



OLIMPIADA MATEMÀTICA 2009

FASE AUTONÒMICA

PROVA INDIVIDUAL

♣ CATEGORIA 14 –16 ANYS ♣

1. Es considera un quadrat ABCD de costat 1. Siga P un punt del costat CA tal que la distància de P a B és $1/2$, $d(PB) = 1/2$, i Q un altre punt de CA tal que la distància de Q a B, $d(QB) = 1/3$. Proveu que es verifica que: $\angle BAC = \angle BAP + \angle BAQ$.
2. Un grup d'alumnes no té professor, i aprofitant el moment un de tants escriu a la pissarra un número molt llarg, de 18 xifres. Quan arriba el professor de guàrdia, esborra l'última xifra de la dreta i l'escriu al començament, quedant així un número amb doble valor que el que hi havia inicialment. Quin número havia escrit l'alumne a la pissarra?
3. Dos comerciants de vi van entrar en París amb 64 i 20 barrils de vi respectivament. Com que no tenien prou per pagar els drets de duana, el primer d'ells va entregar 5 barrils i 40 francs, mentre que el segon va donar 2 barrils, rebent 40 francs com a canvi. Quin era el preu de cada barril i el seu impost duaner?
4. En el sorteig de la Loteria Primitiva s'extrauen 6 boles de 49 números possibles, a més d'una altra bola amb el número complementari i una bola d'un altre bombo (del 0 al 9) per a determinar el reintegrament.
 - Hi ha un primer premi "gros" per als encertants dels sis números de la combinació guanyadora.I uns altres premis menors:
 - cinc números + complementari,
 - cinc números,
 - quatre números,
 - tres números,
 - reintegrament (devolució de l'aposta).El preu de l'aposta és de 1 €. Si apostem 1 €, calculeu la probabilitat de que toque cadascun dels premis.
5. Trobeu tots els polígons regulars que verifiquen que l'angle (expressat en graus sexagesimals) entre arestes consecutives és un nombre natural.