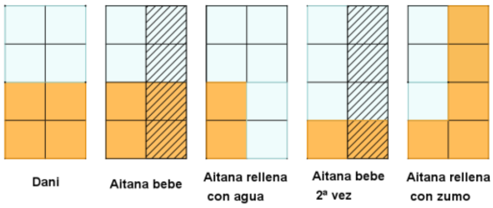
MAYO 2023

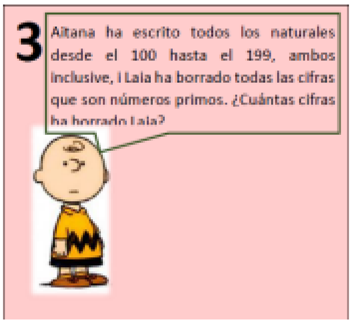


Cuando Dani llena la jarra, la mitad es agua y la mitad zumo.

Al estar mezclado, Aitana bebe la mitad del zumo y la mitad del agua. Por eso, al rellenar sólo con agua, tenemos una cuarta parte de zumo y tres cuartas partes de agua.

Cuando vuelve a beber, Aitana bebe una parte de zumo y tres de agua de la media jarra. Al rellenar con zumo esta vez, el resultado es que en la jarra hay cinco partes de zumo por tres de agua.

Es decir, como tenemos el líquido de la jarra dividido en ocho partes, al final el contenido de la jarra es de 5/8 de zumo por 3/8 de agua, tal y como se puede ver en el dibujo.



Los números primos de una sola cifra son 2, 3, 5 y 7. Son las cifras que ha borrado Laia.

Contamos cuantas veces aparece cada una:

El 2 no aparece nunca en la posición de las centenas.

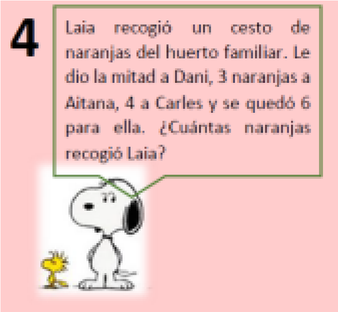
Del 120 al 129 aparece 10 veces en la posición de las decenas.

En la posición de las unidades aparece también 10 veces, desde el 102 hasta el 192.

En total el 2 aparece 20 veces.

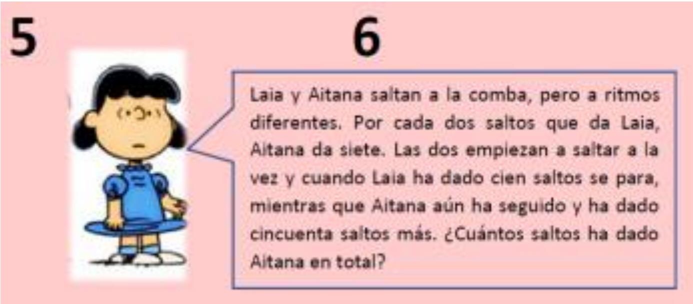
De la misma forma, las otras tres cifras (3, 5 y 7) también aparecen 20 veces.

En total, Laia borra 4·20=80 cifras.



Si dio la mitad a Dani, las de Aitana, Carles y las que se quedó ella son la otra mitad.

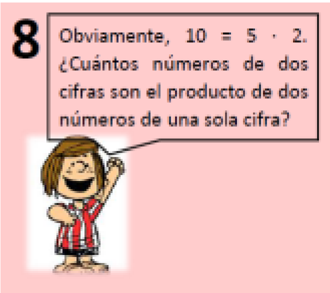
3+4+6=13 son la mitad, entonces Laia recogió 26 naranjas.



Sabemos que en el tiempo que Laia da dos saltos, Aitana da siete.

Cuando Laia para a los 100 saltos (100=2·50), Aitana habrá dado 7·50=350 saltos.

Antes de parar Aitana ha dado 50 saltos más, por lo que en total Aitana ha dado 350+50=400 saltos.



Una de las cifras no puede ser nunca el 1, porque el mayor producto que podríamos conseguir sería el 9 que tiene una única cifra.

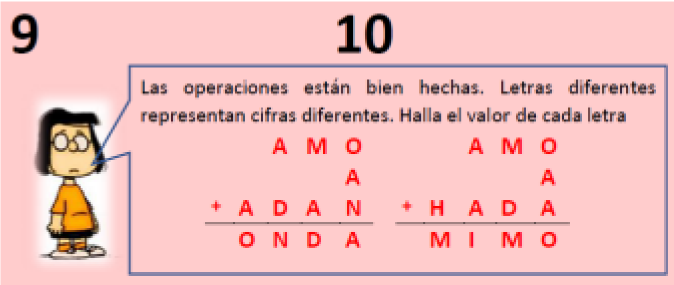
Veamos en una tabla los productos posibles

	4	5	6	7	8	9
2		10	12	14	16	18
3	12	15	18	21	24	27
4	16	20	24	28	32	36
5		25	30	35	40	45
6			36	42	48	54
7				49	56	63
8					64	72
9						81
Totales columna	2	4	5	6	7	8

Si sumamos tendremos un total de $2+4+5+6+7+8=32$, pero algunos productos están repetidos y hay que descontarlos.

Son las cinco parejas marcadas con color en la tabla, por lo que hemos de descontar cinco números.

El total de números de dos cifras que podríamos obtener será $32-5=\ 27$.



AMO+A+ADAN=ONDA

Podemos deducir que $\begin{cases} O = A + 1 \\ O + N = 10 \end{cases}$

O	N	A	
1	9	0	A no puede ser un 0
2	8	1	Al ser A=1, es necesario que D sea 8 o 9, pero como N es 8 la única opción es D=9, de donde M=7. Si comprobamos, es imposible.
3	7	2	
4	6	3	
5	5	4	O y N deben ser distintos
6	4	5	
7	3	6	
8	2	7	
9	1	8	

Los seis casos marcados en verde son posibles. La solución no es única.

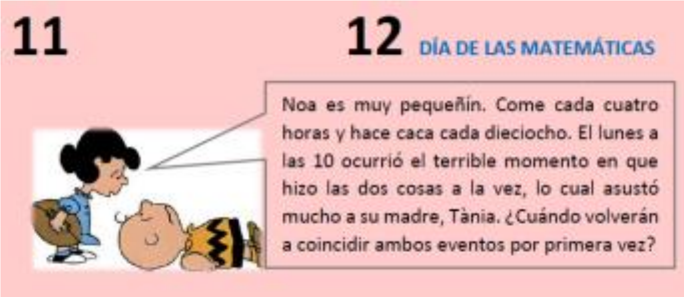
AMO+A+HADA=MIMO

Podemos deducir que $\begin{cases} A + A = 10 \ \rightarrow \ A = 5 \\ M = 1 + H \\ D + 1 = 10 \ \rightarrow \ D = 9 \\ I = 1 \end{cases}$

Como ya sabemos el valor de A=5, podemos escoger la única solución de las seis de la primera suma que lo cumple, y tendríamos:

A=5, O=6, N=4, I=1, D=9, H=2 y M=3.

Sería la solución buscada.



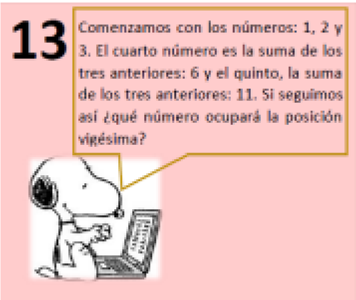
Si empezamos a contar desde el lunes a las diez como hora cero, las horas en que hará cada cosa serán

Come	4	8	12	16	20	24	28	32	36
Hace caca					18				36

Es decir, el mínimo común múltiplo de 4 y 18 es 36, que son las horas que han de pasar para que las dos cosas vuelvan a coincidir.

Desde el lunes a las 10 hasta que acabe el lunes a las 24 habrán pasado 14 horas. Faltan 22 para que hayan pasado las 36, así que las dos cosas volverán a coincidir el martes a las 22 h.

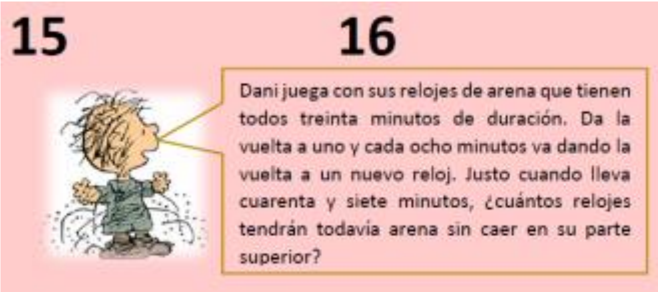
De otra forma, 36 horas es un día y medio, así que volverán a coincidir el martes a las 10 de la noche (las 22 h).



Escribimos los números:

Posición	Número
1	1
2	2
3	3
4	1+2+3=6
5	2+3+6=11
6	3+6+11=20
7	6+11+20=37
8	11+20+37=68
9	20+37+68=125
10	37+68+125=230
11	68+125+230=423
12	125+230+423=778
13	230+423+778=1431
14	423+778+1431=2632
15	778+1431+2632=4841
16	1431+2632+4841=8904

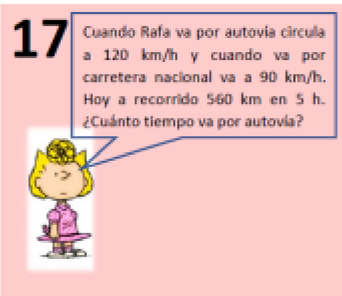
17	2632+4841+8904=16377
18	4841+8904+16377=30122
19	8904+16377+30122=55403
20	16377+30122+55403=101902



	Hora de giro	Hora vaciado
Reloj 1	0 minutos	30 minutos
Reloj 2	8 minutos	38 minutos
Reloj 3	16 minutos	46 minutos
Reloj 4	24 minutos	54 minutos
Reloj 5	32 minutos	
Reloj 6	40 minutos	
Reloj 7	48 minutos	

En la tabla podemos ver que cuando hayan transcurrido 47 minutos, habrá dado la vuelta a seis relojes, de los que sólo tres estarán vacíos.

Quedarán tres relojes con arena en su parte superior.



Solución 1

Llamamos x al tiempo en horas que recorre por la autovía e y al tiempo en horas que recorre por la nacional.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 120x + 90y = 560 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ 12x + 9y = 56 \end{cases} \rightarrow 12x + 9(5 - x) = 56 \rightarrow 3x = 11 \rightarrow$$

$$x = \frac{11}{3}\ horas$$

Teniendo en cuenta que la tercera parte de una hora son 20 minutos, los 11/3 podemos considerarlos como $\frac{11}{3} = \frac{9+2}{3} = 3 + \frac{2}{3}$, de donde el tiempo que ha viajado por la autovía sería 3 horas y 40 minutos.

Solución 2

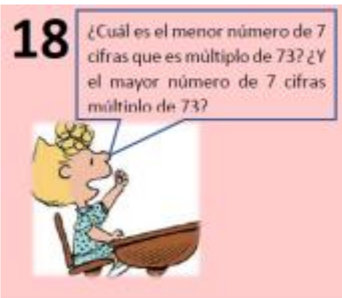
Teniendo en cuenta que los problemas de este mes van dirigidos a alumnos de primaria, que no deben saber resolver sistemas de ecuaciones, el método para resolverlo sería realizar una tabla en la que fueran calculando según el tiempo recorrido por cada tipo de carretera los kilómetros recorridos. Puede ser problemático el hecho de tener que hacer la tabla en fracciones de 20 minutos por ser demasiado larga.

Hay que tener en cuenta que del total recorrido el tiempo es de 5 horas, o lo que es lo mismo, 300 minutos.

Tiempo por autovía (en min)	Recorrido por autovía (en km)	Tiempo por nacional (en min)	Recorrido por nacional (en km)	Recorrido total (en km)
20	40	280	420	460
40	80	260	390	470
60	120	240	360	480
80				
100				
120	240	180	270	510
140				
160				
180	360	120	180	540
200				
220				
240	480	60	90	570

Si observamos las dos filas marcadas, una se queda en menos de 560 km y la otra se pasa. De aquí podemos deducir que por la autovía va más de 3 horas y menos de 4 h.

Como tenemos calculado lo que corresponde a 20 minutos, podemos mediante tanteo llegar a la solución de 3 horas y 40 minutos por la autovía.



Menor número de siete cifras múltiplo de 73

El menor número de siete cifras es el 1 000 000. Comprobamos con una división si es múltiplo de 73.

1 000 000	73
	13698
46/	

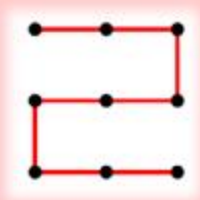
Como la división no es exacta, 73·13698 no llega a tener 7 cifras, el número que buscamos será el múltiplo siguiente: 73·13699=1 000 027.

Mayor número de siete cifras múltiplo de 73

El mayor número de siete cifras es el 9 999 999. Comprobamos con una división si es múltiplo de 73.

9 999 999	73
	136986
21/	

Como la división no es exacta, 73·136986 tendrá 7 cifras porque es menor que 9 999 999, el número que buscamos será: 73·136986=9 999 978.


19

20

Aitana quiere poner en su móvil una clave de desbloqueo que cumpla estas condiciones: Tiene que empezar en el vértice superior de la izquierda, ha de pasar por los 9 puntos sin cruzarse nunca con ningún camino anterior y todos los trazos han de ser horizontales o verticales, pero no valen oblicuos. Aquí te mostramos una posible clave. ¿Cuántas claves diferentes tiene Aitana para elegir?

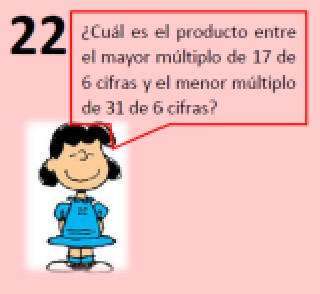
Asignamos a cada punto el número del teclado del teléfono que le corresponde:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Todos los recorridos deben empezar en el 1. Desde ahí sólo hay dos opciones, el 2 o el 4, pero después hay más. Para que se vea más claro vamos a hacer una tabla con las opciones:

<table>
<tr><th>1º</th><th>2º</th><th>3º</th><th>4º</th><th>5º</th><th>6º</th><th>7º</th><th>8º</th><th>9º</th></tr>
<tr><td rowspan="8">1</td><td rowspan="4">2</td><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">6</td><td>5</td><td>4</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td rowspan="2">9</td><td rowspan="2">8</td><td>5</td><td>4</td><td>7</td></tr>
<tr><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>4</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>6</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="4">4</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td></tr>
<tr><td rowspan="3">7</td><td rowspan="3">8</td><td>5</td><td>2</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td></tr>
<tr><td rowspan="2">9</td><td rowspan="2">6</td><td>3</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>2</td><td>3</td></tr>
</table>

En total tendríamos 8 formas de hacerlo.



Llamamos N al mayor múltiplo de 17 de seis cifras.

Llamamos M al menor múltiplo de 31 de seis cifras.

Lo primero es saber que números son. Para eso tendremos en cuenta que el mayor número de 6 cifras es el 999 999 y el menor de seis cifras el 100 000.

Calculamos N:

Lo primero es comprobar si 999 999 es múltiplo de 17 haciendo la división:

999 999:17=58 823,47… . El múltiplo más grande será 17·58 823=999 991=N

Calculamos M:

Lo primero es comprobar si 100 000 es múltiplo de 31 haciendo la división:

100 000:31=3225,806…

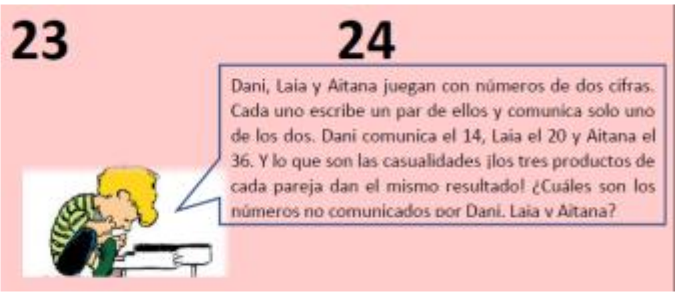
Si multiplicamos 31 por 3225, el número resultante no tendrá seis cifras (31·3225=99975), pero el siguiente si: 31·3226= 100 006=M

El producto que nos piden será N·M=999 991·100 006=100 005 099 946

Si intentamos hacer la multiplicación con la calculadora, al ser los números tan grandes, el resultado lo obtendremos en notación científica, lo que representa una aproximación. Para poder obtener el resultado correcto con la calculadora es necesario descomponer uno de los dos factores:

999 991·100 006=999 991·(100 000+6)= 999 991·100 000+999 991·6=

=9 999 9100 000+5 999 946=100 005 099 946



Los números de Dani son el 14 y el a.

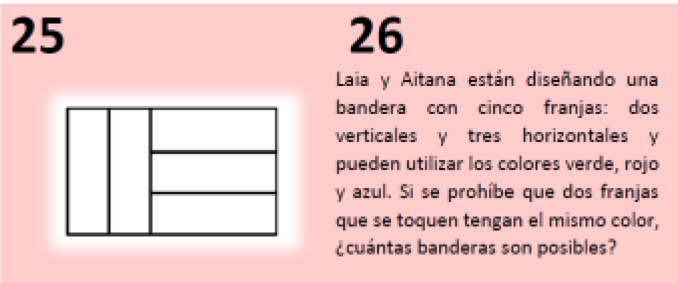
Los números de Laia son el 20 y el b.

Los números de Aitana son el 36 y el c.

Según el enunciado, 14·a=20·b=36·c, o lo que es lo mismo 2·7·a=2·2·5·b=2·2·3·3·c

Para que los tres productos sean iguales, deberían tener los mismos factores primos. Si añadimos en cada pareja los que se ven en los otros productos, obtendríamos:

Dani	2·7·a	2·7·2·3·3·5	a=2·3·3·5=90	14·90=1260
Laia	2·2·5·b	2·2·5·3·3·7	b=3·3·7=63	20·63=1260
Aitana	2·2·3·3·c	2·2·3·3·5·7	c=5·7=35	36·35=1260



Vamos a nombrar las cinco franjas con letras para poder nombrarlas con facilidad.

<table>
<tr><td rowspan="3">B</td><td rowspan="3">A</td><td>D</td></tr>
<tr><td>C</td></tr>
<tr><td>E</td></tr>
</table>

La franja A toca a todas, así que el color que usemos con ella no puede usarse en ninguna de las demás franjas.

La C también está en contacto con la D y la E, por lo que debe tener un color diferente al de ambas.

Veamos cuantas opciones distintas podemos tener:

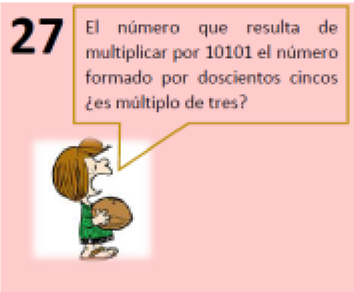
Pintamos primero la franja A, para la que tenemos 3 opciones (verde, rojo y azul).

Pasamos a la franja B, para la que nos quedan dos opciones posibles (los dos colores no utilizados en A).

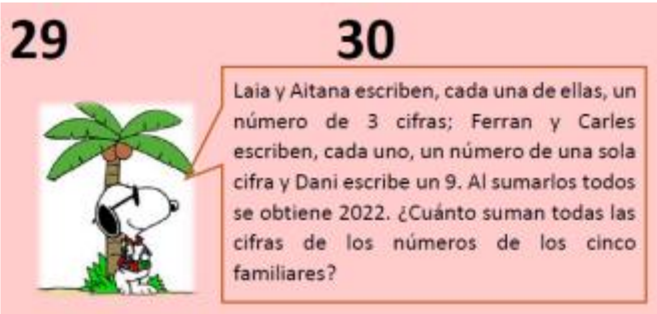
Después pintaremos la C, para la que también tendremos las mismas dos opciones que para B (los dos colores no usados en A).

Finalmente, D y E deben ser del mismo color ya que no pueden coincidir con A ni con C, las dos deben ser del único color no usado en A y C.

En total tendríamos 3·2·2·1·1=12 opciones distintas para pintar las banderas.



Si, ya que 10101 es múltiplo de 3 (1+0+1+0+1=3), y el resultado de multiplicarlo por cualquier número siempre será múltiplo de 3.



Si tenemos en cuenta los tres números de una cifra escritos, el menor valor que podríamos obtener al sumarlos sería 9 (0+0+9) y el mayor 27 (9+9+9), ya que en ningún momento se anula el cero como opción ni se dice que los números deban ser distintos.

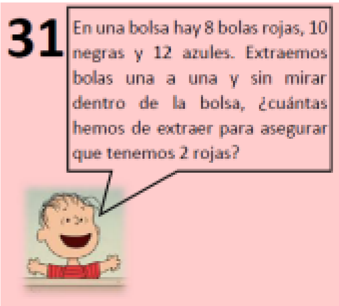
Si la suma de los cinco números es 2022, la suma de los dos números de tres cifras debe estar entre $2022 - 9 = 2013 \; y \; 2022 - 27 = 1995$, pero como los números de tres cifras más grandes que podemos sumar serían 999+999=1998 se reducen las opciones.

Veamos las posibilidades:

Laia	Aitana	Dani	L+A+D	Ferrán+Carles	Suma cifras
999	999	9	2007	15	9·7+15=78
999	998	9	2006	16	9·6+8+16=78
999	997	9	2005	17	9·6+7+17=78
999	996	9	2004	18	9·6+6+18=78
998	997	9	2004	18	9·5+8+7+18=78
998	998	9	2005	17	9·5+8·2+17=78

No hay más opciones, ya que la suma de los números de Ferrán y Carles deberá ser mayor que 18 y esto es posible, ya que ambos números son de una cifra, por lo que la mayor suma que podemos obtener es 18.

La suma de todas las cifras será 78 en todos los casos.



Lo peor que nos puede pasar es que saquemos primero todas las negras y todas las azules. Las siguientes, ya no podrían ser más que rojas.

Entre negras y azules hay 10+12=22 bolas. Para estar seguros de tener dos rojas, necesitamos sacar dos más, es decir, si sacamos 24 bolas, seguro que dos serán azules.