SOLUCIONES – OCTUBRE 2025

1* **2**

Para una fotografía de un grupo de 10 personas, el fotógrafo les pide que se pongan en dos filas de 5 personas, de forma que ninguna persona de la primera fila sea más alta que la que tiene detrás. Además, las estaturas deben ir de menor a mayor mirando de izquierda a derecha. ¿De cuántas formas es posible hacerlo?

SOLUCIÓN:

Vamos a nombrar a las diez personas con los números que indican su posición si las ordenamos de menor a mayor.

Con las condiciones pedidas, hay dos personas con sitio fijo: 1 y 10

	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5
Fila 2					10
Fila 1	1				

En la posición fila 1, columna 2, no pueden estar los números mayores que 3, porque en la segunda fila tendríamos que poner a una persona más baja detrás.

De la misma forma, en la posición fila 1, columna 3, no pueden ir números mayores que 5. Si pusiéramos un 6, solo nos quedarían cuatro personas más altas, mientras que quedan cinco posiciones para ocupar por gente más alta.

En la posición fila 1, columna 4, no pueden ir números mayores que 7. Si pusiéramos un 8, solo quedarían dos personas más altas, pero quedan tres posiciones para ser ocupadas por gente más alta.

En la posición fila 1, columna 5, los números válidos serán los que van del 5 al 9.

Vamos a ver de cuántas formas podemos organizar la primera fila. Una vez hecho, la segunda fila tendrá a los que queden ordenados de menor a mayor.

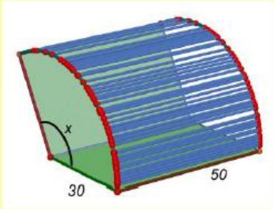
Opciones fila 1	Columna1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5
1	1	2	3	4	5
2	1	2	3	4	6
3	1	2	3	5	6
4	1	2	4	5	6
5	1	3	4	5	6
6	1	2	3	4	7
7	1	2	3	5	7
8	1	2	3	6	7
9	1	2	4	5	7
10	1	2	4	6	7
11	1	2	5	6	7
12	1	3	4	5	7
13	1	3	4	6	7
14	1	3	5	6	7
15	1	2	3	4	8
16	1	2	3	5	8
17	1	2	3	6	8
18	1	2	3	7	8
19	1	2	4	5	8
20	1	2	4	6	8
21	1	2	4	7	8
22	1	2	5	6	8
23	1	2	5	7	8
24	1	3	4	5	8
25	1	3	4	6	8
26	1	3	4	7	8
27	1	3	5	6	8
28	1	3	5	7	8
29	1	2	3	4	9
30	1	2	3	5	9
31	1	2	3	6	9
32	1	2	3	7	9
33	1	2	4	5	9
34	1	2	4	6	9
35	1	2	4	7	9
36	1	2	5	6	9
37	1	2	5	7	9
38	1	3	4	5	9
39	1	3	4	6	9
40	1	3	4	7	9
41	1	3	5	6	9
42	1	3	5	7	9

Por lo tanto, hay 42 formas distintas de colocarse para la fotografía.

3**

El volumen de la figura es de $15\,000\,\pi\ u^3$. Halla la amplitud del ángulo x.

4



SOLUCIÓN:

Lo que tenemos es un trozo de un cilindro con 30 unidades de radio y 50 de altura. Si el cilindro estuviera completo, el volumen que ocuparía sería

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot a = \pi \cdot 30^2 \cdot 50 = 45\,000\,\pi\ u^3$$

Como el volumen que ocupa nuestra figura es la tercera parte (45 000 : 15 000=3), el ángulo que abarca será la tercera parte de 360°, el ángulo del cilindro completo.

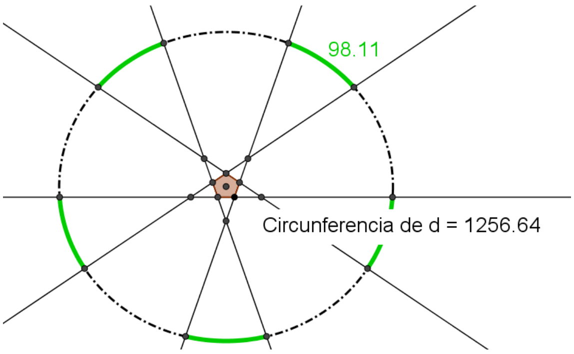
Por lo tanto, x=360 : 3=120°.

6 ggb

Un observador situat en un punt a 200 m del centre d'un edifici pentagonal de costat 20 m, i des del qual en té una bona visió, mira cap a ell. Quina probabilitat hi ha que veja tres costats de l'edifici?

7

SOLUCIÓN CON GEOGEBRA:



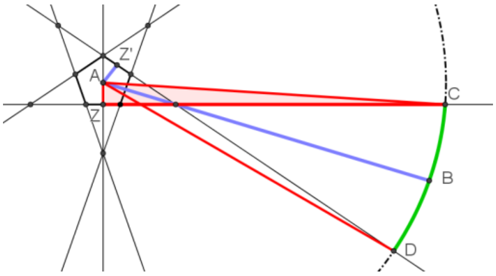
1. Dibujamos el edificio con un pentágono regular de lado 20.
2. Hallamos su centro.
3. Dibujamos la circunferencia centrada en ese punto con radio 200. Serán los puntos donde se puede ubicar el observador.
4. Trazamos las rectas que pasan por los lados del pentágono. Éstas cortan la circunferencia en una serie de arcos, de forma que desde unos se verán dos lados del edificio y desde otros tres, que son los que nos interesan (en el dibujo en verde).
5. Calculamos la longitud de la circunferencia con . La de los arcos está en la vista algebraica.

La probabilidad de que vea tres de las caras del edificio será

$$P = \frac{longitud\ de\ cinco\ arcos\ verdes}{longitud\ circunferencia} = \frac{5 \cdot 98.1142925}{1256.637081} = 0.390384$$

SOLUCIÓN ANALÍTICA:

Para hallar la longitud de un arco desde el que sean visibles tres lados del edificio necesitamos el ángulo que abarca. En el dibujo sería $\widehat{CAD}$.



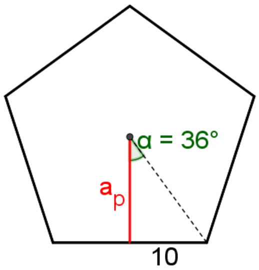
El radio será el segmento $\overline{AB}$ con una longitud de 200 m.

Consideremos el triángulo ACZ, donde $\overline{AZ}$ es la apotema del pentágono. Es rectángulo en Z, y la hipotenusa coincide con el radio de la circunferencia (200 m). Con estos datos podemos hallar el ángulo $\beta = \widehat{CAZ}$.

Si llamamos α al ángulo $\widehat{CAB}$, tendremos que el ángulo que buscamos es $2\ \alpha$.

Se cumple que $\beta - \alpha = 2 \cdot 36° \quad \rightarrow \quad \alpha = \beta - 72°$

Calculamos la longitud de la apotema:



$$tg\ 36° = \frac{10}{a_p} \quad \rightarrow \quad a_p = \frac{10}{tg\ 36°}$$

Calculamos β:

$$\cos\beta = \frac{a_p}{200} = \frac{\frac{10}{tg\ 36°}}{200} = \frac{1}{20\ tg\ 36°} \quad \rightarrow \quad \beta = arc\ cos\frac{1}{20\ tg\ 36°}$$

El ángulo que abarca el arco de circunferencia que nos interesa es 2α:

$$2\alpha = 2\beta - 144° = 28.10767435°$$

La longitud del arco será $L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 200}{360} \cdot 2\alpha = 98.1142925\ m$

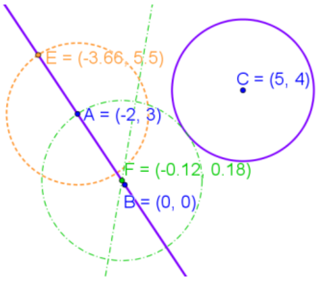
Para calcular la probabilidad de que el observador vea tres lados del edificio calculamos

$$P = \frac{longitud\ de\ cinco\ arcos\ verdes}{longitud\ circunferencia} = \frac{5L}{2\pi \cdot 200} = 0.390384$$

8 ggb

Determina sobre la recta que pasa por $A(-2{,}3)$ y $B(0{,}0)$ otro punto de esta que esté a la misma distancia de A que de la circunferencia con centro en $C(5{,}4)$ y radio 3 cm.

9



SOLUCIÓN CON GEOGEBRA:

Pasos a seguir:

1. Empezaremos por dibujar la recta y la circunferencia que dice el enunciado (en azul en el dibujo).
2. Trazamos una circunferencia con centro en A y el mismo radio que la otra (3 cm) (En naranja en el dibujo).
3. Hallamos el punto E de intersección de esta circunferencia con la recta inicial.
4. Trazamos la mediatriz del segmento que va de C a E.
5. Hallamos el punto F de intersección entre las dos rectas. Es el punto que buscamos.
6. Para comprobarlo, basta trazar la circunferencia con centro en F que pase por A y veremos que es tangente a la circunferencia inicial. Por lo tanto, F está a la misma distancia de A que de la circunferencia.

10*** **11**

Sean x e y todos los valores enteros y positivos que satisfacen la ecuación $5x + 11y = 2027$.

Calcula la suma de todos los valores posibles de y.

SOLUCIÓN:

Como la ecuación $5x + 11y = 2027$ tiene un coeficiente múltiplo de 5, seguiremos la estrategia de las cifras terminales.

El término $5x$ acabará en 0 o en 5.

Si $5x$ acaba en 0 $\Rightarrow$ $11y$ acabará en 7

Si $5x$ acaba en 5 $\Rightarrow$ $11y$ acabará en 2

Para no tener que trabajar con los dos casos por separado, multiplico la ecuación por 2: $10x + 22y = 4054$

El término $10x$ acaba en 0 $\Rightarrow$ el término $22y$ tendrá que acabar en 4:
Posibilidades para y:

Si y=2 $\Rightarrow$ $5x$+11(2)=2027 $\Rightarrow$ x= 401

Si y=7 $\Rightarrow$ $5x$+11(7)=2027 $\Rightarrow$ x=390

Si y=12 $\Rightarrow$ $5x$+11(12)=2027 $\Rightarrow$ x=379

Notar que los valores de y aumentan de 5 en 5 (coeficiente de x), a la vez que los de x disminuyen de 11 en 11 (coeficiente de y).

Para las x tenemos una progresión aritmética con a_1=401 y diferencia d=−11:
$\{a_x\}$=401, 390, 379, ...

a_x =0=a_1+(n-1)d=401+(n-1)(-11)=412-11n $\Rightarrow$ $n = \frac{412}{11} = 37{,}45$ $\Rightarrow$ El último término positivo es el n=37 $\Rightarrow$ a_{37}= a_1+(n-1)d=401+36(-11)=5

Para las y tenemos la sucesión $\{a_y\}$=2, 7, 12,.......a_{37}, progresión aritmética con d=5
a_{37}=2+36·5=182
La suma de los 37 valores posibles de y : $S_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n = \frac{2+182}{2} \cdot 37 = 3404$

13* 14

Mi abuela compró ayer comida para alimentar durante 12 días a los 4 gatos que tenía en casa, pero al volver recogió de la calle a dos gatos más. ¿Cuántos días le durará ahora la comida?

SOLUCIÓN:

Si llamamos ración a la cantidad de comida que necesita para un gato durante un día, mi abuela compró 12·4=48 raciones para alimentar durante 12 días a sus cuatro gatos.

Al recoger dos gatos, ahora tendrá que repartir esas 48 raciones entre los 6 gatos, es decir, 48:6=8 días le durará la comida.

15** 16

Usando una balanza de dos platillos y un máximo de 7 pesadas, ordena de menor a mayor peso cinco cajas de pesos distintos.

SOLUCIÓN:

Llamaremos a las cinco cajas A, B, C, D y E.

<u>Pesada 1</u>

Ponemos en un platillo la caja A y en el otro la B.

Supongamos que el resultado es $A<B$.

<u>Pesada 2</u>

Ahora comparamos C y D.

Suponemos que $C<D$.

<u>Pesada 3</u>

Comparamos los dos de menor peso, en este caso A y C.

Supongamos que $A<C$.

<u>Pesada 4</u>

Ahora comparamos las dos más pesadas que serían B y D.

Suponemos que hemos obtenido que D<B.

Con estas cuatro pesadas, ya hemos ordenado cuatro de las cinco cajas. Tenemos que A<C<D<B.

Solo nos falta saber dónde va la última, la E. Para saberlo, empezamos por compararla con una de las dos centrales C o D. Según el resultado obtenido iremos comparándola con las más pesadas o con las menos.

Pesada 5

Comparamos E con C.

Suponemos que hemos obtenido C<E.

Pesada 6

Ahora comparamos E con D (Si en la anterior hubiéramos obtenido C>E, ahora compararíamos E con A).

Suponemos que D<E.

Pesada 7

Ya sólo falta saber cuál pesa más, E o B.

Los comparamos y obtenemos E<B

Ya podemos ordenar las cinco cajas:

A<C<D<E<B

17*   18

El año 1961 tuvo la extraña propiedad de leerse igual si lo ponemos cabeza abajo. Desde el año 1, ¿cuántos han tenido esta propiedad? ¿Cuál será el próximo?

SOLUCIÓN:

Lo primero es tener claro que cifras podemos girar y obtener una cifra:

0, 1, 6, 8 y 9.

El 0, 1 y 8 girados vuelven a ser el mismo número, mientras que el 6 y el 9 se transforman uno en el otro.

Años de una cifra que lo cumplan hay dos: los años 1 y 8.

Años de dos cifras, cuatro: 11, 69, 88 y 96.

Años de tres cifras, doce: 101, 111, 181, 609, 619, 689, 808, 818, 888, 906, 916 y 986.

Años que ya han pasado con cuatro cifras hay cinco: 1001, 1111, 1691, 1881,1961.

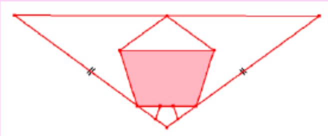
En total, 23 años han tenido esta propiedad.

El próximo será el año 6009.

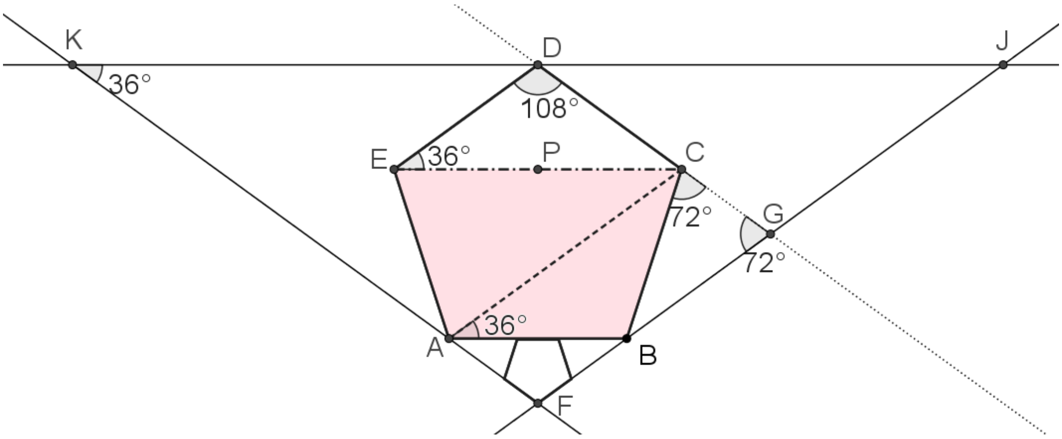
20***

21

La figura está formada por dos pentágonos regulares en el interior de un triángulo isósceles. Calcula la proporción entre las áreas del cuadrilátero sombreado y el área del triángulo.



SOLUCIÓN:



Supondremos que el lado del pentágono grande mide 1.

En la figura tenemos cuatro triángulos semejantes con dos ángulos de 36° y uno de 108°. Son los de vértices FJK, GJD, CDE y ABF.

También tenemos un triángulo isósceles con dos ángulos de 72° y uno de 36° con vértices BCG.

ÁREA DEL CUADRILÁTERO ABCE

Para hallarla, calcularemos la del pentágono y le restaremos la del triángulo CDE.

1. Área del triángulo CDE

Del triángulo rectángulo EPD deducimos que

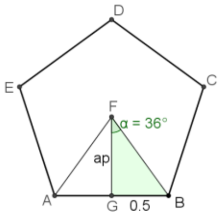
$$cos36° = \frac{\overline{EP}}{1} \quad \rightarrow \quad \overline{EC} = 2\overline{EP} = 2\cos 36° = base$$

$$sen\ 36° = \frac{\overline{PD}}{1} = \overline{PD} = altura$$

De donde $S_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot 2\cos 36° \cdot sen\ 36° = \frac{1}{2} \cdot tg\ 72°$

2. Área del pentágono ABCDE

Necesitamos la apotema del pentágono



En el triángulo BFG se cumple:

$$tg\ 36° = \frac{0.5}{ap} \quad \rightarrow \quad ap = \frac{1}{2\ tg\ 36°}$$

El área del pentágono será

$$S_{ABCDE} = \frac{Perímetro \cdot apotema}{2} = \frac{5 \cdot \frac{1}{2\ tg\ 36°}}{2} = \frac{5}{4\ tg\ 36°}$$

3. Área del cuadrilátero ABCE

$$S_{ABCE} = S_{ABCDE} - S_{CDE} = \frac{5}{4\ tg\ 36°} - \frac{1}{2} \cdot tg\ 72°$$

ÁREA DEL TRIÁNGULO FJK

De este triángulo no tenemos más datos que los ángulos, por lo que vamos a empezar calculando la longitud de uno de sus lados, el KJ, o lo que nos servirá para lo mismo, calcularemos DJ usando la semejanza entre los triángulos CDE y GJD.

1. Longitud CG

   Teniendo en cuenta los datos conocidos del triángulo isósceles BCG , con el teorema del seno podemos afirmar que

   $$\frac{sen\ 72°}{1} = \frac{sen\ 36°}{\overline{CG}} \quad \rightarrow \quad \overline{CG} = \frac{sen\ 36°}{sen\ 72°} = \frac{1}{2\cos 36°}$$

2. Longitud DG

   Se cumple que $\overline{DG} = \overline{DC} + \overline{CG} = 1 + \frac{1}{2\cos 36°}$

3. Longitud DJ

   Usamos la semejanza de los triángulos GJD y CDE:

   $$\frac{\overline{DJ}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{DG}}{\overline{DE}} \quad \rightarrow \quad \frac{\overline{DJ}}{2\cos 36°} = \frac{1 + \frac{1}{2\cos 36°}}{1} \quad \rightarrow \quad \overline{DJ} = 1 + 2\cos 36°$$

   La base del triángulo FJK es $\overline{KJ} = 2\overline{DJ}$.

   La altura de FJK será la longitud de $\overline{DF}$:

   Se cumple $tg\ 36° = \frac{\overline{DF}}{\overline{DJ}} \quad \rightarrow \quad \overline{DF} = tg\ 36° \cdot \overline{DJ}$

   $$altura = \overline{DF} = tg\ 36°(1 + 2\cos 36°)$$

4. ÁREA FJK

   $$S_{FJK} = \frac{1}{2} \cdot 2\overline{DJ} \cdot \overline{DF} = (1 + 2\cos 36°) tg\ 36° (1 + 2\cos 36°)$$

   $$S_{FJK} = (1 + 2\cos 36°)^2 tg\ 36°$$

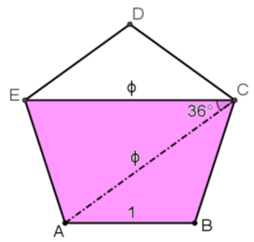
La relación pedida $\frac{S_{ABCE}}{S_{FJK}} = \frac{1}{4}$

SOLUCIÓN USANDO EL NÚMERO DE ORO:

En un pentágono regular, si dividimos lo que mide una diagonal entre lo que mide un lado, obtenemos el número de oro. Por lo tanto, si usamos un pentágono con lado 1, la longitud de sus diagonales coincidirá con el número de oro $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Se cumple que $1 + \frac{1}{\phi} = 1 + \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{1+\sqrt{5}+2}{1+\sqrt{5}} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} = \frac{-2-2\sqrt{5}}{1-5} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \phi$.

ÁREA DEL CUADRILÁTERO ABCE



Calcularemos las áreas de los triángulos ABC y ACE. Al ser $\overline{AB}\ y\ \overline{EC}$ paralelos, las alturas coinciden. Calculamos su valor:

$$sen\ 36° = \frac{a}{\phi} \ \rightarrow \ a = \phi\ sen\ 36°$$

$$S_{ABCE} = S_{ABC} + S_{ACE} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \phi\ sen\ 36° + \frac{1}{2} \cdot \phi \cdot \phi\ sen\ 36° =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot (1+\phi) \cdot \phi\ sen\ 36°$$

ÁREA DEL TRIÁNGULO FJK

De este triángulo no tenemos más datos que los ángulos, por lo que vamos a empezar calculando la longitud de uno de sus lados.

1. En el triángulo isósceles BDG conocemos $\overline{BD} = \phi$ y los ángulos de 36°en

D y de 72° en B y G, por lo que $\overline{DG} = \overline{BD} = \phi$.

2. Al ser semejantes los triángulos CDE y DGJ:
$$\frac{\overline{ED}}{\overline{DG}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{DJ}} \ \rightarrow \ \frac{1}{\phi} = \frac{\phi}{\overline{DJ}} \ \rightarrow \ \overline{DJ} = \phi^2 \ \rightarrow \ \overline{KJ} = 2\phi^2$$
3. Calculamos la altura de FJK:
$$tg\ 36° = \frac{\overline{FD}}{\overline{DJ}} \ \rightarrow \ \overline{FD} = \overline{DJ} \cdot tg\ 36° = \phi^2 \cdot tg\ 36°$$
4. El área del triángulo FJK:
$$S_{FJK} = \frac{1}{2} \cdot \overline{KJ} \cdot \overline{FD} = \frac{1}{2} \cdot 2\phi^2 \cdot \phi^2 \cdot tg\ 36°$$
$$S_{FJK} = \phi^4 \cdot tg\ 36°$$

La relación pedida:

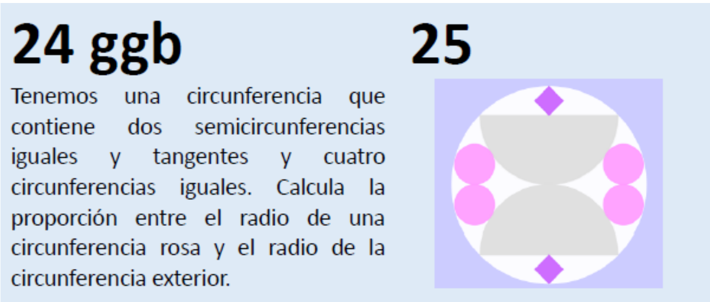
La relación pedida $\frac{S_{ABCE}}{S_{FJK}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot(1+\phi)\cdot\phi\ sen\ 36°}{\phi^4 \cdot tg\ 36°} = \frac{(1+\phi)\cdot \cos 36°}{2\phi^3} = \frac{1}{4}$

$$\frac{S_{ABCE}}{S_{FJK}} = \frac{1}{4}$$

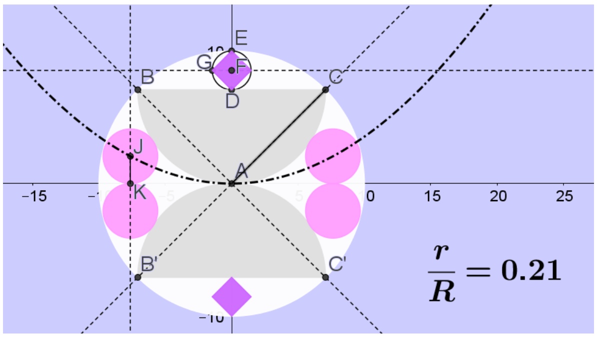
SOLUCIÓN:

9+87+6+543+21=666

9+8+7+654+321=999



SOLUCIÓN CON GEOGEBRA:



1. Empezaremos por dibujar una circunferencia con centro en A(0,0).

2. Para las semicircunferencias necesitamos los extremos del arco, que estarán en los puntos de corte de la circunferencia con dos diámetros perpendiculares entre sí y una inclinación de 45° respecto a los ejes.

3. Trazamos las dos semicircunferencias.

4. Para los dos cuadrados hallamos el punto medio del segmento BD y después el punto medio del segmento que va desde el punto que acabamos de calcular y E (punto de corte de la circunferencia con el eje de ordenadas).

5. Trazamos la circunferencia con centro en F que pase por E y la perpendicular al eje de ordenadas por F. El punto de corte G es un vértice del cuadrado.

6. Trazamos el cuadrado con polígono regular y los vértices E y G.

7. Para las circunferencias pequeñas, trazamos la parábola con centro en D y vértice en A.

8. Marcamos un punto J sobre la parábola y la perpendicular al eje de abscisas por J. El punto K de intersección del eje y la perpendicular lo usaremos para trazar una circunferencia con centro en J.

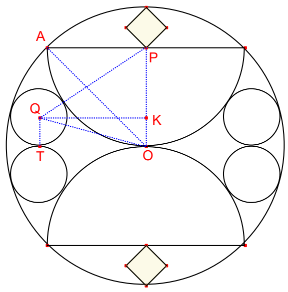
9. Desplazamos J por la parábola hasta que la circunferencia sea tangente a la circunferencia exterior y a la semicircunferencia.

SOLUCIÓN ANALÍTICA:

Sea $\overline{OA} = R$, radio de la circunferencia exterior.

Sea $\overline{PA} = \frac{\sqrt{2}}{2}R$ radio de la semicircunferencia.

Sea $\overline{QT} = s$, radio de las cuatro circunferencias pequeñas.



$\overline{OQ} = r - s, \overline{PQ} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}r + s, \overline{PK} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}r - s$

Aplicando el teorema de Pitágoras a los triángulos rectángulos $\overset{\Delta}{QKO}, \overset{\Delta}{PKQ}$:

$$(R-s)^2 - s^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}r + s\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}r - s\right)^2$$

$$R^2 - 2Rs + s^2 - s^2 = \frac{1}{2}r^2 + \sqrt{2}rs + s^2 - \left(\frac{1}{2}r^2 - \sqrt{2}rs + s^2\right)$$

$$R^2 - 2Rs = 2\sqrt{2}rs$$

$$R^2 = 2Rs + 2\sqrt{2}rs = \left(2R + 2\sqrt{2}r\right)s$$

Resolviendo la ecuación: $s = \frac{\sqrt{2}-1}{2}R$

La proporción de los radios es:

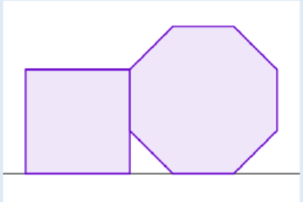
$$\frac{s}{R} = \frac{\sqrt{2}-1}{2} \cong 0.2071$$

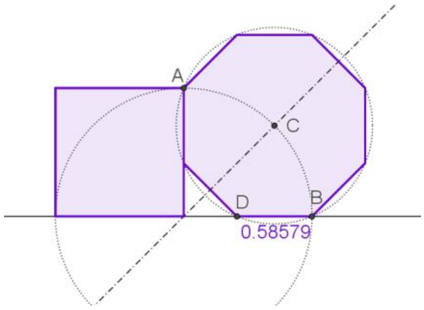
27 ggb

28

Un cuadrado y un octógono regular tienen un lado sobre la misma recta y el vértice común que se observa en la figura.

Si el lado del cuadrado mide 1 dm, ¿cuánto mide el lado del octógono?





SOLUCIÓN CON GEOGEBRA:

1. Empezamos por trazar el cuadrado de lado 1.
2. Trazamos la circunferencia con centro en el vértice inferior derecho del cuadrado que pase por A vértice común al cuadrado y el octógono.
3. El punto B. vértice del octógono lo hallamos con la intersección de esta circunferencia y la recta de la base.
4. El centro del octógono está sobre la bisectriz trazada.
5. Hallamos el punto C de intersección de la circunferencia con la bisectriz.
6. Trazamos la circunferencia con centro en C que pase por B. Todos los vértices del octógono están sobre ella.
7. Hallamos el punto D con la intersección de la circunferencia y la recta base.
8. El segmento BD será la base del octógono. Con polígono regular de 8 vértice lo trazamos.
9. El lado del octógono mide 0.58579 dm.

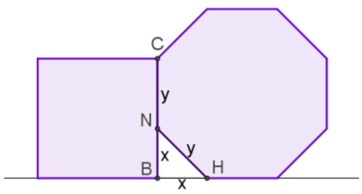
SOLUCIÓN ANALÍTICA:

Entre el cuadrado, el octógono y recta de la base queda un triángulo rectángulo isósceles de vértices B, N y H en el que se cumple

$$x^2 + x^2 = y^2$$

Como el lado del cuadrado es 1, también sabemos que

$$x + y = 1$$



Resolvemos el sistema:

$$x + y = 1 \quad \rightarrow \quad y = 1 - x \quad \rightarrow \quad x^2 + x^2 = (1 - x)^2 \quad \rightarrow 2x^2 = \; 1 - 2x + x^2$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = -1 \pm \sqrt{2}$$

Pero al ser x la longitud de un cateto la única solución válida es $x = -1 + \sqrt{2}$

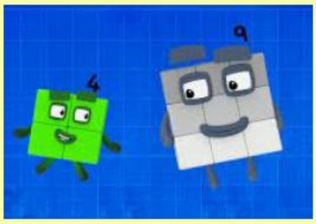
El lado del octógono valdrá: $y = 1 - x = 1 - \left(-1 + \sqrt{2}\right) = 2 - \sqrt{2} \cong \; 0.58579$ dm

29**

El número 2026! ¿es un cuadrado perfecto?

Nota:
$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

30

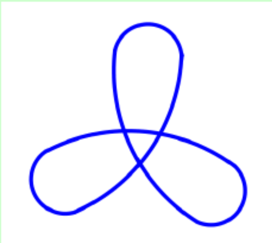


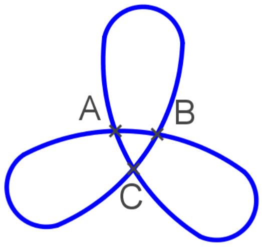
SOLUCIÓN:

Para que el número sea un cuadrado perfecto, al factorizarlo debemos tener una cantidad par de cualquier factor. Pero 2017, por ejemplo, es un número primo que solo aparece una vez (ocurre con más factores primos).

31*

Mi primo me ha enviado este dibujo de como ha colocado una cuerda cerrada y me pregunta cuál es la probabilidad de que haya hecho un nudo. Teniendo en cuenta que no se ve cuándo la cuerda pasa por encima y cuándo por debajo, calcúlalo.





SOLUCIÓN:

Llamaremos A, B y C a los tres puntos donde se cruzan dos tramos de la cuerda.

En el punto A, a representará la cuerda en la posición 

En el punto B, b representará la cuerda en la posición 

En el punto C, c representará la cuerda en la posición 

Indicaremos con s que ese tramo de cuerda está en la parte superior y con i en la inferior en el cruce correspondiente.

Como tenemos tres cruces y dos opciones en cada uno, el total de posibles posiciones de la cuerda será 2·2·2=8.

as	*bs*	*cs*	1
as	*bs*	*ci*	2
as	*bi*	*cs*	2
as	*bi*	*ci*	NUDO
ai	*bi*	*ci*	2
ai	*bi*	*cs*	1
ai	*bs*	*ci*	1
ai	*bs*	*cs*	NUDO

Para comprobar si hay o no un nudo, tomamos una cuerdecita y la ponemos tal y como indican las distintas opciones. Al estirar, veremos que sólo en dos de los casos hemos conseguido un nudo.

Los seis restantes, en realidad sólo son dos disposiciones distintas (indicadas con 1 y 2 en la tabla). Se consiguen rotando 120° el dibujo alrededor del centro de este.

La probabilidad de que tenga un nudo será:

$$P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$