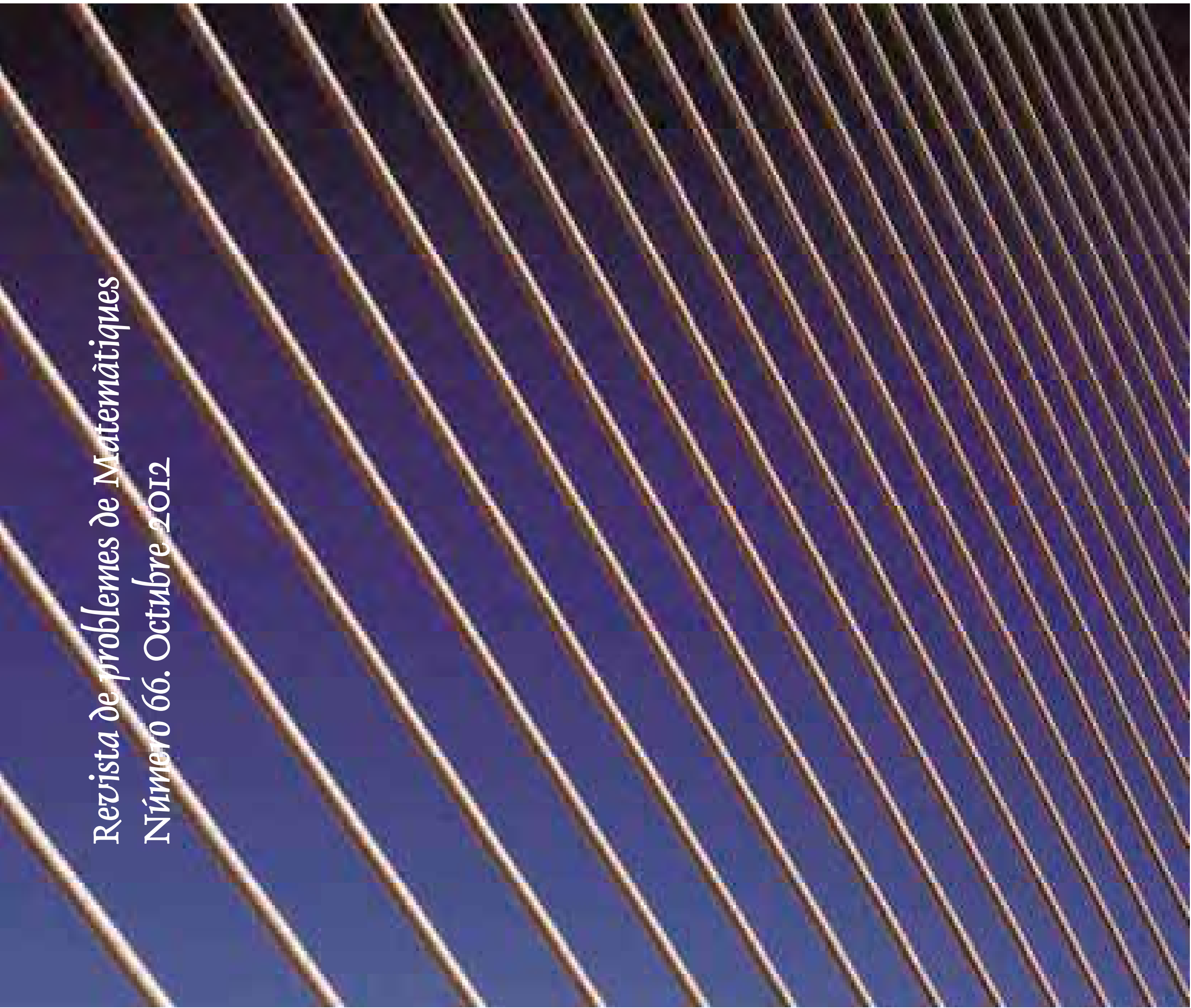
S. E. M. C. V.

AL-KHWARIZMI

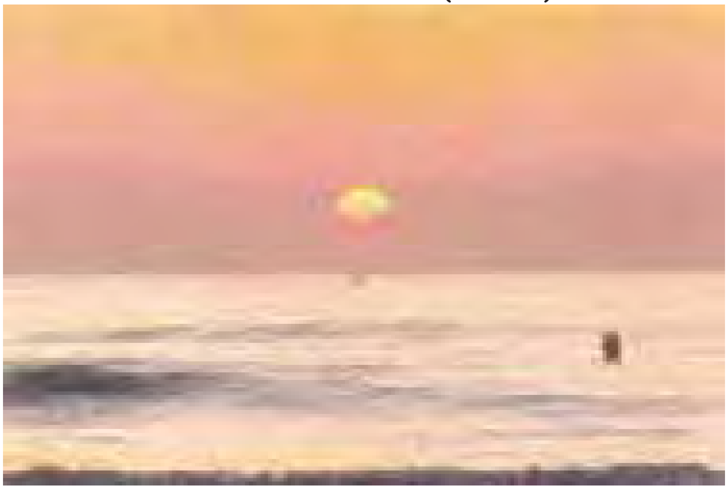
PROBLEMES OLÍMPICS



GALERIA DE FOTOS PARTICIPANTS EN EL XII CONCURS DE FOTOGRAFIA “MATEMÀTICA A LA VISTA”

“Ordre i caos”. Júlia Piñero.
IES San Vicent Ferrer (València)

“Geometría”. Marta González.
Col·legi Paidos (Dénia)

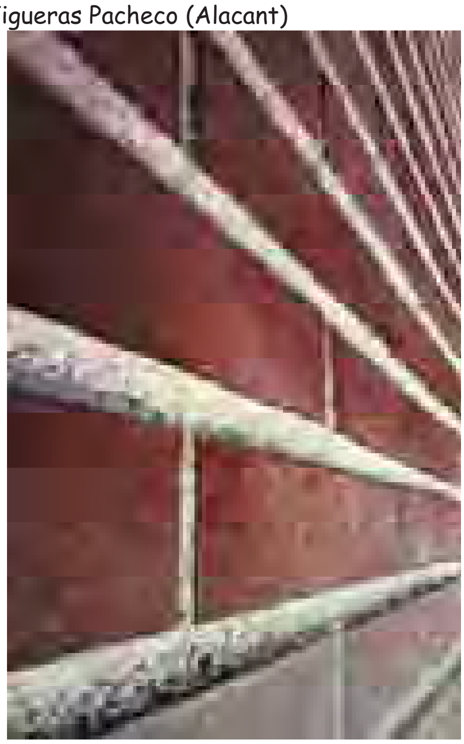


“Esfera de fuego con mar y bañista” Marta Martínez.
IES Eduardo Merello (Port de Sagunt)

“Mosaics dins de mosaic”. Gabriel Ivorra.
IES Figueras Pacheco (Alacant)

“Parábolas” Adrián Irles
IES nº 15 La Foia (Elx)

“Frecuencia”. Nerea Pérez
IES nº 15 La Foia (Elx)



“Punto de fuga”. Isabel Huertas.
IES Camp de Morvedre (Port de Sagunt)

Ací teniu el número 66 de **PROBLEMES OLÍMPICS** corresponent al mes d'octubre de 2012. El present número inclou les activitats proposades en la fase provincial de Castelló de la passada XXIII Olimpíada Matemàtica, celebrada a l'IES Alfons XIII de la Vall d'Alba. També teniu les proves de la fase autonòmica del 2012, celebrada al poble de Sueras el passat 9 i 10 de juny.

La fase nacional de la XXIII Olimpíada Matemàtica es va celebrar a Vitoria-Gasteiz del 24 al 28 de juny, i els nostres representants varen ser Guillem Miralles Gosálvez, Marc Esteve Espinosa i Ivan Abellan Estañ, acompanyats pel professor Javier Palomo en representació de la nostra societat.

Us recordem les dates de celebració de la propera edició de l'Olimpíada Matemàtica de la Comunitat Valenciana per al 2013 en les seues diferents fases:

- Fase comarcal: 27 d'abril de 2013
- Fase provincial: 18 de maig de 2013
- Fase autonòmica: 1 i 2 de juny de 2013

Esperem la vostra participació. Teniu tota la informació a la pàgina web: www.semcv.org

PROBLEMES OLÍMPICS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"
Apartat 22.045
46071 València

Director: Tomàs Queralt Llopis

Coordinador de redacció: Josep Manuel Martínez Canet

Correcció lingüística: José Fernando Juan García

D.L.: V-3026-2001
ISSN: 1578-1771

Portada: "Paral·lelisme sobre blau" Autor: Gabriel Ivorra. IES Figueras Pacheco (Alacant).

Et falta algun exemplar de la revista Problemes Olímpics? Si vols ens la pots demanar i te l'enviem a la teua adreça.

S.E.M.C.V. AL-KHWARIZMI

SOL·LICITUD D'ENVIAMENT DE NÚMEROS ANTERIORS DE "PROBLEMES OLÍMPICS"

Nom: ______________________ Cognoms: ____

Adreça: ____ Telèfon: ______________

C.P. __________ Població: ________________________ Província: ________________________

Correu-e: ______________________________ Tasca docent (curs, nivell, etc.)_______________

Desitge rebre els següents números de la revista "Problemes Olímpics" a la meua adreça:

☐ Problemes Olímpics Nº 1	(Exhaurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 2	(1.2 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 3	(1.2 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 4	(Exahurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 5	(Exhaurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 6	(Exhaurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 7	(Exhaurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 8	(Exhaurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 9	(Exhaurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 10	(Exhaurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 11	(1.8 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 12	(1.8 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 13	(1.8 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 14	(1.8 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 15	(2.4 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 16	(1.8 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 17	(1.8 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 18	(1.8 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 19	(1.8 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 20	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 21	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 22	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 23	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 24	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 25	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 26	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 27	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 28	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 29	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 30	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 31	(Exhaurit)
☐ Problemes Olímpics Nº 32	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 33	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 34	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 35	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 36	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 37	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 38	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 39	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 40	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 41	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 42	(2.0 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 43	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 44	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 45	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 46	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 47	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 48	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 49	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 50	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 51	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 52	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 53	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 54	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 55	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 56	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 57	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 58	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 59	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 60	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 61	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 62	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 63	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 64	(2.5 €)
☐ Problemes Olímpics Nº 65	(2.5 €)

Ens envies aquesta butlleta omplida a la nostra adreça: Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi", Apartat 22.045, 46071-València, indicant en el sobre "Revista Problemes Olímpics", incloent el justificant d'ingrés del preu total dels exemplars que sol·licites al nostre compte de BANKIA: 2038-6301-37-3000011367.

SUMARI

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ 2012

ENUNCIATS

SOLUCIONS

FASE AUTONÒMICA 2012

ENUNCIATS

SOLUCIONS

La selecció de problemes de cada nivell i les solucions han estat realitzades per l'equip constituït per:

Javier Palomo,
Amparo Monedero,
Rafael Martínez,
Floreal Gracia,
Joan Castillo,
Mª José Peris,
Sylvia Bendala,
Patricia Salvador,
Juan Cortés,
Amparo Escrihuela,
Cristina Boix,
Jannet Morales,
Modest Beltran,
Inés Miralles,
Tomás Villalonga,
Miriam Arrandis,
Carmen Peña.

ENUNCIATS

XXIII OLIMPÍADA MATEMÀTICA
FASE PROVINCIAL
PROVÍNCIA DE CASTELLÓ

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA INDIVIDUAL

1. ELS PORTALS DEL MEU CARRER

Els números de cinc portals consecutius d'un carrer sumen 100. Quin és el major d'ells?

En un altre carrer els números de quatre portals consecutius sumen 80. Quin és el menor d'ells?

2. AMB UNA CORDA

Amb una corda de 20 m de llarg nugada pels extrems formem primer un quadrat i després un cercle. Quina de les dues figures té major àrea?

3. QUANTS SOM?

Maria té un germà que s'anomena Juan. Juan té tants germans com germanes. Maria té el doble de germans que de germanes.

Quants xics i xiques hi ha a la família?

4. LES 21 AMPOLLES DE LLET

Tenim 21 ampolles de llet d'1 litre de capacitat.

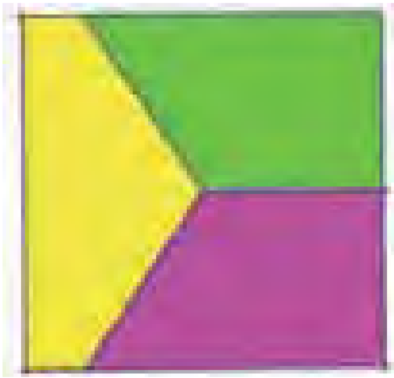
- 7 estan plenes.
- 3 estan plenes fins la meitat.
- 2 contenen un quart de litre.
- 6 tenen 100 ml
- la resta estan buides.

Sense transvasar llet d'una ampolla a una altra, com les podríem repartir entre tres persones, de tal manera que cadascuna reba la mateixa quantitat d'ampolles i de llet?

5. PARTIM UN QUADRAT?

Considerem un quadrat de costat 1 m. El dividim en tres parts de la mateixa àrea, unint el centre del quadrat amb tres costats com indica la figura. Es formen així, dos trapezis iguals i un pentàgon.

Calcula la longitud de la base major de cada trapezi.



S.E.M.C.V.

AL-KHWARIZMI

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA INDIVIDUAL

1. GARROFERES I OLIVERES

En un hort hi ha plantades 80 garroferes, la qual cosa suposa el 40% del total d'arbres. El propietari planta 30 garroferes més i 20 oliveres. Quin és el percentatge que correspon a les oliveres després de la plantació?

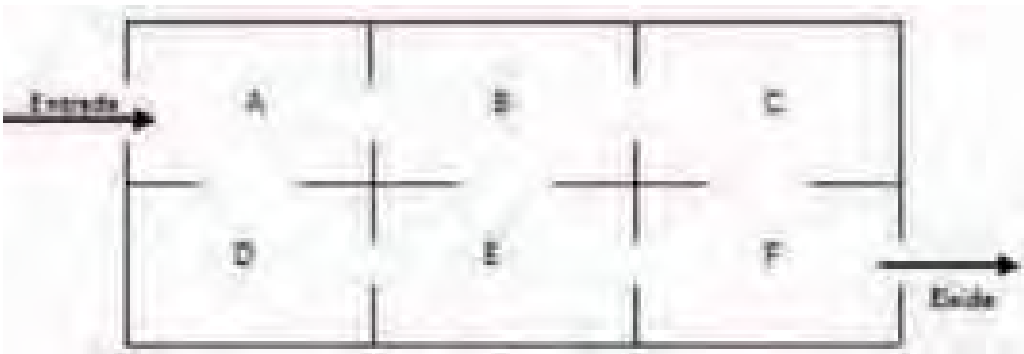
2. QÜESTIÓ D'EDATS

Completa la taula següent, si sabem que l'edat de Pere és el doble de l'edat d'Anna, Laura té tres anys més que Joan i aquest en té cinc menys que Anna.

Edats	Pere	Laura	Joan	Anna
Edat fa cinc anys				
Edat actual		x		
Edat dins d'una dècada				

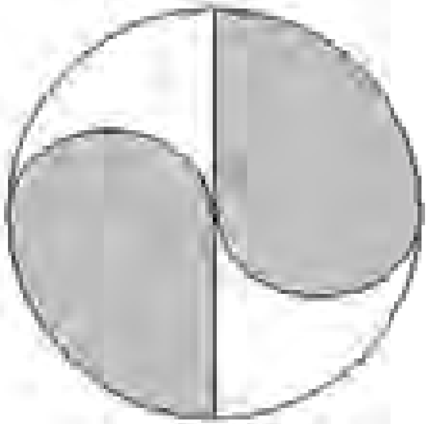
3. DE LA A A LA F

Quants camins diferents hi ha en el següent plànol, des de l'entrada fins a l'eixida, sense passar dues vegades pel mateix lloc?



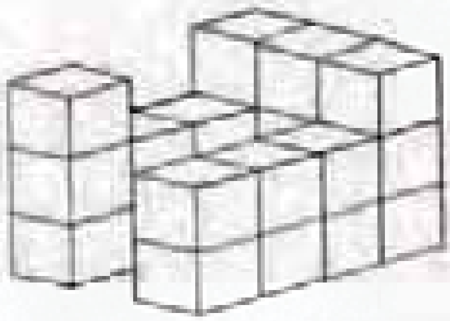
4. L'ÀREA OMBREJADA

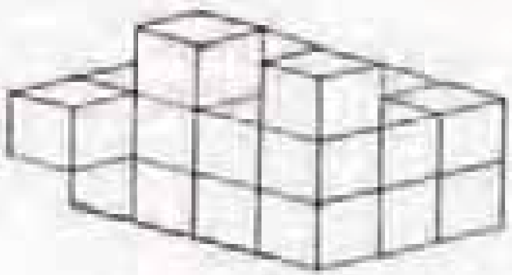
El diàmetre de la circumferència és de 8 m, calcula l'àrea ombrejada de la següent figura i el percentatge que representa l'àrea ombrejada respecte de la total:



5. CUBS APILATS

Quants cubs hi ha en els següents apilaments? N'estàs segur? Indica el nombre mínim i màxim de cubs.





PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA INDIVIDUAL

1. REPARTINT MONEDES

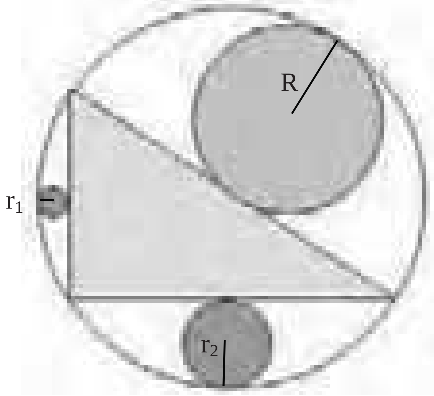
Anna, Beatriu i Carles tenen en total 30 monedes. Si Carles li'n dóna quatre a Anna, Beatriu cinc a Carles i Anna dues a Beatriu, resulta que els tres tenen el mateix nombre de monedes. Quantes monedes tenia inicialment cadascun d'ells?

2. LA BANYERA

Si col·loquem el tap en una banyera i obrim l'aixeta, la banyera s'ompli en 27 minuts. Si la banyera és plena i es trau el tap, aquesta es buida en 36 minuts. Partint de la banyera buida, quant tardarà a omplir-se si s'obre l'aixeta però no es col·loca el tap?

3. SANGAKUS

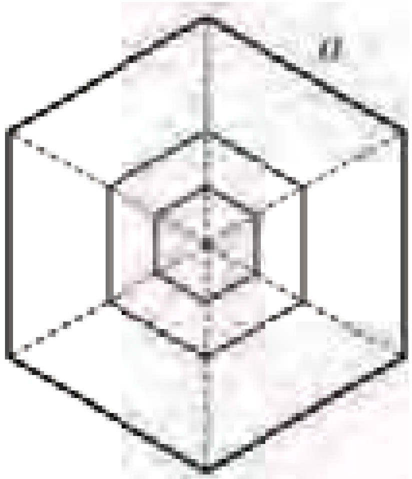
Els *Sangakus* són tabletes de fusta d'origen japonès amb problemes matemàtics, principalment geomètrics, del període Edo i que s'ubicaven en els santuaris bé per ofrenar els déus, bé per desafiar els assistents. El següent sangaku es trobava en un temple de la ciutat japonesa de Nagasaki. Seguint el que feien aquells qui acudien a venerar els déus, tracta de trobar la relació existent entre el radi R del cercle inscrit tangent a la hipotenusa i els radis r_1 i r_2 dels cercles inscrits i tangents als dos catets.



4. HEXÀGONS DINS D'HEXÀGONS

Considerem un hexàgon regular de costat ***a***. De cada vèrtex es traça un segment fins al centre de l'hexàgon i es calculen els punts mitjans de cadascun d'aquests segments. La unió d'aquests punts forma un altre hexàgon. Aquest procés es repeteix fins a 20 vegades.

Calcula quant ha de mesurar el costat ***a*** per tal que la superfície de l'hexàgon que es forma després de repetir el procés 15 vegades siga $\frac{3\sqrt{3}}{4^{12}}$.



5. POTÈNCIES

Considerem el nombre: $15^6 \cdot 28^5 \cdot 55^7$

Esbrina en quants zeros acaba el nombre.

És N múltiple de 1089?

És N múltiple de 117?

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA DE CAMP

1. ESTACIÓ C1

En els patis de dalt hi ha unes grades per als espectadors dels partits que es juguen a l'exterior del gimnàs. Suposant que cada persona necessita 50 cm per seure, quantes persones caben? (també poden ocupar els escalons).

2. ESTACIÓ C2

En els patis de dalt hi ha dos trinquets, un d'ells està obert per a jugar. Podem veure el joc des de fora perquè la paret és de vidre. Quant mesura la superfície d'esta paret? Si el metre quadrat de vidre costa 7 euros, quin és el preu d'esta coberta?

3. ESTACIÓ C3

El sostre del trinquet és una xarxa. Quina és la superfície en centímetres quadrats d'eixa xarxa?

4. ESTACIÓ C4

Volem ficar una tanca al voltant de l'hort que hi ha als patis de baix seguint el perímetre del mur de pedra que ja està fet, deixant lliures els espais de la porta i de les escales. Quants metres de tanca hem d'encomanar al ferrer?

Si cada metre costa entre 12 i 15 euros, segons el model que triem, a quant pot ascendir el preu total?

5. ESTACIÓ C5

Volem plantar al llarg de l'hort files de enciams. Cada dues files han d'estar separades 60 cm, i entre la vora i una fila hem de deixar almenys 30 cm. Quin és el màxim de files d'enciams que podem ficar?

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA DE CAMP

1. ESTACIÓ A1

En el pati de dalt hi ha un camp d'handbol. Calcula la seua superfície.

Si caben 4 persones per m^2, quantes persones caben dins del camp?

2. ESTACIÓ A2

Al mig del camp d'handbol hi ha un cercle. Volem cobrir-lo amb cartolines de 21x30 centímetres.

Quantes cartolines necessitem? (Arrodoneix el resultat a un nombre enter de cartolines).

3. ESTACIÓ A3

En els patis de dalt hi ha dos trinquets, el més llarg disposa de grades per als espectadors.

Si cada persona necessita 50 cm per a seure, quants espectadors estimes que poden cabre?

4. ESTACIÓ A4

Calcula el volum d'aquest trinquet i la longitud de la seua diagonal sabent que mesura 5,5 metres d'ample.

5. ESTACIÓ A5

Al costat del trinquet hi ha un frontó. Amb els nombres primers que hi ha pintats en la paret del frontó, quantes matrícules de cotxes (nombres de 4 xifres) podem formar sense repetir cap xifra?

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA DE CAMP

1. ESTACIÓ B1

Estem jugant al frontó. La pilota bota en la línia de PASSA 8 i, en llançar-la, bota just per damunt de la línia blanca de la paret d'enfront, i després rebota en la línia de FALTA 4.

Quina distància ha recorregut en total?

2. ESTACIÓ B2

Amb les xifres que apareixen en la paret del frontó, quants números de telèfons mòbils podem formar (han de començar per 6) que siguen múltiples de 6 i en els quals no es repetisca cap xifra?

3. ESTACIÓ B3

Estem jugant al trinquet de baix, saquem i la pilota rebota en la paret d'enfront.

Quina és la probabilitat que al tornar bote en el sòl entre les dues línies de FALTA?

4. ESTACIÓ B4

Al pati de dalt hi ha nugada una corda que uneix el suport d'una cistella de bàsquet amb el peu d'un fanal.

A quina altura del suport de la cistella està nugada la corda?

5. ESTACIÓ B5

Calculeu l'altura que hauria de tenir una persona per tal que a l'unir-se al vostre grup l'altura mitjana fóra d'1,72 metres.

SOLUCIONS

XXIII OLIMPÍADA MATEMÀTICA
FASE PROVINCIAL
PROVÍNCIA DE CASTELLÓ

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA INDIVIDUAL

1. ELS PORTALS DEL MEU CARRER...

Solució: En el primer cas el major és el número 24; en el segon cas el menor és el número 17.

La mitjana aritmètica és 100:5=20 que per ser el nombre de portals senar correspon al portal del mig.

Els números són 16,18, 20, 22 i 24.

El major és el portal número 24.

La mitjana aritmètica és 80:4=20 i per ser parell el nombre de portals hi ha dos portals centrals que s'obtenen sumant i restant 1 a 20.

Els números són 17, 19, 21 i 23.

El menor és el portal número 17.

2. AMB UNA CORDA

Solució: L'àrea del cercle és major.

Quadrat:

- Costat del quadrat: $l = \frac{20}{4} = 5\ m$.
- Àrea del quadrat: $A_q = 5 \cdot 5 = 25\ m^2$.

Cercle:

- Radi del cercle: $r = \frac{20}{(2 \cdot \pi)} = \frac{10}{\pi}\ m$.
- Àrea del cercle: $A_c = \pi \cdot \left(\frac{10}{\pi}\right)^2 = \frac{100}{\pi}\ m^2$.

Com que $\frac{100}{\pi}$ és major que $\frac{100}{4} = 25$, l'àrea del cercle és major.

3. QUANTS SOM?

Solució: La família està formada per 4 xics (Joan i tres més) i 3 xiques (Maria i dues més).

4. LES 21 AMPOLLES DE LLET

Solució:

Si comencem per fer un recompte de la llet a repartir trobem que en total hi ha 9,6 litres a distribuir entre 3 persones, tocaran a 3,2 litres cadascun.

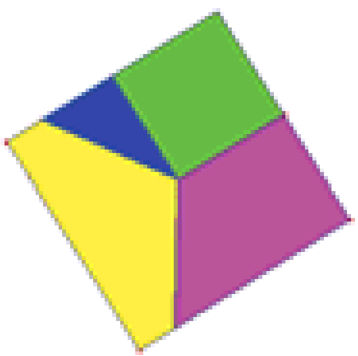
I com que cadascun ha de tenir 7 ampolles $(7 \cdot 3 = 21)$ una solució possible de la distribució serà:

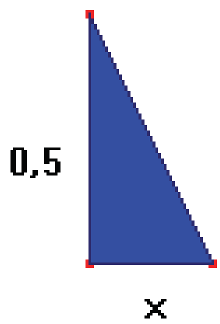
A	***B***	***C***
1 de 100 ml	*1 de 100 ml*	*1 de 100 ml*
1 de 100 ml	*1 de 100 ml*	*1 de 100 ml*
1 de 1 litre	*1 de 1 litre*	*1 de 1 litre*
1 de 1 litre	*1 de 1 litre*	*1 de 1 litre*
1 de 1 litre	*1 de ½ litre*	*1 de ½ litre*
1 buida	*1 de ½ litre*	*1 de ¼ litre*
1 buida	*1 buida*	*1 de ¼ litre*

5. PARTIM UN QUADRAT?

Solució: La longitud de la base dels trapezis és 4/3 m.

Partim per considerar que l'àrea del quadrat val 1 m^2, i que cadascuna de les parts té una àrea d'$\frac{1}{3}$ m^2.





Per abordar la solució d'aquest problema un camí pot ser considerar el triangle pintat de blau a la figura del costat, del qual sabem com s'indica a la figura en detall de l'esquerra que té x de base i 0,5 cm d'altura, per la qual cosa la seva àrea és:

$$A = \frac{x \cdot 0.5}{2}$$

i també sabem que aquesta àrea és:

$$A = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}\ (zona\ ombrejada\ de\ verd) = \frac{1}{12}$$

per la qual cosa:

$$\frac{x \cdot 0.5}{2} = \frac{1}{12}$$

i per raonaments aritmètics encadenats, podem arribar a concloure que $x = \frac{1}{3}$.

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA INDIVIDUAL

1. GARROFERES I OLIVERES

Solució: El percentatge d'oliveres és del 56%.

Com el 40% del total d'arbres són 80, tenim:

$$x \cdot 0.4 = 80 \ \rightarrow x = \frac{80}{0.4} = 200 \ arbres$$

Per tant el percentatge d'oliveres després de la plantació, serà:

$$\frac{120 + 20}{200 + 30 + 20} = \frac{140}{250} = 0.56$$

la qual cosa suposa el 56%.

2. QÜESTIÓ D'EDATS

Solució:

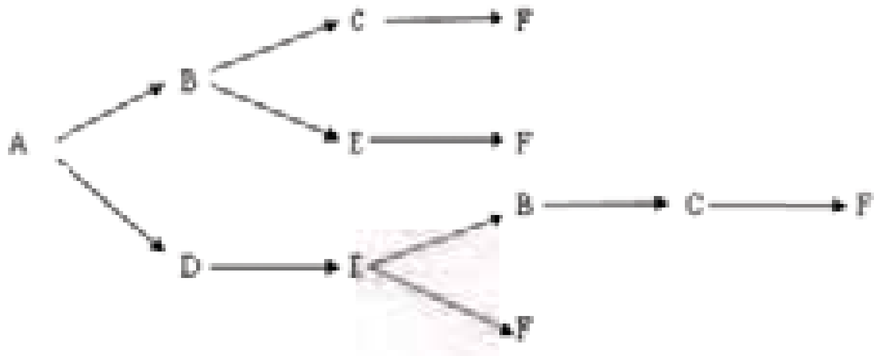
La taula següent ens proporciona la solució del problema:

Edats	*Pere*	*Laura*	*Joan*	*Anna*
Edat fa cinc anys	$2x-1$	$x-5$	$x-8$	$x-3$
Edat actual	$2(x+2)$	$\boldsymbol{x}$	$x-3$	$x+2$
Edat dins d'una dècada	$2x+14$	$x+10$	$x+7$	$x+12$

3. DE LA A A LA F

Solució:

La solució la podem obtenir a partir del següent diagrama d'arbre:



I per tant, els diferents camins seran:

ABCF

ABEF

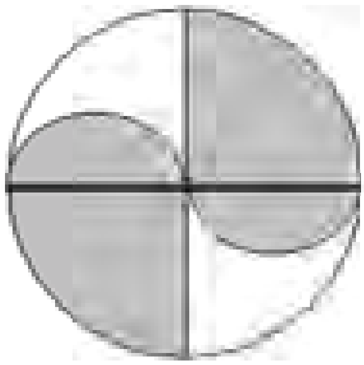
ADEBCF

ADEF

4. L'AREA OMBREJADA

Solució: L'àrea de la zona ombrejada es $12\pi\ cm^2$ i el percentatge és el 75%.

Si tracem el diàmetre de la circumferència ens podem adonar de seguida que la part ombrejada correspon a mitja circumferència de radi 4 i dues mitges circumferències de radi 2, així doncs:



Àrea ombrejada:

$$\frac{\pi \cdot 4^2}{2} + \pi \cdot 2^2 = 12\pi\ cm^2$$

Per tal de trobar el percentatge que suposa respecte de l'àrea total, cal saber l'àrea total, que serà:

$$\pi \cdot 4^2 = 16\pi\ cm^2$$

Així doncs, el percentatge d'àrea ombrejada serà:

$$\frac{12\pi}{16\pi} = 0.75,$$

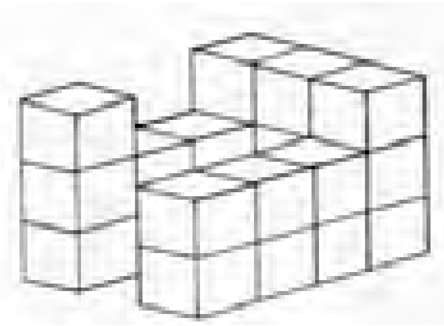
la qual cosa suposa el 75%.

5. CUBS APILATS

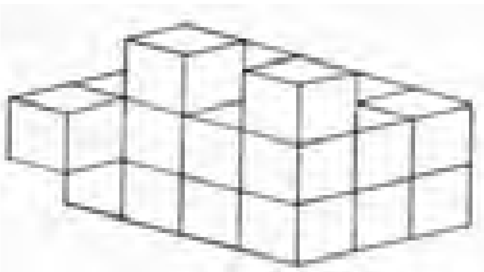
Solució:

No podem saber amb absoluta certesa la quantitat de cubs que hi ha als apilaments perquè no podem determinar amb exactitud els que no estan visibles, és per això que només podrem comptar el nombre mínim i màxim.

Cal suposar que els cubs poden "estar volant", és a dir, en forma de pont o d'aqüeducte perquè en cas contrari no tindria sentit el segon dels apilaments.



En aquest apilament:
Nombre màxim de cubs: 24
Nombre mínim de cubs: 16



En aquest apilament:
Nombre màxim de cubs: 27
Nombre mínim de cubs: 17

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA INDIVIDUAL

1. REPARTINT MONEDES

Solució: Carles tenia 9 monedes, Anna 8 i Beatriu 13 monedes.

Siga:

x: nombre inicial de monedes de Carles.

y: nombre inicial de monedes d'Anna.

z: nombre inicial de monedes de Beatriu.

Les successives transaccions estan recollides en la següent taula:

	Inicialment	**Carles dóna 4 a Anna**	**Beatriu dóna 5 a Carles**	**Anna dóna 2 a Beatriu**
Carles	x	$x-4$	$x+1$	$x+1$
Anna	y	$y+4$	$y+4$	$y+2$
Beatriu	z	z	$z-5$	$z-3$

Com inicialment tenien 30 monedes i després de totes les transaccions cadascú en té el mateix nombre (és a dir 10) tenim:

$$\begin{cases} x+1=10 \\ y+2=10 \\ z-3=10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=8 \\ z=13 \end{cases}$$

2. LA BANYERA

Solució: La banyera s'ompli en 108 minuts.

Siga C la capacitat de la banyera. En un minut entren $\frac{C}{27}$ d'aigua i n'ixen $\frac{C}{36}$. En un minut entren nets:

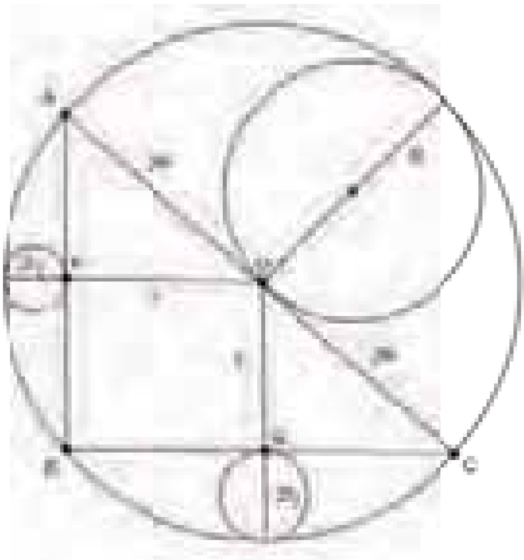
$$\frac{C}{27}-\frac{C}{36}=\frac{4C-3C}{108}=\frac{C}{108}$$

Per tant, s'ompli en 108 minuts.

3. SANGAKUS

Solució:

El primer a destacar és que la hipotenusa coincideix amb un diàmetre per la propietat que ens diu que l'angle central es doble de l'inscrit i que el radi de la circumferència gran es 2R. Fiquem lletres als punts notables del dibuix.



Apareixen, apart del triangle ΔABC, altres triangles: ΔAPO i ΔOQC. Aquests triangles verifiquen que:

ΔABC ≅ ΔAPO ≅ ΔOQC

Els dos primers per ser rectangles i tenir en comú l'angle ∠A, i els dos últims per ser rectangles i tenir en comú l'angle ∠C.

A més, els triangles ΔAPO i ΔOQC són iguals per tenir els dos la mateixa hipotenusa: 2R

Dels segments vertical i horitzontal tenim:

$$2R = x + 2r_1 \rightarrow 2(R - r_1) = x$$

$$2R = y + 2r_2 \rightarrow 2(R - r_2) = y$$

Elevant al quadrat cada igualtat i sumant:

$$4(R - r_1)^2 + 4(R - r_2)^2 = x^2 + y^2 = \begin{Bmatrix} Pitàgores\ en \\ \Delta APO = \nabla OQC \end{Bmatrix} = 4R^2$$

$$(R - r_1)^2 + (R - r_2)^2 = R^2$$

4. HEXÀGONS DINS D'HEXÀGONS

Solució:

Les superfícies de cadascun dels hexàgons que es formen, són semblants de raó 1/4, per tant, totes aquestes àrees formen una progressió geomètrica de raó 1/4. El primer terme serà la superfície de l'hexàgon de costat $\boldsymbol{a}$**.** Tenint en compte que l'àrea d'un hexàgon es pot calcular com: $A=\frac{p\cdot h}{2}$

on p és el perímetre de l'hexàgon i h l'apotema (que es pot calcular per Pitàgores), tenim que: $A=\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

Aquest valor serà el primer terme de la progressió geomètrica, el terme que fa 15 serà:

$$a_{15}=\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{14}$$

Per tant:

$$\frac{3\sqrt{3}a^2}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{14}=\frac{3\sqrt{3}}{4^{12}}\rightarrow a^2=2\cdot 4^2\rightarrow a=4\sqrt{2}$$

5. POTÈNCIES

Solució: a) N acaba en 10 zeros, b) N és múltiple de 1089, c) N no és múltiple de 117.

Haurem de veure quantes vegades estan els factors 2 i 5 en la descomposició factorial del nombre.

Tenim, successivament:

$$\begin{aligned}N&=(3\cdot 5)^6\cdot(2^2\cdot 7)^5\cdot(5\cdot 11)^7=3^6\cdot 5^6\cdot 2^{2\cdot 5}\cdot 7^5\cdot 5^7\cdot 11^7\\&=3^6\cdot 5^{13}\cdot 2^{10}\cdot 7^5\cdot 11^7=(2\cdot 5)^{10}\cdot 5^3\cdot 3^6\cdot 7^5\cdot 11^7\end{aligned}$$

Per tant N acaba en 10 zeros.

Com $1089=3^2\cdot 11^2$ i aquestos factors amb exponents més grans estan en la descomposició factorial de N, la contestació és sí.

Com $117=9\cdot 13$ i el 13 no està en la descomposició factorial de N, la contestació és no.

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA DE CAMP

1. ESTACIÓ C1

Solució: Caben 484 persones.

Les grades estan construïdes amb blocs de formigó, i tenim

9 blocs de 5 metres de llarg = 45 metres

1 bloc de 3.4 metres de llarg= 3.4 metres

Per tant, cada escaló te una llargària de 48.4 metres.

Com hi ha 5 escalons, l'espai total és de $48.4 \cdot 5 = 242$ metres.

Si cada persona necessita 0.5 metres, podem seure a $0.5 \cdot 242 = 484$ persones.

2. ESTACIÓ C2

Solució: El preu de la coberta és de 520.66 €.

La paret està formada per 30 vidres d'1 m x 2.25 m i 8 vidres d'1 m x 0.86 m, el que fa una superfície total de 67.5 + 6.88 = 74.38 m^2.

El preu serà de $74.38 \cdot 7 = 520.66$ euros.

3. ESTACIÓ C3

Solució: La superfície del sostre és 608 800 cm^2

El trinquet mesura 4 metres d'ample i 15.22 de llarg. Podem saber esta longitud a partir de la longitud de les peces de vidre del problema anterior, ja que són 6 peces grans i dues menudes, és a dir:

$$2.25 \cdot 6 + 0.86 \cdot 2 = 15.22$$

Per tant, la superfície del sostre és de 60.88 m^2 = 608 800 cm^2.

4. ESTACIÓ C4

Solució:

a) Hem d'encomanar 49.75 m.

b) Costarà entre 597 euros i 746.25 euros.

Mesurem cadascun dels trams de mur que envolten l'hort i tenim que el perímetre total és de:

$$16.70 + 6.85 + 7.50 + 16.50 + 2.20 = 49.75\ metres.$$

Així el cost pot variar entre $49.75 \cdot 12 = 597$ euros i $49.75 \cdot 15 = 746.25$ euros.

5. ESTACIÓ C5

Solució: Podem ficar 10 files en cada rectangle.

En l'hort hi ha dos rectangles de terra on podem plantar els enciams, estos rectangles mesuren 6 metres d'ample, la disposició que més aprofita el terreny seria:

30 – 60 – 60 – 60 – 60 — 60 — 60 — 60 — 60 – 60 – 30

És a dir, podem plantar 10 files en cada rectangle.

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA DE CAMP

1. ESTACIÓ A1

Solució:

a) La superfície és 703.35 m².

b) Caben 2814 persones.

El camp té una longitud de 39.85 metres i una amplària de 17.65 metres, el que ens dóna una àrea de 703.35 m^2.

Si caben 4 persones per m^2, cabran un total de 2813.14 ≈2814 persones aproximadament.

2. ESTACIÓ A2

Solució: Necessitem 169 cartolines.

El cercle té un diàmetre de 3.68 metres, per tant el radi és d'1.84 m. Això ens dóna per al cercle, una àrea de 10.63 m^2 = 106 300 cm^2.

L'àrea de les cartolines és de $21 \cdot 30 = 630\ cm^2$.

Per tant, calen $106\,300 : 630 = 168.73 \approx 169$ cartolines.

3. ESTACIÓ A3

Solució: Caben un total de 172 persones.

El trinquet està tancat i no podem entrar a prendre mesures, però podem estimar la seua longitud, i per tant la de les grades, mesurant la paret de vidre exterior.

Esta paret està formada per 12 vidres de 2.25 metres de llarg i dues portes de 0.85 metres d'ample, el que fa un total de:

$$2 \cdot 0.85 + 12 \cdot 2.25 = 28.7\ metres\ = 2\,870\ cm.$$

Si cada persona necessita 50 cm per seure, cabran 2870:50 = 57.4 persones en cada escaló. Com hi ha 3 escalons, cabran un total de 172,2 ≈ 172 persones.

4. ESTACIÓ A4

Solució: El volum del trinquet és aproximadament 955 m³ i la diagonal és 29.84 m.

Sabem l'amplària perquè ens la diu l'enunciat i la llargària perquè l'hem calculada en el problema anterior. Per a saber l'altura mesurem el mur de rajola (1.05 m) i l'altura dels vidres de la paret (1 m).

Com hi ha 5 vidres, l'altura total serà de:

$$1.05 + 5 \cdot 1 = 6.05\ m.$$

D'esta manera el volum serà de

$$28.7 \cdot 5.5 \cdot 6.05 = 954.99\ m^3.$$

Per a calcular la diagonal del trinquet, primer hem de calcular la diagonal del sòl de la següent manera:

$$d^2 = 28.7^2 + 5.5^2 \rightarrow d = 29.22\ m.$$

Així la diagonal del trinquet serà:

$$D^2 = 29.22^2 + 6.05^2 \ \rightarrow\ D = 29.84\ m.$$

5. ESTACIÓ A5

Solució: 120 matrícules.

Les xifres amb què anem a treballar són 1, 2, 3, 5 i 7. Podem formar 24 nombres que comencen per 1 (veure diagrama adjunt). De la mateixa manera podem formar 24 matrícules que comencen per qualsevol de les altres xifres, això vol dir que en total podem fer $24 \cdot 5 = 120$ matrícules.

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE PROVINCIAL – PROVA DE CAMP

1. ESTACIÓ B1

Solució: Ha recorregut 19.24 metres.

La distància de la línia de PASSA 8 a la paret d'enfront és de 12.77 metres i la línia blanca de la paret d'enfront es troba a una altura d'1 metre, així que aplicant el teorema de Pitàgores tenim que la pilota recorre un distància de 12.81 m.

La distància de la línia de FALTA 4 a la paret d'enfront és de 6.35 metres, tornant a aplicar el teorema de Pitàgores, tenim que la pilota recorre 6.43 m.

La distància total serà 12.81 + 6.43 = 19.24 metres.

2. ESTACIÓ B2

Solució: Podem formar 15120 nombres.

Les xifres són 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. El 6 ha d'anar en primer lloc. Comprovem que la suma de la resta de les xifres 1+2+3+4+5+7+8+9=39 i per tant múltiple de 3, així que per tal que els nombres siguen múltiples de sis han d'acabar en xifra par (2, 4, 8).

Els números que busquem seran de la forma 6- - - - - - - 2 o 4 o 8.

Entre la xifra inicial i la xifra final van 7 xifres que podem omplir permutant les 7 xifres que queden lliures, és a dir, tenim $P7 = 7!$ números que acaben en 2, altres tants que acaben en 4 i altres tants en 8. Per tant podem formar un total de $7! \cdot 3 = 15\,120$ números diferents de mòbils.

3. ESTACIÓ B3

Solució: La probabilitat és de 15.8%.

La superfície total del trinquet és de 4 m d'ample x 15.50 m de llarg = 62 m^2.

La superfície entre les dues línies de FALTA és de 4 m d'ample x 2.45 m de llarg = 9.8 m^2. La probabilitat que volem es calcula dividint l'àrea favorable als nostres interessos (la compresa entre les dos línies) i l'àrea total: $9.8: 62 = 0.15806$.

4. ESTACIÓ B4

Solució: A 3 metres.

La distància horitzontal entre el peu del suport i el peu del fanal és de 16.20 metres. Utilitzant semblança de triangles, ficant-se ells mateixos davall la corda, obtindran que l'altura a què està nugada és de 3 metres aproximadament.

5. ESTACIÓ B5

Solució:

L'altura mitjana serà la suma de les altures de tots els membres del grup i de l'altura desconeguda, dividit pel nombre de membres del grup més 1 (el que s'incorpora). Igualant este valor a 1.72 i aïllant, obtindrem el valor buscat, que serà diferent per a cada grup.

ENUNCIATS

XXIII OLIMPÍADA MATEMÀTICA
FASE AUTONÒMICA

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA INDIVIDUAL

1. NOMBRES DE TRES XIFRES

Quants nombres naturals de tres xifres verifiquen que el producte de la xifra de les unitats per la xifra de les desenes, coincideix amb la xifra de les centenes?

2. LES GALLINES AL MERCAT

Dues grangeres han venut les gallines al mercat i n'han obtingut les dues la mateixa quantitat de diners.

- Si jo haguera venut les meves –diu la primera- al preu que tu has posat les teves, n'hauria obtingut 100 monedes.
- Si jo haguera posat el mateix preu que tu, només n'hauria obtingut 36 monedes –diu la segona.
- Quantes gallines ha venut cadascuna si en total no han arribat a la dotzena?

3. ELS GERMANS D'EVA

Eva té tres germans. El producte de les seves edats és 36, i la suma, 13. Quines edats poden tenir els germans d'Eva ?

4. MIREM UN RELLOTGE...

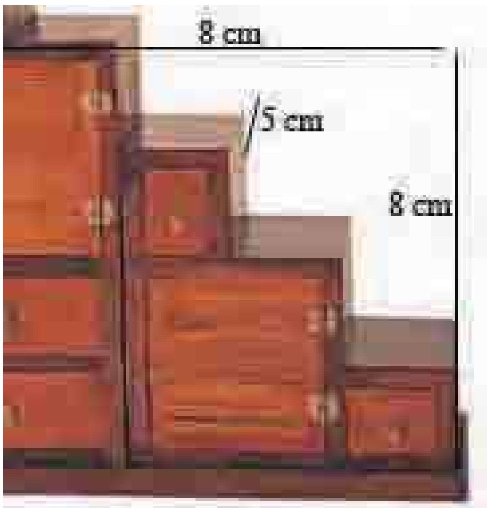
Quantes vegades al llarg d'un dia les agulles del rellotge formen un angle pla? Quantes vegades al llarg d'un dia les agulles del rellotge formen un angle recte?

5. QUANTA FUSTA NECESSITAREM?

Volem saber el volum de fusta que necessitarem per construir una escala de joguet de 4 graons com la del dibuix, on tots els graons són iguals d'altura que d'amplària.

L'alçada total de l'escala és de 8 cm i l'amplària total és de 8 cm també.

La profunditat dels graons és de 5 cm.



PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA INDIVIDUAL

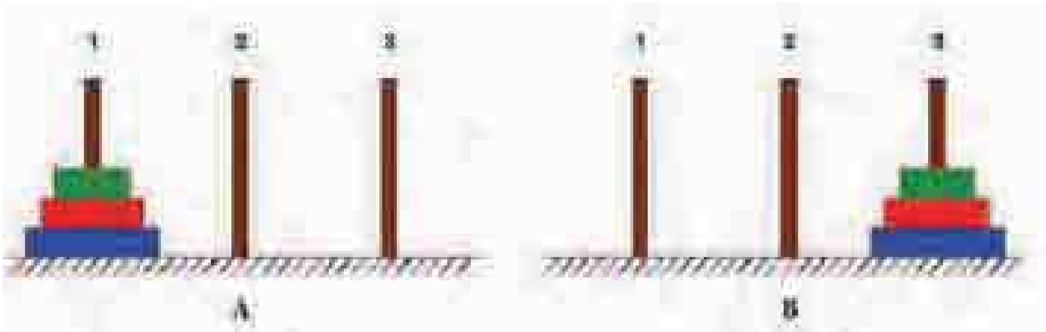
1. CAFÉ TORRAT

El cafè perd 1/5 del seu pes al torrar-lo. Si un comerciant compra cafè verd (sense torrar) a 10 euros el quilogram, a quin preu ha de vendre el quilogram de cafè torrat per a guanyar el 10% sobre el preu de compra?

2. TORRE DE HANOI DE 3 DISCOS

El joc de la torre de Hanoi consisteix a anar canviant els discs de la torre 1 a la torre 3 amb la condició que no es pot moure més d'un disc a la vegada i que no es pot col·locar un disc gran damunt d'un altre més menut.

Quin és el nombre mínim de moviments per a passar de la situació que mostra la imatge A a la que mostra la imatge B?



Completa la taula:

Nombre de discos	Mínim nombre de moviments
1	
2	
3	
4	
5	
12	
n	

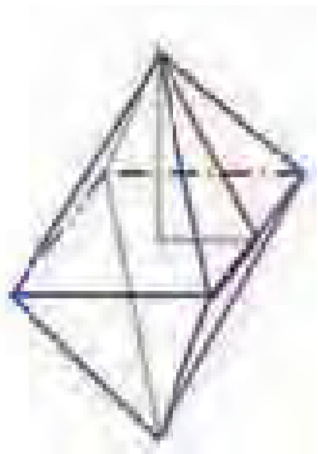
3. FAMÍLIES ESQUIANT

Trenta-cinc xiquets d’una escola han anat a esquiar. Deu xiquets tenen exactament un germà que també hi és, sis xiquets hi són amb dos germans i vuit xiquets hi són amb tres germans més. Els altres xiquets no tenen cap germà en l’esquiada.

Quantes famílies s’han aplegat en esta esquiada?

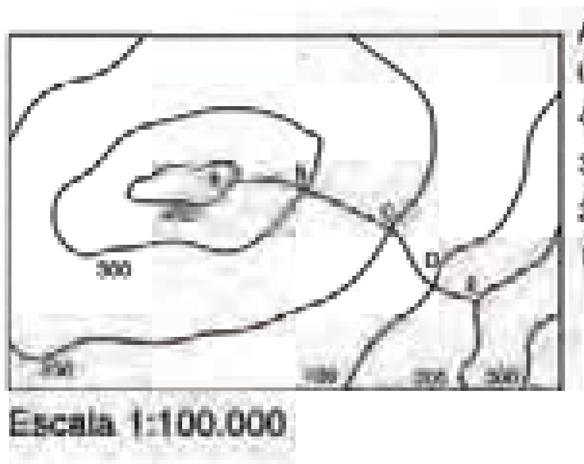
4. OCTAEDRE

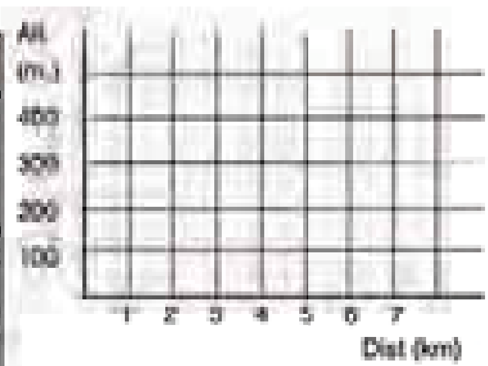
Calcula el volum i l’àrea total d’un octaedre regular de 10 cm d’aresta.



5. ANALITZANT L’EXCURSIÓ

Uns excursionistes han fet el recorregut entre els punts: A, B, C, D, i E del plànol, i volen saber la distància real que han caminat. També volen saber el perfil del terreny que han recorregut els excursionistes.





PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA INDIVIDUAL

1. DEBAT A LA TELEVISIÓ

Una televisió decideix fer un programa en el qual dues persones debaten sobre una qüestió i el públic del plató decideix qui guanya la discussió. El procediment és simple: a cada persona del públic se li reparteixen dues butlletes blanques les quals les han d'introduir en una urna amb el nom de les persones que estaven debatent, amb el criteri següent:

- si pensa que ha guanyat un ponent, aleshores ha d'introduir les dues butlletes en la seva urna
- si no té clar qui ha guanyat, aleshores ha d'introduir una butlleta en cada urna.

Un dia van acudir al programa 500 persones i el candidat guanyador va obtenir 616 paperetes. Si en acabar es va saber que hi havia el doble de persones que volien que guanyés el candidat que finalment va guanyar que les que volien que guanyés el candidat que va perdre, quantes persones del públic van votar als dos candidats?

2. QUADRATS PERFECTES

Trobar tots els naturals n per als quals $\frac{n}{20-n}$ és un quadrat perfecte.

3. COMBINANT NOMBRES I LLETRES

Es tenen les lletres {A, B, C} i els nombres {1, 2, 3}. De quantes maneres es poden ordenar els 6 elements de manera que tant les lletres com els nombres es troben en el seu ordre natural (és a dir, A abans que B i B abans que C; 1 abans de 2 i 2 abans que 3)?

I si foren set lletres i set nombres?

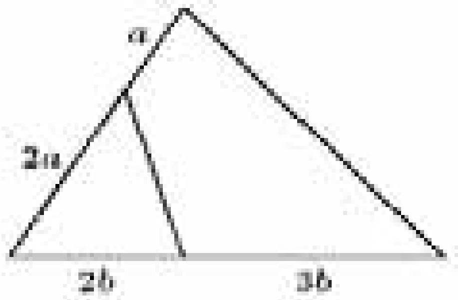
4. DIVISORS

Calcula la suma de tots els divisors de 10^6.

5. TRIANGLES I ÀREES

L'àrea del triangle menut de la figura adjunta és $8u^2$.

Determina l'àrea del triangle major.



PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA DE CAMP

1. EL PAVIMENT

El paviment de les voreres de les places és de dues tonalitats.

Calcula el % de taulells clars i el % de taulells foscos. Per al recompte tingues en compte únicament aquells taulells que estiguen complets.

……. taulells clars = ……… %

……. taulells foscos = ……… %

2. LES TRAPETES

També a les places veuràs que hi ha diferents trapes.

Fes una classificació d'elles, indicant el nom de la figura i la superfície que ocupen.

3. L'AJUNTAMENT

Fes un croquis de l'espai que ocupa l'Ajuntament, considerant la reixa que ocupa el consultori mèdic.

Si estem treballant amb una escala 1:200, quines mesures ha de tindre el nostre plànol?

4. PROHIBIT APARCAR

Al Portell veuràs un xalet que té a un dels seus vèrtexs un senyal de prohibit aparcar.

Calcula la superfície pintada de blau (no tingues en compte el rètol "AMBOS LADOS").

5. EL PLÀNOL

Forma un triangle amb els punts A, B i C. Ara representa les bisectrius.

En quin carrer és troba l'incentre, punt de tall de les tres bisectrius?

Pots determinar exactament de quina casa es tracta, és a dir, quin és el seu número?

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA DE CAMP

1. LA MANIFESTACIÓ

Volem fer una manifestació davant el xalet.

Quanta gent podria assistir a ella?

2. EL CALVARI

Volem posar una rampa d'accés al Calvari.

Calcula la longitud d'aquesta.

Al mig del camp d'handbol hi ha un cercle. Volem cobrir-lo amb cartolines de 21x30 centímetres.

Quantes cartolines necessitem? (Arrodoneix el resultat a un nombre enter de cartolines).

3. EL XALET

Imagina que tots els triangles són iguals.

Prenent aquest com a model i com a única mesura la longitud del taulell, calcula la superfície que ocupen tots els triangles.

4. LA FONT

Quina és la capacitat de la Font, si suposem que la profunditat de l'interior és la mateixa que l'altura de l'exterior?

5. EL NOSTRE JARDÍ

Calcula el volum d'aquests tests per a plantes.

Tenint en compte que la terra que necessitem ens l'ofereixen en sacs de 5, 10, 20 i 50 litres, quina és la millor combinació de sacs per tal que no ens sobre molta terra?

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA DE CAMP

1. EL SÍMBOL DE LA DEMOCRÀCIA

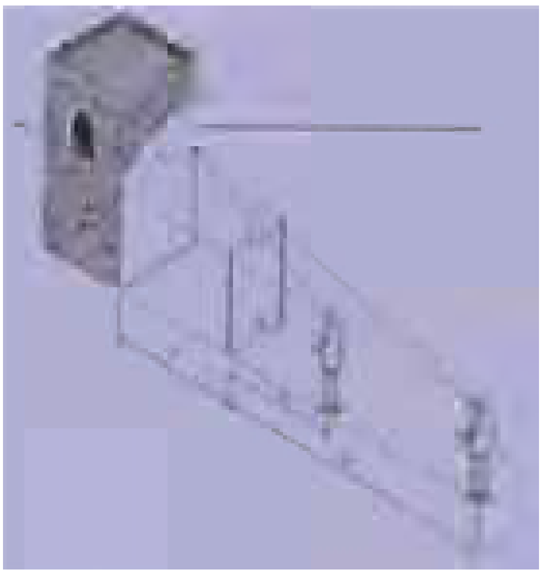
Al Fossaret, per darrere de l'Ajuntament tenim el símbol de la Democràcia.

Calcula el volum d'aquest monument als 20 anys d'Ajuntaments democràtics.

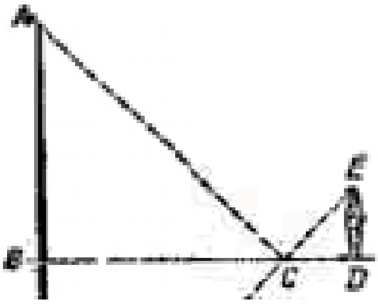
2. LA PORTA DE L'ESGLÉSIA

El xinès Liu Hui (S. III) presenta en el seu tractat "L'illa en la mar" un mètode per a determinar l'amplària d'una torre de peu inaccessible.

Vosaltres heu de seguir aquest procediment, il·lustrat en la imatge, per a calcular l'amplària de la porta de l'Església, tenint en compte que no podem accedir al seu peu, és a dir, no podem pujar damunt la vorera.



3. EL CAMPANAR



Amb l'ajuda d'un espill, estima l'altura del campanar de l'Església (o bé de la porta, segons la viabilitat).

4. EL PLÀNOL

Aproxima la superfície del poble de Suera, tenint en compte que un requadre són 10 m^2.

5. EL PLÀNOL

Calcula l'escala que s'ha utilitzat per al plànol del poble de Suera.

SOLUCIONS

XXIII OLIMPÍADA MATEMÀTICA
FASE AUTONÒMICA

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA INDIVIDUAL

1. NOMBRES DE TRES XIFRES

Solució: 23 nombres de tres xifres.

xifra unitats = 1 : 111, 221, …, 991

xifra unitats = 2 : 212, 422, 632, 842

xifra unitats = 3 : 313, 623, 933

xifra unitats = 4 : 414, 824

xifra unitats = 5 : 515

…

xifra unitats = 9 : 919

Total = 9+4+3+2+1+1+1+1+1 = 23 nombres.

2. LES GALLINES AL MERCAT

Solució: la primera grangera ha venut 5 gallines a 12 monedes cadascuna, i la segona grangera ha venut 3 gallines a 20 monedes cadascuna.

Anomenem A al nombre de gallines que ven la primera grangera i a al nombre de monedes que rep per gallina.

Anomenem B al nombre de gallines que ven la segona grangera i b al nombre de monedes que rep per gallina.

Sabem que:

$$A \cdot a = B \cdot b$$

$$A \cdot b = 100$$

$$B \cdot a = 36$$

$$A + B < 12$$

Comencem per donar valor a B sabent que cal que siga menor que 12 i divisor de 36, per exemple 2, 3, 4, 6, 9.

Si provem $B = 2 \ \rightarrow \ a = 18$.... arribem a una contradicció

Si provem $B = 3 \ \rightarrow a = 12 \ i \ b = 20 \ \rightarrow \ A = 5$ i es compleixen totes les igualtats plantejades.

Una solució, doncs, és que la primera grangera ha venut 5 gallines a 12 monedes cadascuna, i ha obtingut 60 monedes, mentre que la segona grangera ha venut 3 gallines a 20 monedes cadascuna i ha tret el mateix.

3. ELS GERMANS D'EVA

Solució: les edats dels tres germans poden ser 6, 6 i 1 anys o 9, 2 i 2 anys respectivament.

Com el producte de les edats dels tres germans és 36, i desconeixem les edats de cadascun d'ells, denotarem per x, y, z les edats de cada germà, per la qual cosa:

$$x \cdot y \cdot z = 36$$

Les edats dels germans cal que pertanyen al conjunt dels divisors de 36, és a dir:

$$x, y, z \ \in Div(36) = \{1, 2, 3,4,6,9,12,18,36\}$$

Com que a més a més:

$$x + y + z = 13$$

descartarem aquells divisors de 36 els valors dels quals no permeten el compliment d'aquesta condició. Així:

$$x, y, z \ \in \{1, 2, 3,4,6,9\}$$

Amb aquests factors sols podem obtenir 36 de cinc maneres:

$$\left.\begin{array}{c} 6 \cdot 6 \cdot 1 = 36 \\ 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36 \\ 9 \cdot 2 \cdot 2 = 36 \\ 9 \cdot 4 \cdot 1 = 36 \\ 3 \cdot 3 \cdot 4 = 36 \end{array}\right\}$$

però d'aquestes, no totes compleixen la condició de sumar 13:

$$\left.\begin{array}{r}6+6+1=13\\6+3+2=11\\9+2+2=13\\9+4+1=14\\3+3+4=10\end{array}\right\}$$

És a dir, les edats dels tres germans poden ser 6, 6 i 1 anys o 9, 2 i 2 anys respectivament.

4. MIREM UN RELLOTGE

Solució: a) La solució és 24, b) La solució és 44.

Cada hora té dos angles rectes excepte les 2 i les 8, que només en tenen un.

5. QUANTA FUSTA NECESSITAREM?

Solució: El volum de fusta necessari per construir l'escala de joguet serà de 200 cm^3.

Com que hi ha 4 graons, cadascun tindrà una altura de

$$h = \frac{H}{4} \rightarrow h = \frac{8}{4} = 2\ cm$$

I a més a més tindrà una amplària de $l = \frac{L}{4} \rightarrow l = \frac{8}{4} = 2\ cm$

Cadascun dels graons és un paral·lelepípede, el volum del qual és

$$V = h \cdot l \cdot p$$

El volum de l'escala serà la suma dels volums dels quatre graons. Tots ells tenen la mateixa profunditat (5 cm) i amplària (2 cm) però amb diferents altures.

$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$

$V_1 = l \cdot p \cdot h_1 \rightarrow h_1 = 2\ cm$ $\quad$ $V_2 = l \cdot p \cdot h_2 \rightarrow h_2 = 4\ cm$

$V_3 = l \cdot p \cdot h_3 \rightarrow h_3 = 6\ cm$ $\quad$ $V_4 = l \cdot p \cdot h_4 \rightarrow h_4 = 8\ cm$

$V = l \cdot p \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \rightarrow V = 2 \cdot 5 \cdot (2 + 4 + 6 + 8)$

$V = 2 \cdot 5 \cdot 20 = 200\ cm^3$

El volum de fusta necessari per construir l'escala de joguet serà de 200 cm^3.

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA INDIVIDUAL

1. CAFÉ TORRAT

Solució: Ha de vendre el café torrat a 13.75 € el kg.

Si compra un kg, li costa 10 euros. Al torrar-lo es queda en 0.8 kg que ha de vendre per 11 euros si vol guanyar un 10%.

El kg de café ha de vendre'l per $11/0.8 = 13.75$ euros el kg

2. TORRE DE HANOI DE 3 DISCOS

Solució:

Per a la torre de tres discos:

- Primer hem de muntar una torre de dos discos (roig i verd) en el pal central: 3 moviments.
- En segon lloc, hem de passar el disc blau al pal 3: 1 moviment.
- Per acabar hem de passar la torre de dos discos damunt del disc blau: 3 moviments.

Nombre de discos	*Mínim nombre de moviments*
1	1
2	3
3	$3 + 1 + 3 = 7 = 2^3 - 1$
4	$7 + 1 + 7 = 15 = 2^4 - 1$
5	$15 + 1 + 15 = 31 = 2^5 - 1$
12	$2^{12} - 1 = 4095$
n	$2^n - 1$

3. FAMÍLIES ESQUIANT

Solució: S'han aplegat 20 famílies a l'esquiada.

Els xiquets que tenen exactament un germà són:

$A - B, C - D, E - F, G - H, I - J.$

Els xiquets que tenen 2 germans són:

$K - L - M, N - P - Q.$

Els xiquets amb 3 germans són:

$R - S - T - U$ i $V - X - Y - Z.$

Els xiquets sense germans seran:

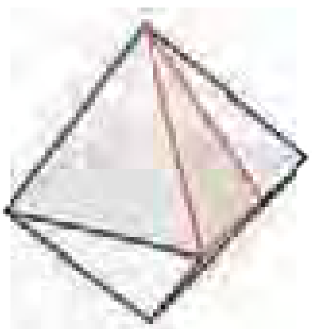
35 – 24 = 11.

El nombre de famílies : $5 + 2 + 2 + 11 = 20$

4. OCTAEDRE

Solució: L'àrea de l'octaedre és 346.41 cm^2 i el volum és 471.40 cm^3.

Càlcul de l'àrea:



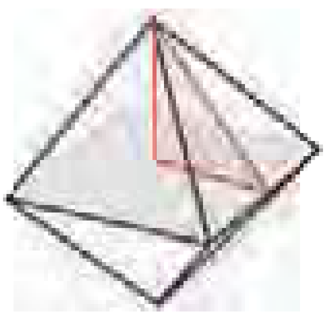
En el triangle rectangle roig tenim:

$$h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

I per tant, per a l'àrea total tenim:

$$A_t = 8 \cdot \frac{10 \cdot 5\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3} \cong 346.41\ cm^2$$

Càlcul del volum:



Ja que un octaedre es pot considerar com dues piràmides unides per les seues bases, necessitem calcular l'altura d'una d'eixes piràmides:

$$H = \sqrt{75 - 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

I així doncs,

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot 5\sqrt{2} = \frac{1000\sqrt{2}}{3} \cong 471.40\ cm^3$$

5. ANALITZANT L'EXCURSIÓ

Solució:

Per tal de fer el perfil del terreny cal representar els punts A, B, C, D i E als eixos cartesians tot tenint en compte l'altura a què es troba cadascun d'ells i la distància. Per tal de conèixer la distància real però reflectida als eixos, cal mesurar en línia recta la distància entre cada dos punts i després fer servir l'escala tenint clar que es tracta d'una proporció.

- Des de A a B 1 cm al mapa; per tant 1 km en la realitat.
- Des de B a C 1.3 cm al mapa; per tant 1.3 km en la realitat.
- Des de C a D 0.9 cm al mapa; per tant 0.9 km en la realitat.
- Des de D a E 0.7 cm al mapa; per tant 0.7 km en la realitat.

En total els excursionistes han caminat 1+1.3+0.9+0.7=3.9 km, que serà la distància real. El perfil del terreny que han recorregut els excursionistes queda reflectit en la següent gràfica:

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA INDIVIDUAL

1. DEBAT A LA TELEVISIÓ

Solució: 232 persones van votar únicament al guanyador, 116 únicament al perdedor i 152 van votar als dos.

Es tracta de plantejar un sistema de 3 equacions amb 3 incògnites. Anomenem:

- x: persones que van votar únicament al guanyador
- y: persones que van votar únicament al perdedor
- z: persones que van votar als dos

Plantegem el sistema d'equacions següent amb les dades de l'enunciat:

$$\begin{cases} x + y + z = 500 \\ 2x + z = 616 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

Si multipliquem la primera equació per 2 i considerem la tercera equació:

$$\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 1000 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

Sumant aquestes dues equacions:

$$3x + 2z = 1000$$

que, juntament amb

$$2x + z = 616$$

forma un sistema de dues equacions amb dues incògnites que té per solució:

$$x = 232, z = 152$$

I així doncs $y = 116$.

2. QUADRATS PERFECTES

Solució: Els nombres buscats són: 0, 10, 16 i 18.

Ha de verificar-se que:

$$\frac{n}{20-n} = t^2 \rightarrow n = \frac{20\,t^2}{1+t^2} = 20 - \frac{20}{1+t^2}$$

Per tant $1 + t^2$ ha de ser un nombre natural divisor de 20, és a dir, els possibles valors de $1 + t^2$ són: 1, 2, 4, 5, 10 o 20.

Estudiem cada possibilitat:

$$1 + t^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 0 \quad \Rightarrow \quad n = 0$$

$$1 + t^2 = 2 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad t = 1 \quad \Rightarrow \quad n = 10$$

$$1 + t^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 3 \quad \Rightarrow \quad t \notin \mathbb{N}$$

$$1 + t^2 = 5 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad t = 2 \quad \Rightarrow \quad n = 16$$

$$1 + t^2 = 10 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad t = 3 \quad \Rightarrow \quad n = 18$$

$$1 + t^2 = 20 \quad \Rightarrow \quad t^2 = 19 \quad \Rightarrow \quad t \notin \mathbb{N}$$

Per tant els nombres naturals preguntats en l'enunciat són: **0, 10, 16 i 18**

3. COMBINANT NOMBRES I LLETRES

Solució:

a) 3 lletres i 3 nombres es poden ordenar de 20 maneres distintes.

b) 7 lletres i 7 nombres es poden ordenar de 3432 maneres distintes.

Sent el conjunt $\{L_1, L_2, L_3, N_1, N_2, N_3\}$ i si considerem una permutació de dit conjunt, sols existeix una forma de ficar les lletres i els nombres, per la qual cosa és equivalent a permutar {L, L, L, N, N, N}, és a dir permutacions amb repetició. Per tant:

$$PR_{3,3}^{6} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

L'altre cas seria:

$$PR_{7,7}^{14} = \frac{14!}{7! \cdot 7!} = 3432$$

4. DIVISORS

Solució: La suma de tots els divisors és 2480437.

Com $10 = 5 \cdot 2$, tenim $10^6 = 2^6 \cdot 5^6$. I, per tant, els divisors de 10^6 són de la forma $2^\alpha \cdot 5^\beta$ on $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$.

Els disposem en una taula de doble entrada i per sumar-los, els sumem fila a fila:

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	1	2	4	8	16	32	64
5^1	5	10	20	40	80	160	320
5^2	25	50	100	200	400	800	1600
5^3	125	250	500	1000	2000	4000	8000
5^4	625	1250	2500	5000	10000	20000	40000
5^5	3125	6250	12500	25000	50000	100000	200000
5^6	15625	31250	62500	125000	250000	500000	1000000

La suma dels divisors de la primera fila és la suma dels 7 primers termes d'una PG de raó 2 i primer terme 1. D'ací que:

$$S_1 = \left(a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} =\right) 1 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = \frac{2^7 - 1}{1}$$

La suma dels divisors de la segona fila és la suma dels 7 primers termes d'una PG de raó 2 i primer terme 5. D'ací que:

$$S_2 = \left(a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} =\right) 5 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 5 \cdot \frac{2^7 - 1}{1}$$

La suma dels divisors de la tercera fila és la suma dels 7 primers termes d'una PG de raó 2 i primer terme 25 = 5^2. D'ací que:

$$S_3 = \left(a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} =\right) 5^2 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 5^2 \cdot \frac{2^7 - 1}{1}$$

La suma dels divisors de la quarta fila és la suma dels 7 primers termes d'una PG de raó 2 i primer terme 125 = 5^3. D'ací que:

$$S_4 = \left(a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} =\right) 5^3 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 5^3 \cdot \frac{2^7 - 1}{1}$$

La suma dels divisors de la quinta fila és la suma dels 7 primers termes d'una PG de raó 2 i primer terme 625 = 5^4. D'ací que:

$$S_5 = \left(a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} =\right) 5^4 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 5^4 \cdot \frac{2^7 - 1}{1}$$

La suma dels divisors de la sexta fila és la suma dels 7 primers termes d'una PG de raó 2 i primer terme 3125 = 5^5. D'ací que:

$$S_6 = \left(a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} =\right) 5^5 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 5^5 \cdot \frac{2^7 - 1}{1}$$

La suma dels divisors de la sèptima fila és la suma dels 7 primers termes d'una PG de raó 2 i primer terme 15625 = 5^6. D'ací que:

$$S_7 = \left(a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} =\right) 5^6 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 5^6 \cdot \frac{2^7 - 1}{1}$$

I per últim: $S = \sum S_i$ és la suma dels 7 primers membres d'una PG de raó 5 i primer terme $\frac{2^7-1}{1}$

$$S = \left(a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} =\right) \frac{2^7 - 1}{1} \cdot \frac{5^7 - 1}{5 - 1} = 127 \cdot \frac{78124}{4} = 2480437$$

5. TRIANGLES I ÀREES

Solució:

Donarem dues maneres d'arribar a la solució del problema:

Solució 1:

La longitud de la base del triangle major és $5b$, mentre que la longitud de la base del triangle menor és $2b$, per tant la raó de les seues bases és $\frac{5}{2}$. D'una manera semblant, la raó de les corresponents altures és (semblança de triangles rectangles amb altures i hipotenuses):

$$\frac{H}{h} = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2}$$

Per tant, l'àrea del triangle major és:

$$\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot 8 = 30$$

<u>Solució 2:</u>

Siga α l'angle comprés entre els costats de longitud $2a$ i $2b$ del triangle menor i que serà també l'angle dels costats de longitud $3a$ i $5b$ del triangle major, amb la qual cosa, l'àrea del triangle menor pot expressar-se de la forma:

$$\frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b \cdot \sin\alpha = 8$$

mentre que l'àrea buscada és:

$$\frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 5b \cdot \sin\alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b \cdot \sin\alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8 = 30$$

PROBLEMES DE NIVELL C
(TERCER CICLE DE PRIMÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA DE CAMP

1. EL PAVIMENT

Solució:

216 taulells clars = 23.43 %

706 taulells foscos = 76.57 %

2. LES TRAPETES

Solució:

2 CIRCUMFERÈNCIES de 29.5 cm de radi:

$\pi \cdot 29.5^2\ cm^2 = 2733.97\ cm^2$ cadascuna

2 CIRCUMFERÈNCIES de 27.5 cm de radi:

$\pi \cdot 27.52\ cm^2 = 2375.83\ cm^2$ cadascuna

9 QUADRATS de 39 cm de costat:

$39^2\ cm^2 = 1521\ cm^2$ cadascun

1 RECTANGLE de 41 cm i 94 cm de costats:

$41 \cdot 94\ cm^2 = 3854\ cm^2$

1 RECTANGLE de 79 cm i 49 cm de costats:

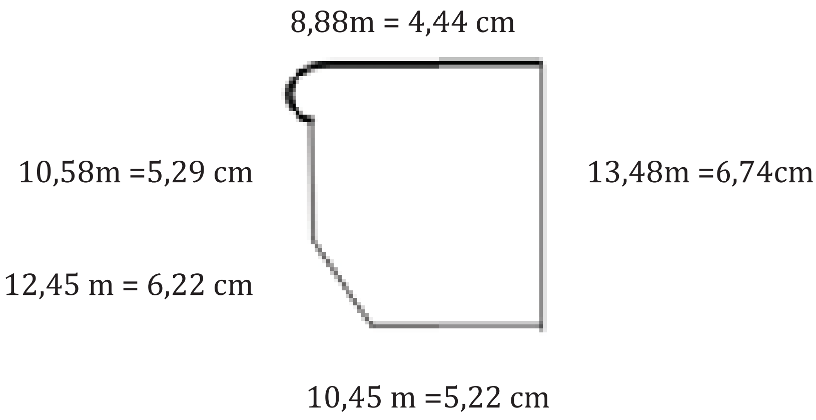
$79 \cdot 49\ cm^2 = 3871\ cm^2$

1 RECTANGLE de 17.8 cm i 24.2 cm de costats:

$17.8 \cdot 24.2\ cm^2 = 430.76\ cm^2$

3. L'AJUNTAMENT

Solució:



4. PROHIBIT APARCAR

Solució: $\boldsymbol{\pi \cdot 17.752 - 35.27 \cdot 4 \cong 848.72\ cm^2}$

5. EL PLÀNOL

Solució: Núm. 5 del carrer del Retor

PROBLEMES DE NIVELL A
(PRIMER CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA DE CAMP

1. LA MANIFESTACIÓ

Solució:

$$\mathbf{34.45 \cdot 7.61 + \frac{(8.55 - 7.61) \cdot 6.25}{2} = 265.1\ m^2}$$

$\mathbf{265.1 \cdot 4 = 1060.4}$ *persones*

2. EL CALVARI

Solució:

$$0.13 + 0.14 + 0.15 + 0.19 + 0.2 + 0.225 = 1.035$$

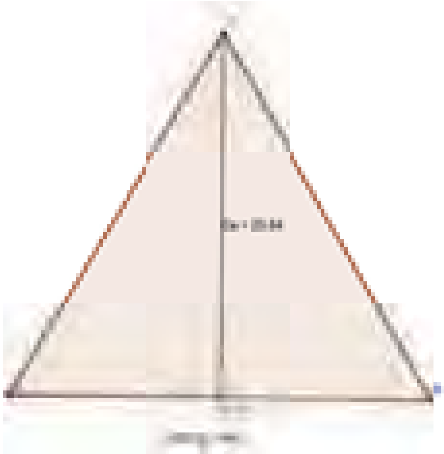
$$0.32 + 0.33 + 0.69 + 0.48 + 0.435 + 0.46 = 2.715$$

$$\sqrt{1.035^2 + 2.715^2} = 2.90\ m$$

$$\frac{1.035}{2.715} \cdot 100 = 38.12\%$$

3. EL XALET

Solució:



$$\sqrt{27.5^2 - \left(\frac{27.5}{2}\right)^2} = 23.81$$

$$\frac{27.5 \cdot 23.81}{2} = 327.3875\ cm^2$$

$$327.3875\ cm^2 \cdot 28\ triangles = 9166.85\ cm^2$$

$$\text{Rectangle extern: } 177 \cdot 53 = 9381\ cm^3$$

4. LA FONT

Solució:

$$\frac{9.35}{2\pi} = 1.4880 \text{ radi}$$

$$1.488^2 \cdot \pi \cdot 0.6 = 4.1735\ m^3$$

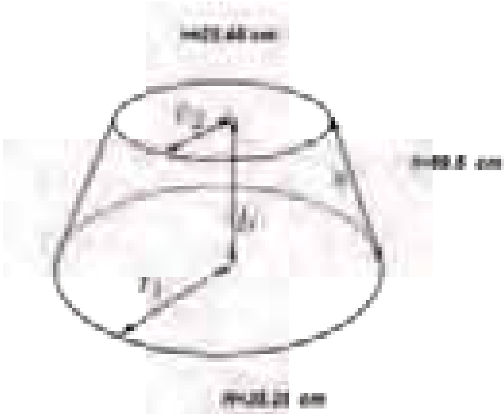
$$0.4^2 \cdot 0.6 = 0.096\ m^3$$

$$4.1735 - 0.096 = 4.0755\ m^3$$

5. EL NOSTRE JARDÍ

Solució:

Per al test de darrere, prenint les mesures adequades podem fer aquest croquis:



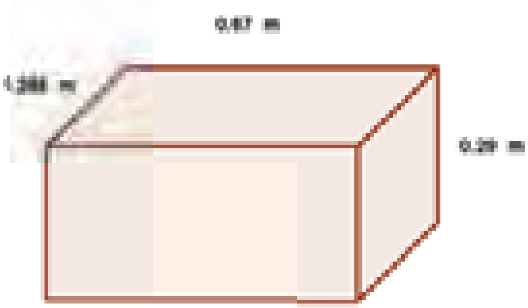
Calculem el volum del test aplicant la fórmula del volum d'un tronc de con:

$$V = \frac{h \cdot \pi}{3}(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$\frac{160}{2\pi} = 25.46\,cm \;\rightarrow 25.46 - 7 = 18.46 = r$$

$$V = \frac{0.895\pi}{3} \cdot \frac{0.895\pi}{3}(0.3525^2 + 0.1846^2 + 0.3525 \cdot 0.1846)$$
$$= 0.20938\,m^3$$

Per al test en forma de tetraedre:



$$V' = 0.285 \cdot 0.67 \cdot 0.29 = 0.0553755\,m^3$$

$$0.20938 + 0.05538 = 0.26475\,m^3 = 265 \text{ litres}$$

La combinació de sacs òptima és:

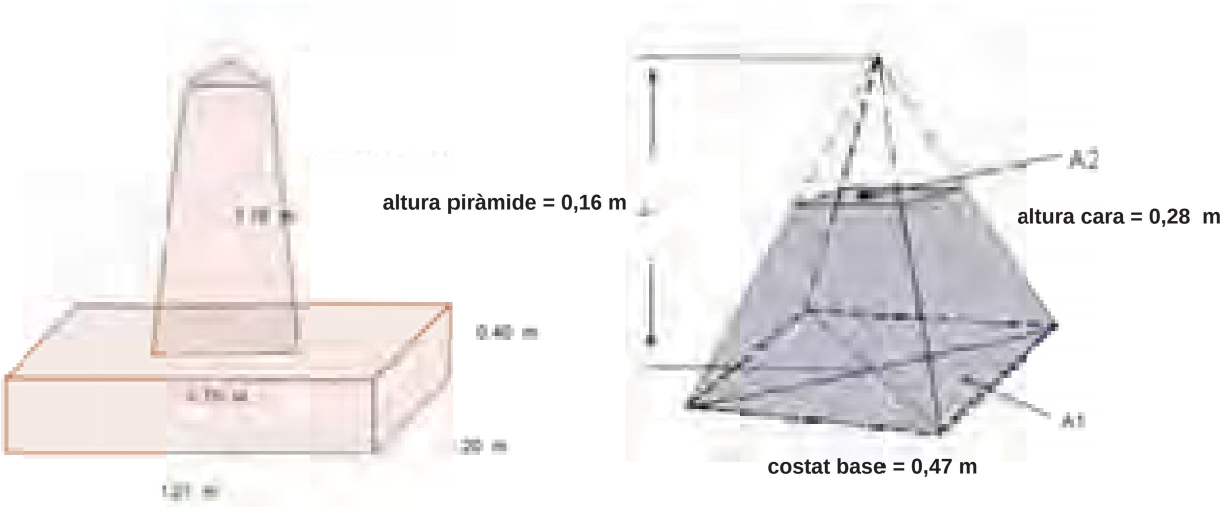
5 sacs de 50 litres + 1 de 10 litres + 1 de 5 litres

PROBLEMES DE NIVELL B
(SEGON CICLE DE SECUNDÀRIA)

FASE AUTONÒMICA – PROVA DE CAMP

1. EL SÍMBOL DE LA DEMOCRÀCIA

Solució:



Per calcular el volum del pedestal, donat que és un tetraedre:

$$1.21 \cdot 1.2 \cdot 0.4 = 0.5808\, m^3$$

Per a calcular el volum del monument:

$$\frac{h}{3}\left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 + A_2}\right) \cong \frac{A_1 + A_2}{2} \cdot h$$

$$\frac{1.76}{3} \cdot \left(0.7^2 + 0.47^2 + \sqrt{0.7^2 + 0.47^2}\right) = 0.61$$

$$\frac{0.16}{3} \cdot 0.47^2 = 0.01178$$

$$0.5808 + 0.61 + 0.01178 \cong 1.2027\, m^3$$

Alternativa:

$$\frac{1.76 \cdot 0.7^2 + 1.76 \cdot 0.47^2}{2} = 0.6256$$

2. LA PORTA DE L'ESGLÉSIA

Solució:

$$x = \frac{(b-a)\cdot c}{\left(b\cdot\frac{c}{d}-a\right)}$$

MESURA DE LA PORTA = 2.74 m.

3. EL CAMPANAR

Solució:

$$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{CD}$$

4. EL PLÀNOL

Solució:

82 quadres per defecte

120 quadres per excés

Aproximadament $\frac{120+82}{2}\cdot 10\ m^2$

5. EL PLÀNOL

Solució:

LATERAL DE L'ESGLESIA (per la part de la torre del rellotge) = 40 m.

ESCALA 1:2353

EL PROBLEMA DE L'ÚLTIMA PÀGINA

A continuació publiquem uns problemes interessants que ens ha enviat el nostre company Juan Pagés Segarra. Agraïm al company la seua col·laboració i us recordem que podeu enviar les vostres aportacions i suggeriments o solucions al ***Problema de l'Última Pàgina****, així con qualsevol comentari per tal de millorar la revista.*

AIXETES 1

Un dipòsit s'ompli per una aixeta en 4 hores, una altra aixeta l´ompli en 6 hores i una tercera en 5 hores. Una quarta el buida en 3 hores. Calcula el temps que tardaria en omplir-se el dipòsit actuant totes les aixetes a la vegada.

AIXETES 2

Un dipòsit té dues aixetes que li proporcionen aigua i una tercera que desaigua. Sabent que actuant per separat la primera l´ompli en 2 hores, la segona en 3 hores i entre les tres juntes l´omplin en 12/7 hores, en quantes hores haurà de buidar sols la tercera per tal que es verifique l´enunciat?

SOLUCIÓ AL PROBLEMA DE L'ÚLTIMA PÀGINA

AIXETES 1:

Siga "x" el temps que tardaria a omplir-se el dipòsit. La primera aixeta en una hora ompliria ¼, i en "x" hores $x/4$.

La segona aixeta en "x" hores ompliria $x/6$.

L´altra $x/5$, i la quarta el buidaria en $x/3$. Actuant totes a la vegada tindríem;

$$\frac{x}{4}+\frac{x}{6}+\frac{x}{5}-\frac{x}{3}=1$$

Per tant, resolent l´equació, s´ompliria en 3h, 31min i 45 15/17 s.

AIXETES 2:

Si la primera l´ompli en dues hores, en una omplirà: 1/2

La segona l´ompli en tres hores. En una omplirà: 1/3

Si la tercera el buida en "x" hores, en una buidarà: $1/x$

Si actuant totes juntes l´omplin en 12/7 hores, en una ompliran:

1: 12/7= 7/12

Per tant l´equació serà:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{x}=\frac{7}{12}$$

Operant, x = 4 hores.

ACTUALITZEU ELS VOSTRES CORREUS ELECTRÒNICS...!!!

ATENCIÓ, SOCIS!!

Per tal d'actualitzar la nostra base de dades, us demanem que ens informeu de les possibles variacions en les vostres dades, especialment en les vostres adreces de correu electrònic.

És important tindre aquesta informació per a un millor funcionament de la societat. És suficient que envieu un correu electrònic a:

tresorer@semcv.org

indicant les vostres novetats.

Gràcies per la vostra col·laboració.

CONTACTEU AMB NOSALTRES...!!!

SI VOLS ENVIAR-NOS SOLUCIONS DE PROBLEMES OBERTS, PROPOSTES DE PROBLEMES O DE TEMES, COMENTARIS I SUGGERIMENTS POTS ENVIAR UNA CARTA A L'ADREÇA:

SEMCV "AL-KHWARIZMI"

PROBLEMA OBERT

APARTAT 22.045

46071 VALÈNCIA

TAMBÉ POTS ENVIAR UN MISSATGE AL CORREU ELECTRÒNIC:

problemesolimpics@semcv.org

ESPEREM LES VOSTRES COL·LABORACIONS!!!

S.
E.
M.
C.
V.
AL-KHWARIZMI

XIII CONCURS DE FOTOGRAFIA "MATEMÀTICA A LA VISTA"

Resum de l'acta. Premis 2012

Apartat I:

1r premi, 150 €
Espiral numérica, de Begoña Contell Gonzalo, de l'IES Ramón Llull (València)

2n premi, 100 €
Atrapado entre rombos, de Laura Suárez González, de l'IES María Moliner (Port de Sagunt)

3r premi, 75 €
Línea infinita, de Sandra Pérez Herrero, de l'IES María Moliner (Port de Sagunt)

4t Tres premis de 30 €
Claro de luna, de Daniel García, del Col·legi Paidos (Dènia)
Rectas sonoras, de Carmen Fernández Quesada, de l'IES María Moliner (Port de Sagunt)
Hay 4 círculos y 2 rectángulos, de Lucía Hernaz Peiró, del Col·legi Paidos (Dénia)

Apartat I Sèries:
Desert

Apartat II: (Premi a una fotografia o una sèrie)

1r Premi: 250 €. Compartit per a les fotos:
Triángulo escalonado, de Juan Fernando López Villaescusa, de l'IES Ramón Llull (València)
Sinusoide, de Minerva Paz Compañ, de l'IES María Moliner (Port de Sagunt)

2n Premi: 150 €. Compartit per a les fotos:
Noria de la fira de Nadal, de Miguel Ángel Campos Rodrigo, de La Nostra Escola Comarcal (Picassent)
Un mundo en cada esfera, de Minerva Paz Compañ, de l'IES María Moliner (Port de Sagunt)

Accèssits Apartat I:

Ángulos y líneas hacia el cielo, de Virginia López Gómez, de l'IES María Moliner, (Port de Sagunt)
Espiral indefinida, de Pablo Soldatov, de l'IES María Moliner (Port de Sagunt)
Base por altura, de Esteban Narbón Meseguer, de l'IES María Moliner (Port de Sagunt)

Vols fer-te soci? Ompli la següent butlleta d'inscripció i ens l'envies a la nostra seu.
Anima els teus companys o inscriu el teu centre a la nostra societat.

INSCRIPCIÓ I DOMICILIACIÓ BANCÀRIA

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "Al-Khwārizmī"

Facultat de Magisteri "Ausiàs March"
Departament de Didàctica de la Matemàtica
Apartat 22.045 46071 VALÈNCIA

Cognoms:..Nom:......................................
DNI / NIF:.......................................

Domicili particular:

Població:..C.P.:...............
Carrer:.. Telèfon:..
Correu-e:......................................

Centre de treball:

Nom:..
Carrer:..Població:................................C.P.:...........
Telèfon:...Correu-e:...

Entitat bancària (on es lliurarà el cobrament de quotes):

Nom:..
Carrer:..Població:................................C.P.:..........
Codi Compte Client:

Entitat | | | | | Oficina | | | | | D.C. | | | Nº Compte | | | | | | | | | | |

....a...........de......................................de 2012.
(signatura)

El titular del compte:...
DNI:...

Esta revista es publica amb el suport de l'Acadèmia Valenciana de la Llengua

Trobaràs tota la informació en la nostra web.

Societat d'Educació Matemàtica
Comunitat Valenciana

Al-Khwarizmi

Visiteu-la: www.semcv.org

S.
E.
M.
C.
V.

AL-KHWARIZMI

Societat d'Educació Matemàtica de la

Comunitat Valenciana

"Al-Khwarizmi"