SOLUCIONES – SEPTIEMBRE 2026

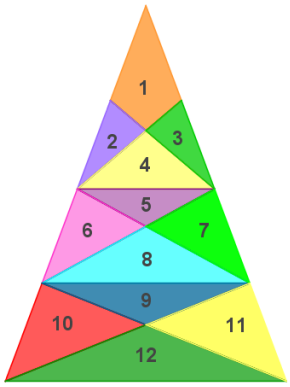
1*

¿Cuántos triángulos puedes contar en la figura?



SOLUCIÓN:

Empezaremos numerando los 12 polígonos que forman la figura para después contar los triángulos en función del número de piezas que los forman.

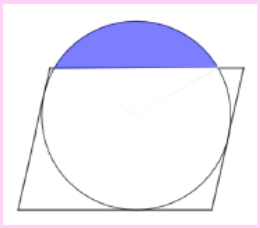


1. Una pieza: desde el 2 hasta el 12. En total, 11.
2. Dos piezas: 2+4, 3+4, 2+1, 3+1, 5+6, 5+7, 6+8, 7+8, 9+10, 9+11, 10+12, 11+12. En total, 12.
3. De tres piezas: ninguno.
4. De cuatro piezas: 1+2+3+4, 2+4+5+6, 3+4+5+7, 6+8+9+10, 7+8+9+11. En total, 5.
5. De seis piezas: 1+2+3+4+5+6, 1+2+3+4+5+7. En total, 2.
6. De ocho piezas: 1+2+3+4+5+6+7+8. En total, 1.
7. De diez piezas: 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10, 1+2+3+4+5+6+7+8+9+11. En total, 2.
8. De doce piezas: 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12. En total, 1.

El número total de triángulos será 11+12+5+2+1+2+1=34.

2* 3

Calcula el área del segmento circular azul sabiendo que las alturas del paralelogramo miden 3 y 4 cm.



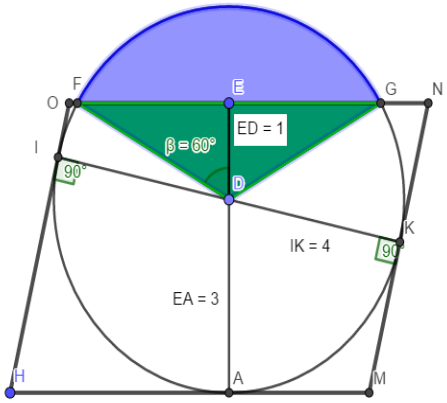
SOLUCIÓN:

La altura oblicua IK mide 4 cm y la altura vertical EA mide 3 cm.

La altura IK es perpendicular a los lados en los puntos de tangencia.

La perpendicular a una tangente a una circunferencia en el punto de tangencia pasa por el centro.

Las dos alturas IK y AE se cortan en el centro D.



El radio de la circunferencia $\mathrm{r} = \frac{IK}{2} = 2 = AD = FD \rightarrow ED = 1$

Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo EFD:
$FE = \sqrt{FD^2 - ED^2} = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}$

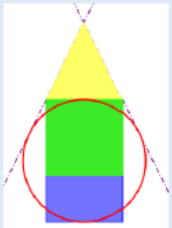
$cos\beta = \frac{ED}{FD} = \frac{1}{2} \rightarrow \quad \beta = \angle EDF = \frac{\pi}{3}$ rad $= 60°$

$$Área_{segmento\ circular} = Área_{sector} - Área_{triángulo} = \frac{1}{2}r^2\theta - \frac{1}{2}bh =$$

$$= \frac{1}{2}2^2\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2}2\sqrt{3}\cdot 1 = \boldsymbol{\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}} \cong 2.46\ cm^2$$

4 ggb 5

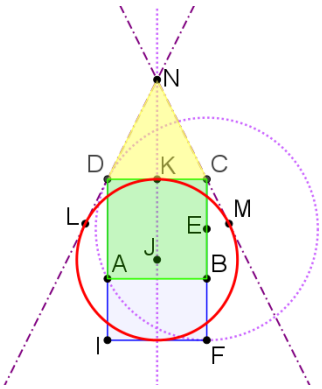
La figura está formada por un triángulo isósceles, un cuadrado, un rectángulo áureo y una circunferencia.
Calcula la proporción entre las áreas del triángulo isósceles y del cuadrado.



SOLUCIÓN CON GEOGEBRA:

Pasos a seguir:

1. Trazamos el cuadrado ABCD con polígono regular.
2. Para el rectángulo áureo hallamos el punto medio del lado BC y trazamos la circunferencia con centro en E que pase por A.



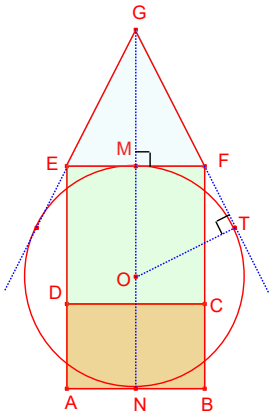
$$\frac{\textit{Área triángulo}}{\textit{Área cuadrado}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

Nos dará el vértice F del rectángulo como la intersección de esta circunferencia con la prolongación del lado CB del cuadrado.

Para obtener el vértice I del rectángulo prolongamos el lado AD y trazamos la perpendicular por F al lado BC. Trazamos el rectángulo.

3. Para obtener el centro de la circunferencia roja J trazamos la mediatriz del segmento CD y la recta por D y F. Estará en la intersección de ambas. Con el punto medio del segmento CD la dibujamos.
4. Para hallar el vértice N del triángulo trazamos las rectas tangentes a la circunferencia roja por C y por D. N es el punto de intersección de ambas.
5. Trazamos el triángulo CDN.
6. Las superficies tanto de cuadrado como del triángulo aparecen en la vista algebraica. La relación entre ambas es de 1:2.

SOLUCIÓN ANALÍTICA:



El que un rectángulo sea áureo nos dice que la relación entre sus lados es el número de oro. Es decir, que $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \phi$, por lo que podemos considerar que $\overline{AB} = \phi$ y $\overline{BC} = 1$.

Como el rectángulo ABFE también es áureo, debe cumplirse la misma proporción:

$$\frac{\overline{BF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BF}}{\phi} = \phi \quad \rightarrow \quad \overline{BF} = \phi^2$$

Llamaremos $\overline{GM}=x$

Los triángulos rectángulos GMF y GTO son semejantes por tener ambos un ángulo en común y uno recto. Se cumplirá:

$$\frac{\frac{\Phi}{2}}{x}=\frac{\frac{\Phi^2}{2}}{\sqrt{\left(x+\frac{\Phi^2}{2}\right)^2-\left(\frac{\Phi^2}{2}\right)^2}}$$

Simplificando:

$\sqrt{x^2+\Phi^2 x}=\Phi x$

Resolviendo la ecuación:

$x=\Phi$

$S_{EFG}=\frac{1}{2}\cdot\Phi\cdot\Phi=\frac{1}{2}\Phi^2$

$S_{CDEF}=\Phi^2$

$\frac{S_{EFG}}{S_{CDEF}}=\frac{1}{2}$

7 ggb **8**

Dibuja un triángulo ABC del que conocemos que:

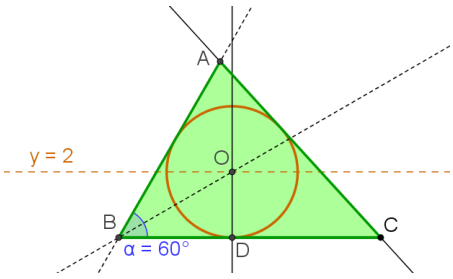
- El lado $\overline{BC}$ mide 8 cm
- El ángulo $\hat{B}$ mide 60°
- El radio de la circunferencia inscrita mide 2 cm.



SOLUCIÓN CON GEOGEBRA:

Pasos a seguir:

1. Dibujamos el segmento $\overline{BC}$ de 8 cm con $B(0,0)$ y $C(8,0)$.
2. Con ángulo según amplitud, el ángulo en el vértice B de 60°.
3. El centro de la circunferencia inscrita está a 2 cm de la base BC y en la bisectriz del ángulo $\hat{B}$, así que trazamos la bisectriz e introducimos la recta y=2.



4. La intersección de ambas rectas nos da el centro O de la circunferencia inscrita.

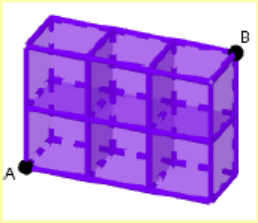
5. Trazamos la perpendicular a la base por O para obtener el punto D que pertenece a la circunferencia inscrita. Ya la podemos dibujar.
6. Trazamos la tangente a la circunferencia por C para obtener el tercer lado del triángulo. Hallamos A con la intersección de esta tangente y la recta que nos ha definido el ángulo de 60°.
7. Dibujamos el triángulo.

9**

La figura está formada por seis cubos macizos de arista 1.

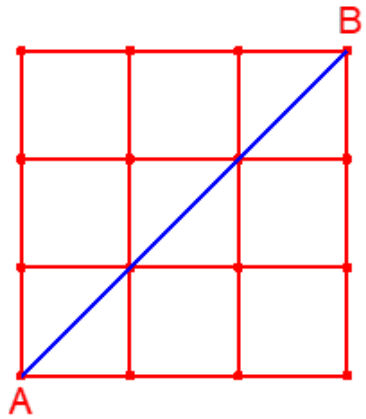
Calcula la distancia mínima entre los vértices A y B.

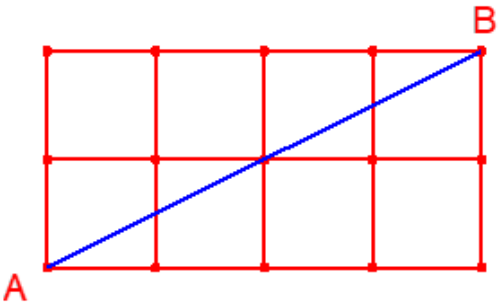
10



SOLUCIÓN:

Consideramos los dos desarrollos de la figura, ya que la distancia mínima será uno de los dos recorridos en línea recta posibles:





$AB = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \approx 4.24$ $\quad AB = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4.47$

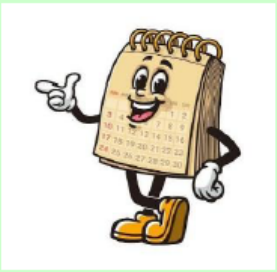
Con lo que el primer recorrido es más corto que el segundo.

11* **12**

En un determinado mes hay 5 lunes, 5 martes y 5 miércoles.

¿Qué día de la semana es el 25?

¿Cuántos días tiene ese mes?



SOLUCIÓN:

Un mes de 28 días tiene exactamente cuatro semanas completas. Por lo tanto: cuatro lunes, cuatro martes, …, cuatro domingos.

Si nuestro mes tiene 5 lunes, 5 martes y 5 miércoles, tiene tres días más, es decir, tiene 31 días.

Si el mes empieza en lunes, se cumplirá nuestra condición, ya que los tres días de más serán los tres primeros de una semana.

El mes será:

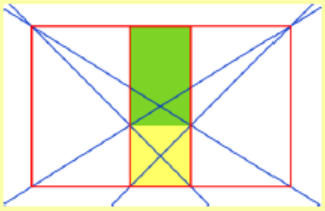
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Por lo que el día 25 será jueves.

14**

La figura está formada por dos cuadrados rojos superpuestos en cuya intersección hay un cuadrado amarillo y un rectángulo verde. Calcula la proporción entre el área del rectángulo y la del cuadrado amarillo.

15



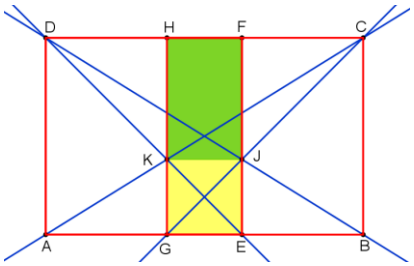
SOLUCIÓN:

Llamaremos $\overline{GE} = a$ y $\overline{AG} = \overline{EB} = \overline{FJ} = b$

Se cumple que $\widehat{AEK} = 45°$

$$\overline{BC} = a + b$$

Los triángulos ABC y AGK son semejantes, por lo que se cumple que



$$\frac{b}{a} = \frac{a+2b}{a+b}$$

De donde

$$b(a+b) = a(a+2b) \rightarrow ab + b^2 = a^2 + 2ab \rightarrow b^2 - ab - a^2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{b^2}{a^2} - \frac{ab}{a^2} - \frac{a^2}{a^2} = 0 \rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{b}{a} - 1 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Al ser a y b positivos, la única solución posible será $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \phi$, el número de oro.

La relación entre las dos áreas será:

$$\frac{A_{rectángulo}}{A_{triángulo}} = \frac{a \cdot b}{a^2} = \frac{a}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \phi$$

16* 17

Consigue como resultado 100 usando cuatro veces el número 5.

Haz lo mismo con cuatro 9.

Las únicas operaciones válidas son suma, resta, multiplicación y división.



SOLUCIÓN:

Con cuatro 5:

$$(5+5)\cdot(5+5)=10\cdot 10=100$$

Con cuatro 9:

$$99+\frac{9}{9}=99+1=100$$

18** 19

Un tren tarda 6 segundos en pasar por un semáforo y 24 segundos en atravesar un túnel de 240 m de longitud.

¿Cuánto tardará en cruzar una estación de 160 m de longitud?



SOLUCIÓN:

El tiempo que tarda el tren, tanto en atravesar el túnel como en cruzar la estación, se cuenta desde que la cabeza del convoy entra hasta que sale la cola, es decir, desde que empieza a haber tren dentro del túnel hasta que deja de haberlo (lo mismo con la estación).

El que el tren tarde 6 segundos en pasar por un semáforo, nos dice que desde que el primer vagón llega al semáforo hasta que el último lo deja, pasan 6 segundos. Por lo tanto, desde que la cabeza del tren entra en el túnel hasta que llega a la salida pasan $24-6=18$ segundos. Este es el tiempo en que la cabeza (o cualquier otro punto del tren) recorre los 240 m del túnel.

Queremos saber cuánto necesita para los 160 m de la estación, que será:

$$t=\frac{160}{240}\cdot 18=12 \text{ segundos}$$

Para atravesarla tendremos que añadir los 6 segundos que pasan desde que la cabeza del tren llega al final de la estación hasta que lo hace la cola.

El tren tardará $12+6=18$ segundos en atravesarla.

21* **22**

Sabiendo que el ayer del ante-ayer de mañana fue lunes, ¿qué día será el pasado mañana del mañana de anteayer?



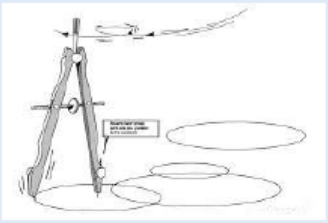
SOLUCIÓN:

Será jueves. Para saberlo vamos colocando las dos pistas en una tabla con referencia a hoy:

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES
		HOY	
			Mañana
	Anteayer de mañana		
Ayer del anteayer de mañana			
		HOY	
Anteayer			
	Mañana de anteayer		
			Pasado mañana del mañana de anteayer

23 ggb **24**

Traza todas las circunferencias de radio 1 cm que sean tangentes simultáneamente a la recta $2x - 3y = 6$ y a la circunferencia de centro $C(2,1)$ y radio 4 cm.

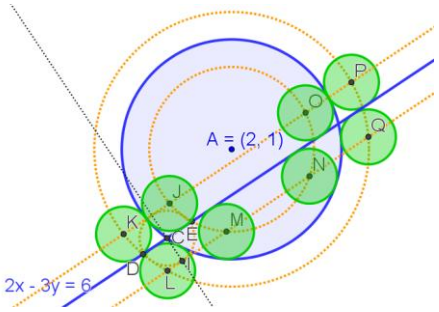


SOLUCIÓN:

Pasos a seguir:

1. Empezamos introduciendo la recta $2x - 3y = 6$ y dibujando la circunferencia con centro en $A(2,1)$ y radio 4 (ambas en azul en el dibujo).

   Las circunferencias que buscamos tienen radio 1 y son tangentes a nuestra circunferencia, por lo que sus centros estarán sobre una circunferencia centrada en $A(2,1)$, pero con un radio una unidad mayor o menor que 4.



2. Dibujamos las circunferencias centradas en A con radios 3 y 5 (línea de puntos naranja en el dibujo).

   También deben ser tangentes a la recta, por lo que sus centros estarán sobre rectas paralelas a la inicial a una distancia de una unidad (en cualquiera de las dos direcciones). Para trazar estas rectas, necesitamos medir esa unidad:

3. Hallamos el punto C como intersección de la recta y la circunferencia (valdría cualquier otro punto de la recta) y trazamos la circunferencia con centro en C y radio 1. La intersección de la circunferencia con la perpendicular a la recta $2x - 3y = 6$ que pase por C nos da los puntos por los que debemos trazar las paralelas a $2x - 3y = 6$. Las dibujamos (en puntos naranja en el dibujo).

4. Los ocho puntos de intersección de las dos circunferencias naranjas con las dos rectas naranjas nos dan los centros de las circunferencias que buscamos. Como sabemos que tienen radio 1, podemos trazarlas.

25* 26**

Si escribo al azar una fracción propia que tenga como denominador el número 900, ¿qué probabilidad hay de que sea irreducible?



SOLUCIÓN:

El que la fracción sea propia nos dice que el numerador es menor que el denominador, es decir, hay 899 fracciones posibles.

Nos falta saber cuántas serán irreducibles, para lo que necesitamos saber cuántos de esos números tienen al menos un factor común con el 900, porque, de tenerlo, la fracción se podría simplificar.

Factorizamos el denominador: $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$, de donde podemos deducir que cualquier número que contenga en su factorización el 2, el 3 y/o el 5, podrá simplificarse, por lo que necesitamos saber cuántos números menores que 900 no son múltiplos de ninguno de estos tres números.

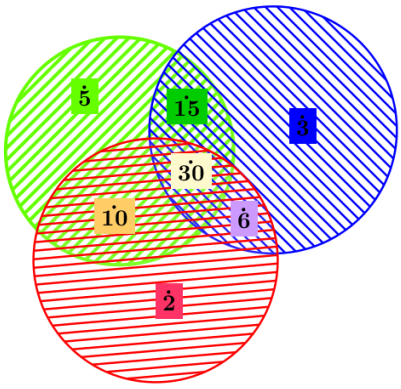
Vamos a empezar contando cuántos sí lo son. Por comodidad, los estudiaremos desde el 1 hasta el 900, aunque al final el 900 no nos interesará (lo descontaremos).

Hay que tener en cuenta que, si calculamos los múltiplos de 2 y los de 3 por separado, habrá números que hayamos contado dos veces: los que son múltiplos de ambos, es decir, de 6.

Lo mismo pasa con el 2 y el 5, los de 10 estarían contados dos veces, y con los de 3 y los de 5, estarían dos veces los de 15.

Aún hay más: los que son múltiplos de los tres números, es decir, de 30, estarán contados tres veces.

Lo vemos mejor en un dibujo:



Para calcular cuántos múltiplos hay de 2, tendremos en cuenta que de cada dos consecutivos, uno es múltiplo de dos. De la misma forma, para los de tres, de cada tres consecutivos uno lo será, y así sucesivamente.

Múltiplos de	Cálculo	Total
2	$\frac{900}{2}$	$\mathrm{m}(2)=450$
3	$\frac{900}{3}$	$\mathrm{m}(3)=300$
5	$\frac{900}{5}$	$\mathrm{m}(5)=180$
6	$\frac{900}{6}$	$\mathrm{m}(6)=150$
10	$\frac{900}{10}$	$\mathrm{m}(10)=90$
15	$\frac{900}{15}$	$\mathrm{m}(15)=60$
30	$\frac{900}{30}$	$\mathrm{m}(30)=30$

Contamos cuántos números son múltiplos de 2, 3 y/o 5:

$$\text{Total}=\mathrm{m}(2)+\mathrm{m}(3)+\mathrm{m}(5)-\mathrm{m}(6)-\mathrm{m}(10)-\mathrm{m}(15)+\mathrm{m}(30)=$$

$$=450+300+180-150-90-60+30=660$$

Hemos descontado los múltiplos de 6, 10 y 15 porque los habíamos contado dos veces, pero, al hacerlo, los de 30, que estaban contados tres veces, ya no están, por eso los sumamos al final.

Lo que nos interesa, que son los números que no son múltiplos de 2, 3 y/o 5, será los demás, es decir, $900-660=240$.

Por lo que la probabilidad pedida será:

$$P(fracción\ irreducible)=\frac{240}{899}$$

28**

Separa los números 2, 4, 6, 10, 22, 25, 40 y 66 en dos grupos, de forma que los productos de los números de los dos grupos sean iguales. ¿De cuántas maneras distintas se puede hacer esto?

Razona la respuesta.

29



SOLUCIÓN:

Factorizamos cada número:

$2 = 2$ $\quad$ $10 = 2 \cdot 5$ $\quad$ $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

$4 = 2 \cdot 2$ $\quad$ $22 = 2 \cdot 11$ $\quad$ $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$

$6 = 2 \cdot 3$ $\quad$ $25 = 5 \cdot 5$

Para que los productos de los dos grupos sean iguales, hay que repartir los mismos factores primos por igual entre los dos grupos.

El factor primo 11 solo aparece una vez en dos números, 22 y 66. Esto quiere decir que estos números tienen que estar en grupos diferentes.

Lo mismo pasa con el factor primo 3, solo aparece en el 6 y el 66. Por lo tanto, estos dos números también tienen que estar en grupos diferentes. Así que de momento en un grupo están los números 22 y 6, y en el otro el 66.

Veamos el factor primo 5. Aparece cuatro veces. Hay dos 5 en el número 25. Esto implica que el 25 tiene que estar en un grupo, y los números 10 y 40 en otro.

Consideramos dos casos: cuando los números 66 y 25 están en el mismo grupo y cuando están en grupos diferentes.

Caso 1: Grupo A: 66, 25 Grupo B: 6, 22, 10, 40

El grupo B contiene un total de seis factores 2: uno del 6, uno del 22, uno del 10 y tres del 40.

El total de factores 2 es de $1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 0 + 3 + 1 = 10$

Por lo tanto, para el grupo A no quedan más que cuatro factores 2. Esto quiere decir que los dos grupos, definitivamente, no serán iguales, puesto que habrá más factores 2 en un grupo que en el otro. Este caso es imposible.

Caso 2: Los números 66 y 25 están en grupos diferentes.

Entonces: Grupo A: 66, 10, 40 Grupo B: 6, 22, 25

Solo quedan para repartir los números 2 y 4.

En el grupo A hay un total de cinco factores 2. Como ya hemos contado, son diez en total. Esto quiere decir que los demás 2 tendrían que estar en el grupo B. Por lo tanto, obtenemos la única distribución posible:

Solo se puede hacer de una manera:

Respuesta: 66, 10, 40 y 6, 22, 25, 2, 4

El producto es $66 \cdot 10 \cdot 40 = 6 \cdot 22 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 4 = 26\,400$

30*

Halla todos los números de seis cifras que cumplen:

- Contienen al menos una vez todas las cifras impares. No contienen cifras pares.
- Son múltiplo de 3.
- Las dos cifras iguales son la media aritmética de las que tienen a su izquierda y a su derecha.
- Las dos centrales forman un número que no es primo, y la de la izquierda es mayor que la de la derecha.

SOLUCIÓN:

De la primera pista, las únicas cifras en el número serán 1, 3, 5, 7 y 9, pero como no hay cifras pares, una debe estar repetida.

Si el número es múltiplo de 3, la suma de las seis cifras debe serlo también. Si sumamos las cinco cifras impares distintas, obtenemos:

1+3+5+7+9=25

Para que al sumar las seis obtengamos un múltiplo de 3, la única opción posible para la cifra que nos falta es el 5.

Así que nuestro número estará formado por las cifras 1, 3, 5, 5, 7 y 9.

Pasamos a la siguiente pista. Las dos cifras iguales son la media aritmética de las que tienen a izquierda y derecha. Como son dos 5, la suma de las de izquierda y derecha debe ser 10. Esto lo podemos conseguir con el 1 y el 9 o con el 3 y el 7. Por lo que los dos 5 deben aparecer de alguna de estas formas:

159, 951, 357 o 753.

La última pista nos dice que las dos centrales forman un número que no es primo. Además, la cifra de la izquierda es mayor que la de la derecha. Buscamos una tabla con los números primos de dos cifras:



Los números primos son los marcados en azul, por lo que las opciones para los dos centrales son:

51, 75, 91, 93, 95

Veamos con toda la información que tenemos cómo pueden ser los números:

1ª cifra	2ª cifra	Cifras centrales		5ª cifra	6ª cifra	Válido	Motivo
	9	5	1			No	No hay sitio donde colocar el otro 5 entre un 3 y un 7.
		7	5	3		No	No hay sitio donde colocar el otro 5 entre un 1 y un 9.
		9	1			No	Uno de los 5 debería estar entre el 1 y el 9.
1	5	9	3	5	7	Sí	
		9	5	1		No	No hay sitio donde colocar el otro 5 entre un 3 y un 7.

Por lo que solo hay un número que cumpla todas las condiciones, el 159357.