

OLIMPIADA MATEMÀTICA 2008  
PROVA INDIVIDUAL  
CATEGORIA 12-14 ANYS

1. Tenim 31 caixes, cadascuna amb una o més monedes. Entre elles hi ha 25 que tenen dues o més monedes, 17 que tenen tres o més monedes, 15 que tenen quatre o més monedes, 9 que tenen cinc o més monedes i 6 que tenen sis monedes.

Sabem que cap caixa té més de 6 monedes. Quantes monedes hi ha en total?

SOLUCIÓ:  $25 - 17 = 8$  CAIXES DE 2 MONEDES.

$17 - 15 = 2$  CAIXES DE 3 MONEDES.

$15 - 9 = 6$  CAIXES DE 4 MONEDES.

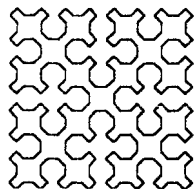
$9 - 6 = 3$  CAIXES DE 5 MONEDES.

6 CAIXES DE 6 MONEDES.

$8 + 2 + 6 + 3 + 6 = 25$  CAIXES DE 2 O MÉS MONEDES.

$31 - 25 = 6$  CAIXES DE 1 MONEDA.

TOTAL =  $6 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 6 \cdot 6 = 103$  MONEDES.



SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA  
DE LA COMUNITAT VALENCIANA  
AL- KHWARITZMI

2. Escriu un nombre enter entre 1 i 9 en cada casella, sense repeticions, perquè en cada fila la multiplicació dels tres nombres siga igual al nombre indicat a la seua dreta i en cada columna la multiplicació dels tres nombres siga igual al nombre indicat davall.

			70
			24
			216
64	45	126	

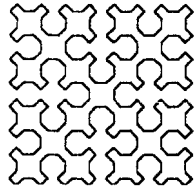
SOLUCIÓ:  $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ , PER TANT LA CASELLA 1-1 VAL 2 , LA CASELLA 1-2 VAL 5 I LA CASELLA 1-3 VAL 7

$45 = 5 \cdot 1 \cdot 9$ . PER TANT LA CASELLA 2-2 VAL 1 I LA CASELLA 3-2 VAL 9

ETC.

LA SOLUCIÓ ÉS:

2	5	7
8	1	3
4	9	6



SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA  
DE LA COMUNITAT VALENCIANA  
AL- KHWARITZMI

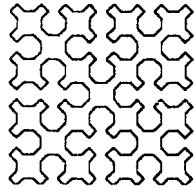
**3.** Marc, Nicolau i Pau tenen entre els tres 490 monedes d'1 euro. Marc va gastar la cinquena part de les seues monedes, Nicolau va gastar la tercera part de les seues monedes i Pau va gastar la quarta part de les seues monedes. Ara els tres xics tenen tots igual quantitat de monedes.

Quantes monedes tenia inicialment cada un?

SOLUCIÓ:  $M + N + P = 490$ ,  $(4/5) \cdot M = (2/3) \cdot N = (3/4) \cdot P$

SUBSTITUÏNT  $M + (12/10) \cdot M + (16/15) \cdot M = 290$ .

RESOLENT L'EQUACIÓ:  $M = 150$ ,  $N = 180$ ,  $P = 160$  euros.



4. Siga  $ABCD$  un rectangle amb  $AB = 30$  i  $BC = 16$ . Si  $E$  i  $F$  són punts en els costats  $AB$  i  $CD$ , respectivament, tals que el quadrilàter  $AFCE$  és un rombe.

- Calcula la longitud d' $AC$ .
- Calcula la longitud del costat del rombe.
- Calcula l'àrea del rombe.
- Calcula la longitud d' $EF$ .

SOLUCIÓ: APLICANT TEOREMA DE PITÀGORES,

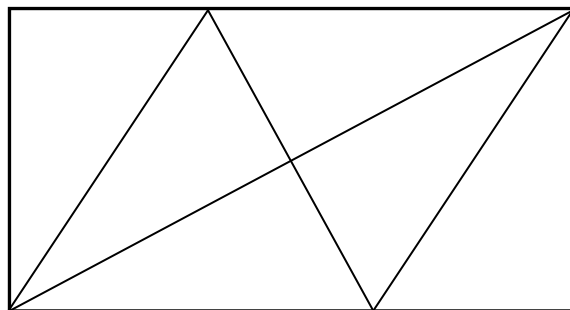
$$AC^2 = 16^2 + 30^2 \quad AC = 34 \text{ cm}$$

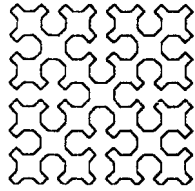
$$256 + (30 - x)^2 = x^2, \quad 256 + 900 - 60x = 0,$$

$$x = \text{costat del rombe} = 1156/60 \text{ cm.}$$

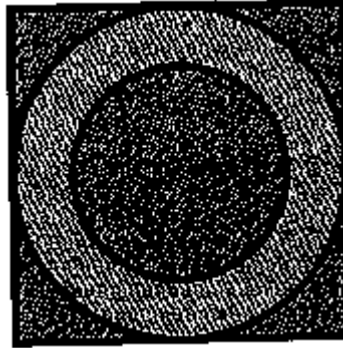
$$\text{ÀREA ROMBE} = (AC \cdot EF)/2 = \text{base} \cdot \text{altura} = 16 \cdot 1156/60,$$

$$EF = (2 \cdot 16 \cdot 1156)/(60 \cdot 34) = 18,133 \text{ cm.}$$





5. Volem reformar la plaça major de Cullera d'acord amb el següent disseny:



La plaça és quadrada de 50 m de costat, i tindrà cinc zones ajardinades, quatre en els cantons i una central; la zona empedrada té d'amplària 8 m. Hem de pagar 25€ per cada metre quadrat de zona empedrada i 30€ per cada un de zona ajardinada. ¿Quant costarà la reforma de la plaça?

SOLUCIÓ:  $S_{corona} = \pi(25^2 - 17^2) = 336\pi \text{ m}^2$

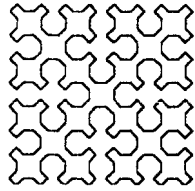
La zona empedrada té una superfície de  $336\pi \cong 1055,57 \text{ m}^2$

$$S_{jardí} = 50^2 - 336\pi \cong 1444,42 \text{ m}^2$$

La zona ajardinada té una superfície de  $1444,42 \text{ m}^2$

$$P = 25 \cdot 1055,57 + 30 \cdot 1444,42 \cong 69722$$

El cost de la reforma serà de 69722 €



OLIMPIADA MATEMÀTICA 2008  
PROVA INDIVIDUAL  
CATEGORIA 12-14 ANYS

1. Tenim 31 caixes, cadascuna amb una o més monedes. Entre elles hi ha 25 que tenen dues o més monedes, 17 que tenen tres o més monedes, 15 que tenen quatre o més monedes, 9 que tenen cinc o més monedes i 6 que tenen sis monedes.

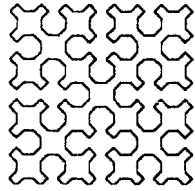
Sabem que cap caixa té més de 6 monedes. Quantes monedes hi ha en total?

2. Escriu un nombre enter entre 1 i 9 en cada casella, sense repeticions, perquè en cada fila la multiplicació dels tres nombres siga igual al nombre indicat a la seua dreta i en cada columna la multiplicació dels tres nombres siga igual al nombre indicat davall.

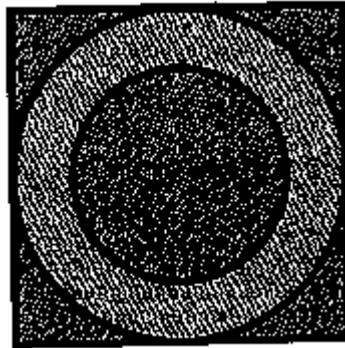
			70
			24
			216
64	45	126	

3. Marc, Nicolau i Pau tenen entre els tres 490 monedes d'1 euro. Marc va gastar la cinquena part de les seues monedes, Nicolau va gastar la tercera part de les seues monedes i Pau va gastar la quarta part de les seues monedes. Ara els tres xics tenen tots igual quantitat de monedes.

Quantes monedes tenia inicialment cadascú?



4. Siga  $ABCD$  un rectangle amb  $AB = 30$  i  $BC = 16$ . Si  $E$  i  $F$  són punts en els costats  $AB$  i  $CD$ , respectivament, tals que el quadrilàter  $AFCE$  és un rombe.
- Calcula la longitud d' $AC$ .
  - Calcula la longitud del costat del rombe.
  - Calcula l'àrea del rombe.
  - Calcula la longitud d' $EF$ .
5. Volem reformar la plaça major de Cullera d'acord amb el següent disseny:



La plaça és quadrada de 50 m de costat, i tindrà cinc zones ajardinades, quatre en els cantons i una central; la zona empedrada té d'amplària 8 m. Hem de pagar 25€ per cada metre quadrat de zona empedrada i 30€ per cada un de zona ajardinada. ¿Quant costarà la reforma de la plaça?