



XXXI OLIMPIADA MATEMÀTICA 2021

NIVELL B 3r. i 4t. de Secundària

ATENCIÓ

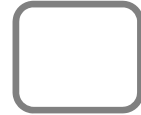
- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

ATENCIÓN

- ESCRIBE TUS DATOS PERSONALES ÚNICAMENTE EN ESTA HOJA.
- EN EL RESTO DE LAS HOJAS ÚNICAMENTE CONTESTA A LAS PREGUNTAS. CUANTO MÁS EXPLIQUES EL PROCESO DE RESOLUCIÓN, SERÁ MEJOR PARA VALORAR TU RESPUESTA.
- PROCURA QUE LA RESPUESTA A CADA PREGUNTA ESTÉ EN LA MISMA HOJA QUE LA PREGUNTA, YA SEA POR DELANTE O POR DETRÁS.
- NO ARRANQUES NINGUNA HOJA DE ESTE BLOQUE.

COGNOMS / APELLIDOS:

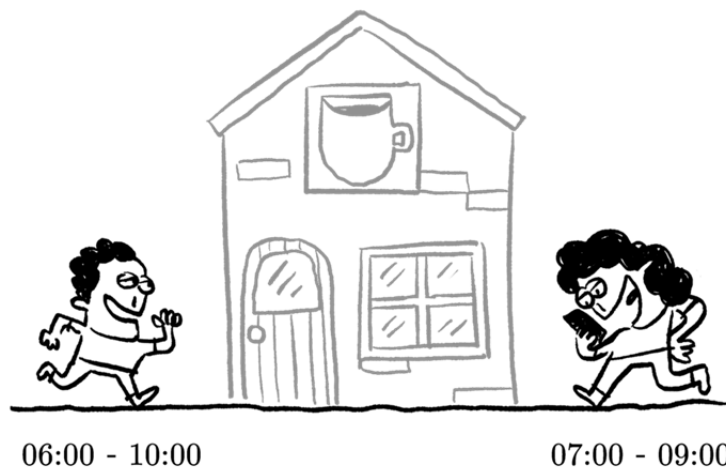
NOM / NOMBRE:



1. ARRIBANT TARD

Pere sol arribar a prendre un cafè a un lloc de moda del poble on viu entre les 6.00 h i les 10.00 h. Marta sol arribar al mateix lloc entre les 7.00 i les 9.00 h.

- Com que son una miqueta maniosos, fan el que siga necessari per tal d'arribar només a les hores en punt o a les hores i mitja. A banda d'aquesta peculiaritat, el moment en què arriba un no afecta el moment en què arriba l'altre. Quina serà la probabilitat que Pere arribe mitja hora o més després que Marta?
- De sobte se'ls ha passat als dos la mania d'arribar a les hores en punt o a les hores i mitja. Si poden arribar en qualsevol moment entre les hores marcades, quina serà ara la probabilitat que Pere arribe mitja hora o més després que Marta?





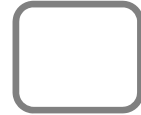
2. 2×1 EN MATHPIZZA

L'empresa *MathPizza* prepara el seu logotip per a la pròxima oferta de 2×1 en pizzes.

Vol preparar caixes de cartró amb forma de semicercle, com en el dibuix, de manera que càpiguen les dues pizzes, que tenen 10 cm de diàmetre.



Calcula el radi mínim que ha de tindre el semicercle per a poder inserir completament les dues pizzes.



3. SUMA DE COEFICIENTS

Considerem els nombres de la forma:

$$1! \cdot a_1 + 2! \cdot a_2 + 3! \cdot a_3 + \dots + n! \cdot a_n$$

on els coeficients a_k són nombres enters i verifiquen $0 \leq a_k \leq k$.

Recorda que $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ (s'anomena 5 factorial).

Sabem que 2021 es pot expressar d'aquesta manera. Calcula, per a aquest cas, la suma dels coeficients:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m$$



4. LA MONEDA PERDUDA

Pere va a comprar a la tenda del seu barri. El cost de tots els productes és de quatre euros. Pere paga amb un bitllet de cinc euros i rep sis monedes en les tornes. De camí cap a casa, una moneda li cau i roda fins al clavegueram.

Si el dependent de la tenda no tenia cap preferència en la forma de tornar-li els diners, quina és la probabilitat que la moneda perduda siga de 10 cèntims?





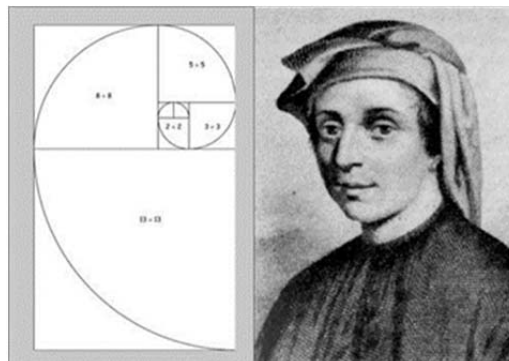
5.A SUCESSIÓ DE FIBONACCI

Direm que una successió és de Fibonacci si donats els dos primers termes es verifica que cada terme és la suma dels dos termes anteriors.

Per exemple són de Fibonacci les successions:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 ...

-2, 3, 1, 4, 5, 9, 14, 23 ...



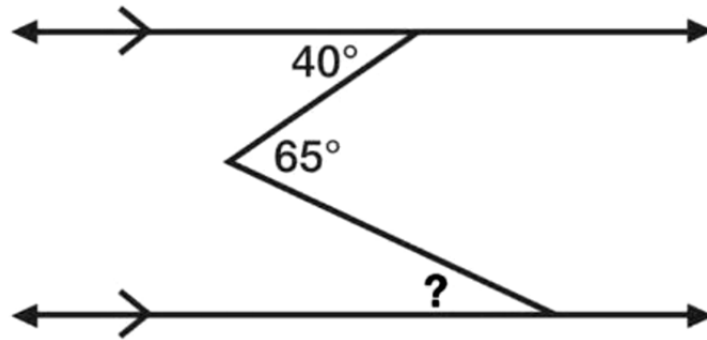
Emplena els següents requadres per tal que es forme una successió de Fibonacci:

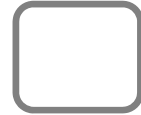
7					2021
---	--	--	--	--	------



5.B ANGLE MISTERIÓS

Calcula el valor de l'angle misteriós (?):





5.C ENCREUAT NUMÈRIC

Emplena el següent encreuat numèric segons les definicions que es proposen.

Regles:

- Cada casella està ocupada només per una xifra.
- Cap definició comença per zero.

	1	2	3	4
5				
6				
7				
8				

Verticals:

- Múltiple de 271.
- Les xifres no nul·les són distintes.
- Xifres parelles diferents entres si i diferents de zero.
- L'última xifra és igual a la suma de les tres primeres.

Horitzontals:

- El cub d'un nombre imparell.
- La suma de les xifres és un divisor de la definició 7-Horitzontal.
- Xifres ordenades de manera creixent.
- El producte de dos primers consecutius que conté almenys una xifra zero.