SOLUCIONES MAYO 2022

PROBLEMAS PARA LA PREPARACIÓN DE LA OLIMPIADA DE 3º Y 4º DE E.S.O. ORGANIZADA POR LA FESPM EN 2004. ORGANIZACIÓN: JOSÉ COLÓN LACALLE. Profesor jubilado.

Mayo 2-3: Las hermanas Laia y Aitana escriben sus edades, una a continuación de la otra, y obtienen un número de cuatro dígitos que es el cuadrado de la edad de su padre. Nueve años más tarde vuelven a escribir sus edades de la misma forma y vuelve a ocurrir que es el cuadrado de la edad de su padre. ¿Cuál es la edad de Laia, Aitana y su padre?

Solución: Sea AB la edad de la primera hermana y CD la edad de la segunda hermana. Si P es la edad del padre, tendremos, según el enunciado:

$$\overline{\mathrm{ABCD}} = \overline{\mathrm{AB}} \cdot 100 + \overline{\mathrm{CD}} = \mathrm{P}^2 \quad (1)$$

Y, nueve años más tarde, tendremos:

$$(\overline{\mathrm{AB}} + 9) \cdot 100 + (\overline{\mathrm{CD}} + 9) = (\mathrm{P} + 9)^2$$

Desarrollando esta última ecuación tenemos:

$$\overline{\mathrm{AB}} \cdot 100 + 900 + \overline{\mathrm{CD}} + 9 = \mathrm{P}^2 + 18\mathrm{P} + 81$$

y teniendo en cuenta la ecuación (1), llegamos a:

$$909 = 18\mathrm{P} + 81 \ \Rightarrow \ \mathrm{P} = \frac{909 - 81}{18} = 46$$

Es decir, el padre tiene 46 años. Por último, como:

$$46^2 = 2116$$

la edad de Laia es 21 años y la de Aitana 16 años

Mayo 4: Disponemos de dos relojes de arena, uno de 7 minutos y otro de 11 minutos. ¿Cuál es el método más rápido para controlar la cocción de un guiso que debe durar 15 minutos?

Solución: Ponemos a funcionar simultáneamente, los dos relojes. Cuando el de 7 minutos termine, encendemos el fuego. Cuando termine el reloj de 11 minutos habrán trascurrido (11 – 7 =) 4 minutos de cocción. Volvemos a dejar funcionar el reloj de 11 minutos. Cuando este termine, habrán transcurrido (4 + 11 =) 15 minutos de cocción.

Mayo 5-6: El pueblo de Benirredrá tiene un conjunto muy extraño de límites de velocidad. A un kilómetro del centro del pueblo hay un aviso que reza 120 Km/h, a ½ kilómetro del centro, un aviso dice 60 km/h, a 1/3 de km del centro hay un aviso que anuncia 40 km/h, a ¼ de km del centro hay una señal que dice 30 km/h, a 1/5 del centro un aviso de 24 km/h y a una distancia de 1/6 de km el aviso dice 20 Km/h. Si se viaja siempre al límite de velocidad ¿cuánto tiempo se tardará en llegar al centro del pueblo desde el primer anuncio?

Solución: Tendremos:

Primer tramo:

$$\left\{\begin{matrix} e_1 = 1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{km} \\ v_1 = 120\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow t_1 = \frac{e_1}{v_1} = \frac{\frac{1}{2}}{120}\,\mathrm{h} = \frac{60 \cdot 60}{2 \cdot 120}\,\mathrm{sg} = 15\ \mathrm{sg}$$

Segundo tramo:

$$\left\{\begin{matrix} e_2 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6}\,\mathrm{km} \\ v_2 = 60\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow t_2 = \frac{e_2}{v_2} = \frac{\frac{1}{6}}{60}\,\mathrm{h} = \frac{60 \cdot 60}{6 \cdot 60}\,\mathrm{sg} = 10\ \mathrm{sg}$$

Tercer tramo:

$$\left\{\begin{matrix} e_3 = \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{12}\,\mathrm{km} \\ v_3 = 40\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow t_3 = \frac{e_3}{v_3} = \frac{\frac{1}{12}}{40}\,\mathrm{h} = \frac{60 \cdot 60}{12 \cdot 40}\,\mathrm{sg} = 7{,}5\ \mathrm{sg}$$

Cuarto tramo:

$$\left\{\begin{matrix} e_4 = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{5} = \dfrac{1}{20}\,\mathrm{km} \\ v_4 = 30\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow t_4 = \frac{e_4}{v_4} = \frac{\frac{1}{20}}{30}\,\mathrm{h} = \frac{60 \cdot 60}{20 \cdot 30}\,\mathrm{sg} = 6\ \mathrm{sg}$$

Quinto tramo:

$$\left\{\begin{matrix} e_5 = \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{30}\,\mathrm{km} \\ v_5 = 24\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow t_5 = \frac{e_5}{v_5} = \frac{\frac{1}{30}}{24}\,\mathrm{h} = \frac{60 \cdot 60}{30 \cdot 24}\,\mathrm{sg} = 5\ \mathrm{sg}$$

Sexto tramo:

$$\left\{\begin{matrix} e_6 = \dfrac{1}{6}\,\mathrm{km} \\ v_5 = 20\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow t_6 = \frac{e_6}{v_6} = \frac{\frac{1}{6}}{20}\,\mathrm{h} = \frac{60 \cdot 60}{6 \cdot 20}\,\mathrm{sg} = 30\ \mathrm{sg}$$

En total:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 = 15 + 10 + 7{,}5 + 6 + 5 + 30 = 73{,}5\ \mathrm{sg} = 1\mathrm{m}\ 13{,}5\ \mathrm{sg}$$

Mayo 7: Halla cinco enteros consecutivos tales que la suma de cuadrados de los tres primeros sea igual a la suma de cuadrados de los dos últimos

Solución: Sean:

$$x-2, x-1, x, x+1, x+2$$

los enteros consecutivos. Del enunciado tenemos que debe cumplirse que:

$$(x-2)^2 + (x-1)^2 + x^2 = (x+1)^2 + (x+2)^2$$

Que lleva a:

$$0 = 12x - x^2 = (12 - x) \cdot x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 12 \end{cases}$$

Los enteros del enunciado son: -2, -1, 0, 1 y 2, o 10, 11, 12, 13 y 14

Mayo 9: Hace un mes un 10% de una población tenía una enfermedad y un 90% no la tenía. Pasado el mes, un 10% de las personas enfermas se curan y un 10% de las personas que no la tenían pasaron a estar enfermas. ¿Qué % de la población no tiene la enfermedad?

Solución: Supongamos que el total de la población es de t personas. Podemos generar la siguiente tabla de contingencia:

		En la actualidad		
		E	$\overline{\text{E}}$	
Hace 1 mes	E		**0,01·t**	**0,1·t**
	$\overline{\text{E}}$	**0,09·t**		**0,9·t**

Tenemos del enunciado:

Total primera fila: Hace un mes un 10% de una población tenía una enfermedad:

$$10\% \text{ de } t = 0{,}1 \cdot t$$

Total segunda fila: Hace un mes un 90% de una población no tenía la enfermedad:

$$90\% \text{ de } t = 0{,}9 \cdot t$$

Celda primera fila, segunda columna: Pasado el mes (en la actualidad), un 10% de las personas enfermas se curan:

$$10\% \text{ de } 0{,}1 \cdot t = 0{,}01 \cdot t$$

Celda segunda fila, primera columna: Pasado el mes (en la actualidad), un 10% de las personas que no la tenían pasaron a estar enfermas:

$$10\% \text{ de } 0{,}9 \cdot t = 0{,}09 \cdot t$$

		En la actualidad		
		E	$\overline{\text{E}}$	
Hace 1 mes	E	**0,09·t**	**0,01·t**	**0,1·t**
	$\overline{\text{E}}$	**0,09·t**	**0,81·t**	**0,9·t**
		0,18·t	**0,82·t**	**t**

Y por último, completamos la tabla de contingencia:

Luego, en la actualidad hay un 18% de enfermos y un 82% de la población no tiene la enfermedad

Mayo 10-11: Un caballo y un mulo caminaban juntos, llevando sobre sus lomos, pesados sacos. Lamentábase el jamelgo de su enojosa carga, a lo que el mulo le dijo: ¿De qué te quejas? Si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si te doy un saco, tu carga se igualaría a la mía. ¿Cuántos sacos lleva cada uno?

Solución: Un típico problema de enunciado: se describe una situación y se pregunta algo sobre ella: Sea x el número de sacos que transporta el caballo e y el número de sacos que transporta el mulo. Tenemos:

"Si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble que la tuya."

$$y + 1 = 2(x - 1)$$

"Si te doy un saco, tu carga se igualaría a la mía"

$$y - 1 = x + 1$$

Queda generado el sistema:

$$\begin{cases} y+1=2(x-1) \\ y-1=x+1 \end{cases}$$

Despejando y en la segunda ecuación y sustituyendo en la primera llegamos a: x =5 y al sustituir en la segunda llegamos a y = 7.

El mulo lleva 7 sacos y el caballo transporta 5 sacos.

Mayo 12: Una ONG vende 140 boletos para recaudar fondos. Algunos boletos se vendieron al precio original (un entero), pero los demás se vendieron a la mitad del precio inicial. Se recaudaron 2001 €. ¿Cuál es el precio inicial de los boletos?

Solución: Del enunciado tenemos:

$$140 \text{ boletos} \quad \begin{cases} x\ (\leq 140) \text{ al precio } p \in \mathbb{N} \\ 140-x \text{ al precio } \dfrac{p}{2} \end{cases}$$

Como las ganancias son de 2001 €, tendremos:

$$xp+(140-x)\frac{p}{2}=2001 \;\Rightarrow\; xp+140p=4002 \;\Rightarrow\; p=\frac{4002}{x+140}$$

Y como $p\in\mathbb{N}$, x + 140 es un divisor positivo de 4002. Como $0 \leq x \leq 140 \Rightarrow 140 \leq x+140 \leq 2\cdot140 = 280$. Como $4002 = 2\cdot3\cdot23\cdot29$ los divisores de 4002 son: 1, 2, 3, 6, 23, 29, 46, 58, 69, 87, 138, 174, 1334, ····. El único divisor entre 140 y 280 es 174. De donde x = 174 – 140 = 34 y

$$p=\frac{4002}{174}=23$$

Es decir, se vendieron 34 boletos a 23 euros y el resto (140 – 34 =) 106 boletos a la mitad de precio (23/2 =) 11,5 €.

Mayo 13-14: En cada estación de una red ferroviaria se venden tantos billetes distintos como estaciones a las que se puede ir o desde las que se puede venir (los billetes de ida y de vuelta son distintos). Se inaugura una nueva línea con varias estaciones y eso obliga a imprimir 34 nuevos billetes ¿Cuántas estaciones había y cuántas se han inaugurado?

Solución: Supongamos que antes de la inauguración de la nueva línea había n estaciones en activo. El número de billetes que debían imprimirse era $n\cdot(n-1)$ (pues los billetes de ida y vuelta son diferentes). Si con la incorporación de la nueva línea se agregan x estaciones, el número de billetes distintos pasa a ser $(n+x)\cdot(n+x-1)$. Restando, tendremos:

$$(n+x)\cdot(n+x-1)-n\cdot(n-1)=34$$

que, desarrollando, se transforma en:

$$(2n+x-1)\cdot x=1\cdot2\cdot17 \;\Rightarrow\; \begin{cases} x=1 \Rightarrow 2n+x-1=34 \;\Rightarrow\; 2n=34 \;\Rightarrow n=17 \\ x=2 \Rightarrow 2n+x-1=17 \;\Rightarrow\; 2n=16 \;\Rightarrow n=8 \\ x=17 \Rightarrow 2n+x-1=2 \;\Rightarrow\; 2n=-14 \;\Rightarrow \text{NO} \\ x=34 \Rightarrow 2n+x-1=1 \;\Rightarrow\; 2n=-34 \;\Rightarrow \text{NO} \end{cases}$$

Como en el enunciado se habla de varias estaciones nuevas, debe ser x = 2 y n = 8. Es decir, había 8 estaciones y se han agregado dos nuevas estaciones.

Mayo 16-17: Dos jugadores A y B, juegan por turnos al siguiente juego: Se tiene un montón de 2021 piedras. En su primer turno A escoge un divisor de 2021 y retira ese número de piedras del montón. A continuación, B escoge un divisor del número de piedras que quedan y retira ese número de piedras del montón y así, sucesivamente. Pierde el jugador que retira la última piedra. Demostrar que uno de los jugadores tiene una estrategia ganadora y describir dicha estrategia.

Solución: B gana si A le entrega un número par de piedras y B resta el producto de (todos o algunos) de los impares de la descomposición factorial en primos del número que le da A y da a A un número impar (Si en el número que recibe B no hay factores impares, B resta 1, es decir escoge el divisor 1).

Efectivamente, A siempre da un número par a B y A recibe siempre un número impar, pues:

1.-

$$43 \cdot 47 = 2021 \begin{cases} \xrightarrow[\mathrm{A}(-1)]{} 2020 = 2^2 \cdot 5 \cdot 101 \quad (\text{par}) \\ \xrightarrow[\mathrm{A}(-2021)]{} 0 \qquad\qquad (\text{B gana}) \\ \xrightarrow[\mathrm{A}(-43)]{} 1978 = 2 \cdot 23 \cdot 43 \quad (\text{par}) \\ \xrightarrow[\mathrm{A}(-47)]{} 1974 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 47 \quad (\text{par}) \end{cases}$$

2.- Si B recibe $2^{\alpha}\cdot \mathrm{I}$ y resta I' (siendo I y I' producto de impares) da a A el número:

$$2^{\alpha}\mathrm{I}'\mathrm{I}'' - \mathrm{I}' = (2^{\alpha}\mathrm{I}'' - 1) \cdot \mathrm{I}' \quad ((\text{par} - 1) \cdot \text{impar} = \text{impar})$$

3.- Si B recibe 2^{δ}, B resta 1 y da a A un impar (2^{δ} - 1 = par – impar = impar)

4.- Puesto que al número dado por uno u otro jugador se le resta otro número el proceso es descendente.

5.- Llegará un momento en que B transmite a A un impar con solo dos divisores: el 1 y el 3

$$\begin{cases} \xrightarrow[\mathrm{A}(-1)]{} 2 \xrightarrow[\mathrm{B}(-1)]{} 1 \xrightarrow[\mathrm{A}(-1)]{} 0 \quad \text{gana B} \\ \xrightarrow[\mathrm{A}(-3)]{} 0 \qquad\qquad\quad \text{gana B} \end{cases}$$

Mayo 18: En cubolandia, los planetas son cubos. Aitana tiene uno de arista 1 km. Si su atmósfera tiene 500 m de altura en todos sus puntos, ¿cuál es el volumen de la atmósfera?

Solución: La atmósfera del planeta está compuesta por:

A. 6 paralelepípedos (uno para cada una de las caras del cubo que forma el planeta) de dimensiones 1 km x 1km x 0,5 km. El volumen total de estos paralelepípedos es (6·0,5 km^3 =) 3 km^3.
B. 12 cuartos de cilindros (un cuarto por cada una de las aristas del cubo), es decir tres cilindros de dimensiones 1 km de altura y 0,5 km de radio. El volumen total de estos cilindros es ($3\cdot\pi\cdot 0{,}5^2\cdot 1$ =) $0{,}75\cdot\pi$ km^3.
C. Ocho octavos de esfera (un octavo por cada vértice del cubo), es decir una esfera con volumen total:

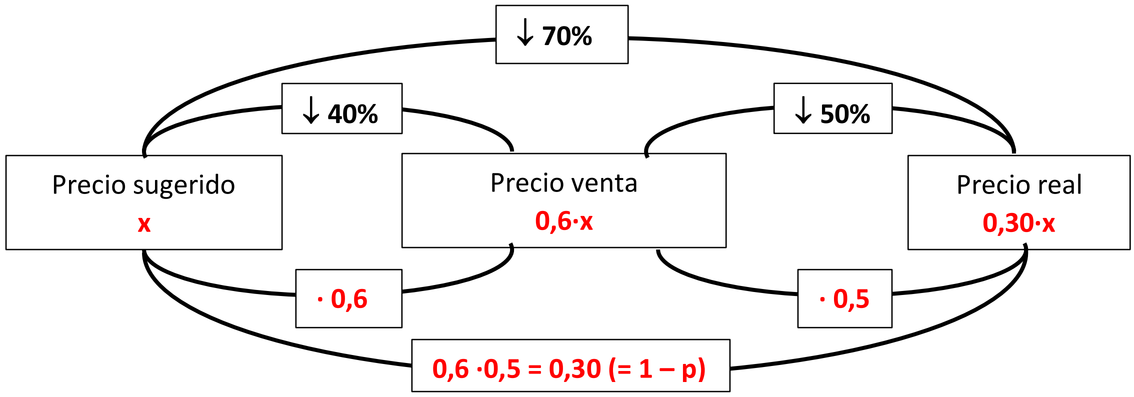
$$\left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}5^3 = \right) \frac{\pi}{6} \ \text{km}^3$$

El volumen total de la atmósfera es:

$$3 + 0{,}75\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{18 + 5{,}5\pi}{6} \approx 5{,}8797 \ldots \ \text{km}^3$$

Mayo 19-20: El precio de venta de un abrigo era menor en un 40% al precio sugerido por el fabricante. Laia compró el abrigo por la mitad del precio de venta. ¿En qué porcentaje es menor el valor que pagó Laia por el abrigo con respecto al precio sugerido por el fabricante?

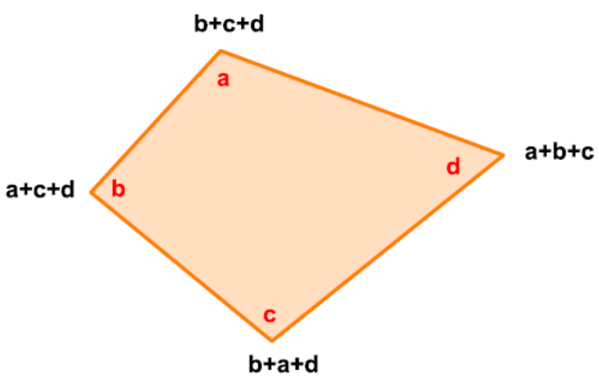
Solución:



$$0{,}30 = 1 - \mathrm{p} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{p} = 0{,}7 = 70\%$$

Mayo 21-28: En los vértices de un cuadrilátero está escrito con tinta invisible un número secreto y con tinta visible la suma de los números invisibles de los otros tres vértices ¿Puedes dar una regla para calcular los números invisibles a partir de los números visibles?

Solución: Imaginemos la figura adjunta donde, en cada vértice está, en negro, la suma de los tres números invisibles que hay en los otros tres vértices y en rojo están los cuatro números invisibles. Veamos cómo localizar el valor del número invisible a:



1.- Sumamos los números visibles de los demás vértices, obteniendo:

$$3\mathrm{a} + 2(\mathrm{b} + \mathrm{c} + \mathrm{d})$$

2.- Restamos el doble del número visible del vértice que nos ocupa y obtenemos:

$$3\mathrm{a} + 2(\mathrm{b} + \mathrm{c} + \mathrm{d}) - 2(\mathrm{b} + \mathrm{c} + \mathrm{d}) = 3\mathrm{a}$$

3.- Por último, dividimos por 3 y obtenemos:

$$\frac{3\mathrm{a}}{3} = \mathrm{a}$$

Es decir, para hallar el número invisible de un vértice:

Hemos de sumar los números visibles de los demás vértices. Al número obtenido restarle el doble del número visible del vértice. Y por último dividir por 3.

Nota: El procedimiento descrito aquí puede generalizarse a polígono de cualquier número de vértices

Mayo 23: Halla, si es posible, el mayor y menor natural cuya suma de cifras es 2022

Solución: Busquemos, en primer lugar, el menor natural con suma de cifras 2022. Como

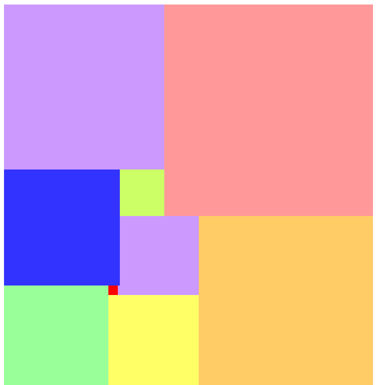
$$\begin{array}{r|l} 2022 & 9 \\ \cline{2-2} 6 & 224 \end{array}$$

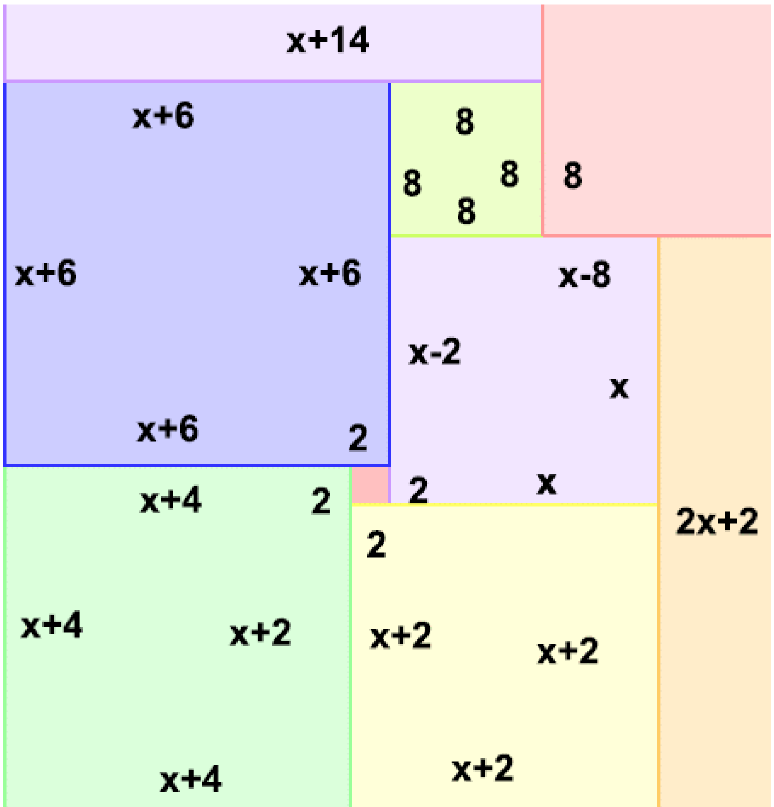
El número formado por 224 nueves antecedido por un seis cumple que la suma de sus cifras es 2022 y obviamente es el más pequeño que cumple esta condición:

$$6\underbrace{99\ldots99}_{224}$$

No existe un natural más grande con suma de cifras 2022, pues de suponer que existe, basta multiplicarlo por 10 (o por 100 o por 1000, …..) para obtener un número más grande con la misma suma de cifras

<u>Mayo 24-25:</u> El rectángulo de la figura está dividido en nueve cuadrados. Calcula su altura y su longitud sabiendo que el cuadrado más pequeño es de lado 2 cm.





<u>Solución:</u> Se van ha obtener los lados de los diversos cuadrados partienddo del lado del único cuadrado conocido, el de color rojo, cuyo lado mide 2.

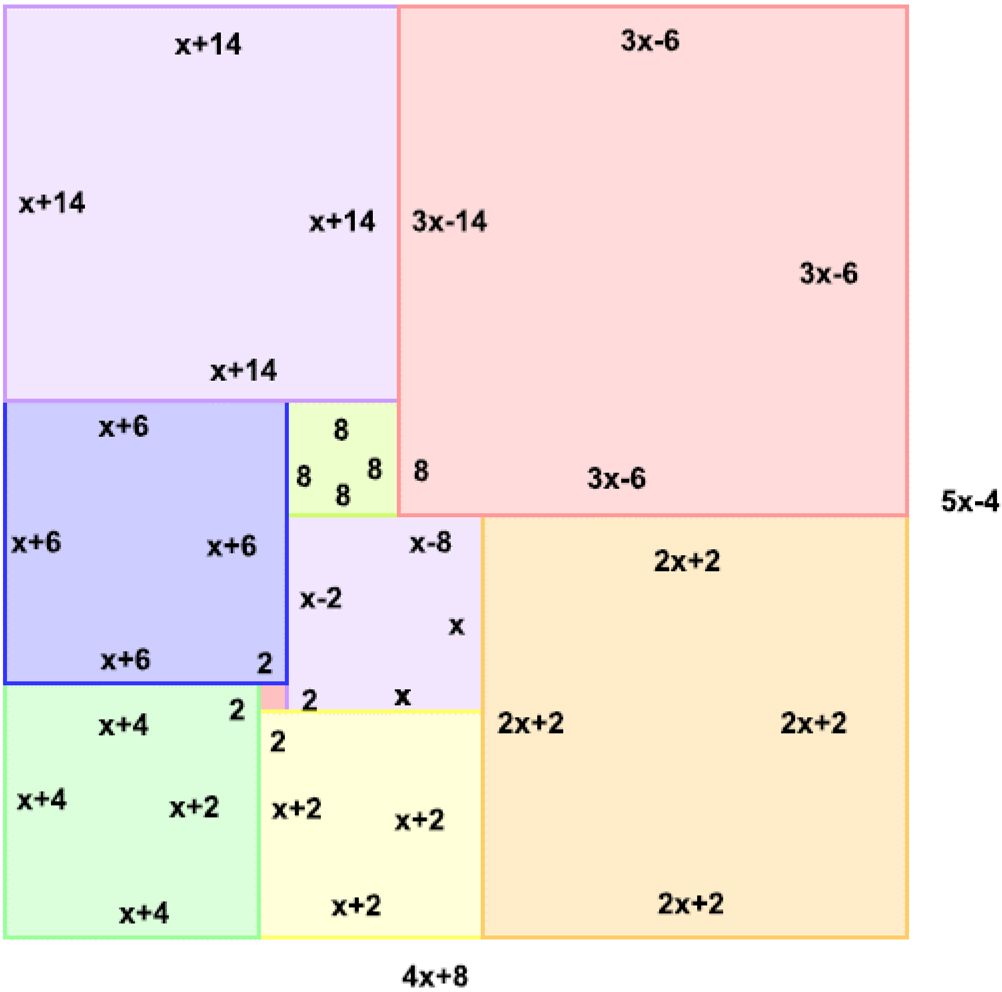
Sea x el lado del cuadrado que hay a la derecha del de lado 2. Entonces el lado del cuadrado que hay debajo será x + 2. El lado del cuadrado que hay a su izquierda será x + 4. El lado del cuadrado que hay encima sera x + 6. Con lo que el cuadrado color verde que hay a su derecha será:

$$x + 6 - (x - 2) = 8$$

Entonces el lado del cuadrado color violeta que hay encima de los dos últimos será:

$$x + 6 + 8 = x + 14$$

Bajamos. El lado del cuadrado que hay a la derecha de los cuadrados de lados x y x + 2 será: 2x + 2



El lado del cuadrado que hay por encima de este será:

$$2x + 2 + x - 8 = 3x - 6$$

Este cuadrado comparte con el cuadrado a su izquierda un lado de:

$$3x - 6 - 8 = 3x - 14$$

Por tanto:

$$x + 14 = 3x - 14 \quad \Rightarrow \quad x = 14$$

Las dimensiones del rectángulo grande son:

$$\begin{cases} 2x + 2 + 3x - 6 = 5x - 4 = 5 \cdot 14 - 4 = 66 \\ x + 4 + x + 2 + 2x + 2 = 4x + 8 = 4 \cdot 14 + 8 = 64 \end{cases}$$

Mayo 26-27: Una persona tiene 500 € en una cuenta corriente de un banco. Puede hacer dos movimientos indefinidamente, mientras tenga dinero en la cuenta: sacar 300 € o depositar 198 €. ¿Cuál es la máxima cantidad de dinero que puede sacar de su cuenta?

Solución: Aparentemente parece que la mayor cantidad de dinero que podemos sacar es 300 €, pero si después de la extracción ingresamos 198 € (habría en el banco (200 + 198 =) 398 €) podríamos hacer una extracción de 300 € y así tendríamos (300 – 198 + 300 =) 402 € en efectivo, que parece ser el máximo. Continuando con este proceso generamos la siguiente tabla:

	En efectivo	En banco	Acción
a_0	0	500	Extraer 300 €
a_1	300	200	Ingresar 198 €
a_2	102	398	Extraer 300 €
$a_3 = b_1$	402	98	Ingresar 198 €
a_4	204	296	Ingresar 198 €
a_5	6	494	Extraer 300 €
a_6	306	194	Ingresar 198 €
a_7	108	392	Extraer 300 €
$a_8 = b_2$	408	92	Ingresar 198 €
a_9	210	290	Ingresar 198 €
a_{10}	12	488	Extraer 300 €
a_{11}	312	188	Ingresar 198 €
a_{12}	114	386	Extraer 300 €
$a_{13} = b_3$	414	86	Ingresar 198 €
a_{14}	216	284	Ingresar 198 €
a_{15}	18	482	Extraer 300 €
a_{16}	318	182	Ingresar 198 €
a_{17}	120	380	Extraer 300 €
$a_{18} = b_4$	420	80	.....
.....	.....	.....	....

Vemos que se presenta una "recurrencia": cada cinco movimientos bancarios hay un pico de efectivo:

$$b_1 = a_3 = 402;\ b_2 = a_8 = 408;\ b_3 = a_{13} = 414;\ b_4 = a_{18} = 420; \cdots ;\ b_n = a_{5(n-1)+3} \\ = 402 + 6(n-1) = 6n + 396$$

Se trata de una PA de primer término 402 y de diferencia d = 6. Además, necesariamente, $b_n \leq 500$

$$6n + 396 \leq 500 \quad \Rightarrow \quad n \leq 17,\hat{3} \quad \Rightarrow \quad n = 17 \quad \Rightarrow \quad b_{17} = a_{83} = 6 \cdot 17 + 396 = 498 \text{ €}$$

quedando en el banco 2 € (= 500 – 498). Y entonces se repite todo el proceso:

	En efectivo	En banco	Acción
$a_{83} = b_{17}$	498	2	Ingresar 198 €
$a_{84} = a_1$	300	200	Ingresar 198 €
....	.....	.....	......

En definitiva: La mayor cantidad de dinero que se puede obtener en efectivo es de 498 €.

Mayo 30-31: Un club de básquet tiene una sección masculina y una sección femenina. La media aritmética del peso de los chicos de la sección masculina es de 90 kilos, la media aritmética del peso de las chicas de la sección femenina es de 65 kilos. La media aritmética del peso de todos los componentes del club es de 75 kilos. ¿Hay más chicas que chicos? ¿Qué proporción de chicas hay entre todos los jugadores del club?

Solución: Sea:

$$\sum\nolimits_{H.} \text{el peso de los hombres}$$
$$\sum\nolimits_{D.} \text{el peso de las mujeres}$$
$$n_H \text{ el número de jugadores}$$
$$n_D \text{ el número de jugadoras}$$

entonces:

$$90 = \frac{\sum_{H\cdot}}{n_H}; \quad 65 = \frac{\sum_{D\cdot}}{n_D}; \quad 75 = \frac{\sum_{H\cdot} + \sum_{D\cdot}}{n_H + n_D} = \frac{90n_H + 65n_D}{n_H + n_D} \quad \Rightarrow \quad 75n_H + 75n_D = 90n_H + 65n_D$$
$$\Rightarrow \quad 10n_D = 15n_H \quad \Rightarrow \quad n_D = 1{,}5n_H$$

Es decir, hay 3 mujeres por cada dos hombres, es decir 3 mujeres por cada 5 jugadores, es decir, 60 mujeres por cada 100 jugadores. Por lo tanto, la proporción de mujeres es del 60% y la proporción de hombres del 40%.

De forma alternativa, de la igualdad $n_D = 1{,}5n_H$, tenemos:

$$p_D = 1{,}5p_H$$

Y como $p_D + p_H = 1$, tenemos:

$$2{,}5p_H = 1 \quad \Rightarrow \quad p_H = \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4 = 40\% \quad \Rightarrow \quad p_D = 1 - p_H = 1 - 0{,}4 = 0{,}6 = 60\%$$