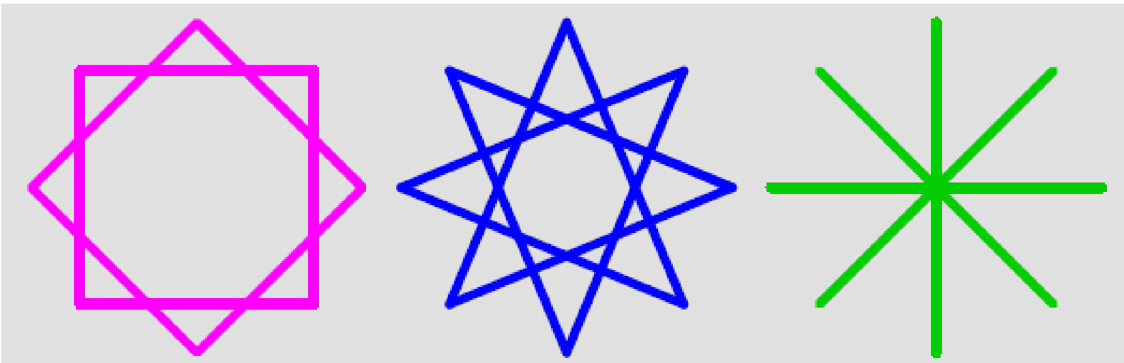
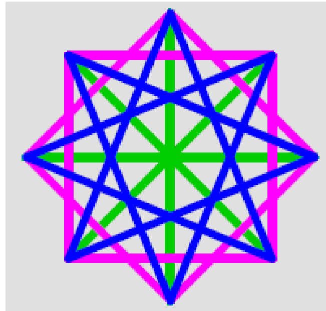
OCTUBRE

DILLUNS	DIMARTS	DIMECRES	DIJOUS	DIVENDRES	DISSABTE	DG.





1

2

1.- Si $x = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$ i $y = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$

compareu x^y amb y^x

2.- Proveu que, per a tot enter positiu n:

$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + (-1)^n \cdot (n-1)^2 + (-1)^{n+1} \cdot n^2 = (-1)^{n+1} \cdot (1 + 2 + \cdots + n)$

3

4 **5**

Siga n un enter positiu fixe. A qualsevol elecció de n números reals que compleixen $0 \le x_i \le 1$ ($i \in \{1, 2, .., n\}$) els fem correspondre la suma

$$\sum_{1\le i<j\le n} |x_i - x_j| = |x_1 - x_2| + |x_1 - x_3| + \cdots + |x_1 - x_n| + |x_2 - x_3| + .. + |x_2 - x_n| + \ldots + |x_{n-1} - x_n|$$

Trobeu el major valor possible d'aquesta suma

6

Simplifiqueu:

$$\sqrt[3]{\frac{1\cdot2\cdot4+2\cdot4\cdot8+\cdots+n\cdot2n\cdot4n}{1\cdot3\cdot9+2\cdot6\cdot18+\cdots+n\cdot3n\cdot9n}}$$

7

8

Una funció y = f(x) es diu periòdica si existeix un nombre real positiu p tal que f(x + p) = f(x) per a tot x. Per exemple, y = sen x és periòdica de període 2π. És periòdica la funció:

$y = \text{sen}\,(x^2)$?

Demostreu la vostra afirmació.

9

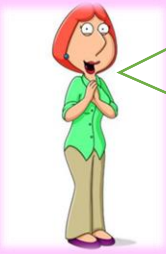
Una successió a_1, a_2, a_3, ⋯⋯ compleix que $a_1 = ½$ i $a_1+a_2+\cdots+a_n = n^2\cdot a_n$, per a qualsevol n. Determineu el valor de a_n

10

11

Siguen A, B, C i D quatre punts consecutius d'una circumferència i P, Q, R i S els punts mitjans dels arcs AB, BC, CD y DA. Proveu que PR ⊥ QS

12



13

Per a cada real r, es defineix:

$$[r] = \max\{z \in \mathbb{Z} \mid z \le r\}$$

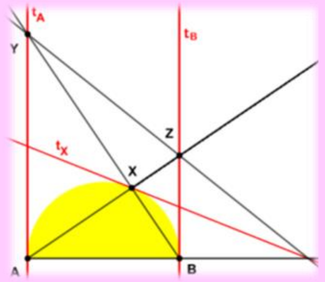
(e. g. [6] = 6; [π] = 3; [-1,5] = -2)). Dibuixa en el pla (x, y) el conjunt de punts:

$[x]^2 + [y]^2 = 4$

14

Donats quatre pesos que estan en progressió aritmètica i una balança de dos braços, mostra com trobar el pes més gran utilitzant la balança únicament dues vegades

15



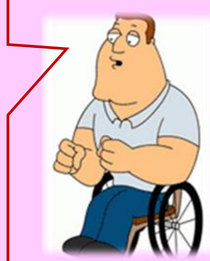
16

Donat un cercle de diàmetre AB i un punt X diferent de A i de B, siguen t_A, t_B i t_X les tangents al cercle en A, B i X. Siga Z la intersecció de AX amb t_B e Y la intersecció de BX amb t_A. Proveu que les tres rectes AB, t_X i ZY són concurrents o paral·leles

17

18 **19**

Tenim una quantitat il·limitada de segells de 8 centaus i de 15 centaus. Algunes quantitats de franqueig postal no es poden obtindre exactament, e. g. 7 centaus o 29 centaus. Quina és la quantitat més gran que no es pot obtindre exactament, i. e. la quantitat de franqueig que no es pot aconseguir exactament, mentre que totes les quantitats majors són assolibles?



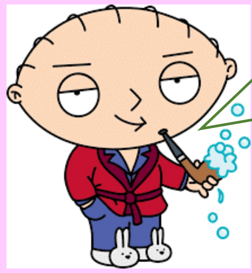
20

Siga donat un cercle i AB un dels seus diàmetres. Siga C un punt fixe de AB i Q un punt variable sobre la circumferència del cercle. Siga P un punt de la línia determinada per Q i C per al qual:

$$AC/_{CB} = QC/_{CP}$$

Descriu el lloc geomètric del punto P

21



22

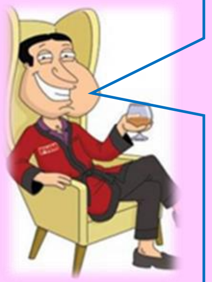
Demostra que, si un número és racional, la part decimal, la part sencera i el número no poden estar en progressió geomètrica.
Troba un número positiu tal que la seua part decimal, la seua part sencera i el número estiguen en progressió geomètrica

23

Siga n un enter positiu. Proveu que si n és una potència de 2 llavors n no es pot posar com a suma d'enters positius consecutius

24

25



26

Suposem:

$n\cdot(n+1)\cdot a_{n+1} = n\cdot(n-1)\cdot a_n - (n-2)\cdot a_{n-1}$

per a tot enter positiu $n \ge 1$. Si $a_0 = 1$ i $a_1 = 2$, trobeu:

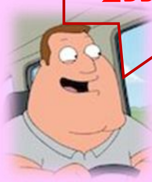
$$\sum_{i=0}^{50} \frac{a_i}{a_{i+1}} = \frac{a_0}{a_1} + \frac{a_1}{a_2} + \cdots + \frac{a_{50}}{a_{51}}$$

27

28

Siga ABCD un rectangle amb BC = 3·AB. Proveu que si P i Q són punts de BC amb BP = PQ = QC, llavors:

$\angle DBC + \angle DPC = \angle DQC$



29

30

A dos estudiants de setè grau se'ls va permetre jugar en un torneig d'escacs per a estudiants de huit grau. Cada parella de participants va jugar una vegada entre si i cadascun dels participants va rebre un punt per guanyar cada partida, mig per fer taules i zero punts per partida perduda. Els dos estudiants de setè grau van rebre un total de huit punts i els estudiants de huit grau van obtindre, tots ells, la mateixa quantitat de punts. Quants estudiants de huit grau van participar en el torneig? És la solució única?

31