+t	

Y como los totales de columna deben coincidir:

$$7+y=12 \;\Rightarrow\; y=5$$
$$4+x=12 \;\Rightarrow\; x=8$$
$$6+t=12 \;\Rightarrow\; t=6$$

que proporciona la solución definitiva:

2	4	8	2	16
4	3	3	6	16
6	5	1	4	16
12	12	12	12	48

Diciembre 30: Calcula el resto de dividir

$$\mathbf{x^{100} - 2x^{99} + 4}$$

entre

$$\mathbf{x^2 - 3x + 2}$$

Solución: Sea C(x) y mx + n el cociente y el resto de la división planteada. Entonces:

$$x^{100} - 2x^{99} + 4 = C(x)\cdot(x^2 - 3x + 2) + mx + n = C(x)\cdot(x-1)\cdot(x-2) + mx + n$$

Dándole a x el valor 1, tenemos:

$$1^{100} - 2\cdot 1^{99} + 4 = 1 - 2 + 4 = 3 = C(1)\cdot(1-1)\cdot(1-2) + m + n = 0 + m + n = m + n$$

Dándole a x el valor 2, tendremos:

$$2^{100} - 2\cdot 2^{99} + 4 = 4 = C(2)\cdot(2-1)\cdot(2-2) + 2m + n = 0 + 2m + n = 2m + n$$

Por último:

$$\left.\begin{matrix} 3 = m + n \\ 4 = 2m + n \end{matrix}\right\} \;\Rightarrow\; m = 1;\;\; n = 2$$

Es decir; el resto de la división es: x + 2

Diciembre 31: Una bolsa contiene 3 bolas rojas y 2 verdes. Sacamos, una a una y sin devolución, bolas de la bolsa hasta que hayamos sacado todas las de un mismo color. ¿Cuál es la probabilidad de que hayamos sacado las 3 bolas rojas?

Solución: Las maneras diferentes y mutuamente excluyentes de verificarse el suceso del enunciado son:

RRR; RRVR; RVRR; VRRR

La probabilidad de verificarse cada una de esas maneras es:

$$P(RRR) = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{10}$$

$$P(\mathrm{RRVR}) = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$$

$$P(\mathrm{RVRR}) = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$$

$$P(\mathrm{VRRR}) = \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$$

Luego, la probabilidad pedida es:

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$