

XXXV OLIMPIADA MATEMÀTICA 2025

NIVELL A 1r. i 2n. de Secundària

ATENCIÓ

- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

ATENCIÓN

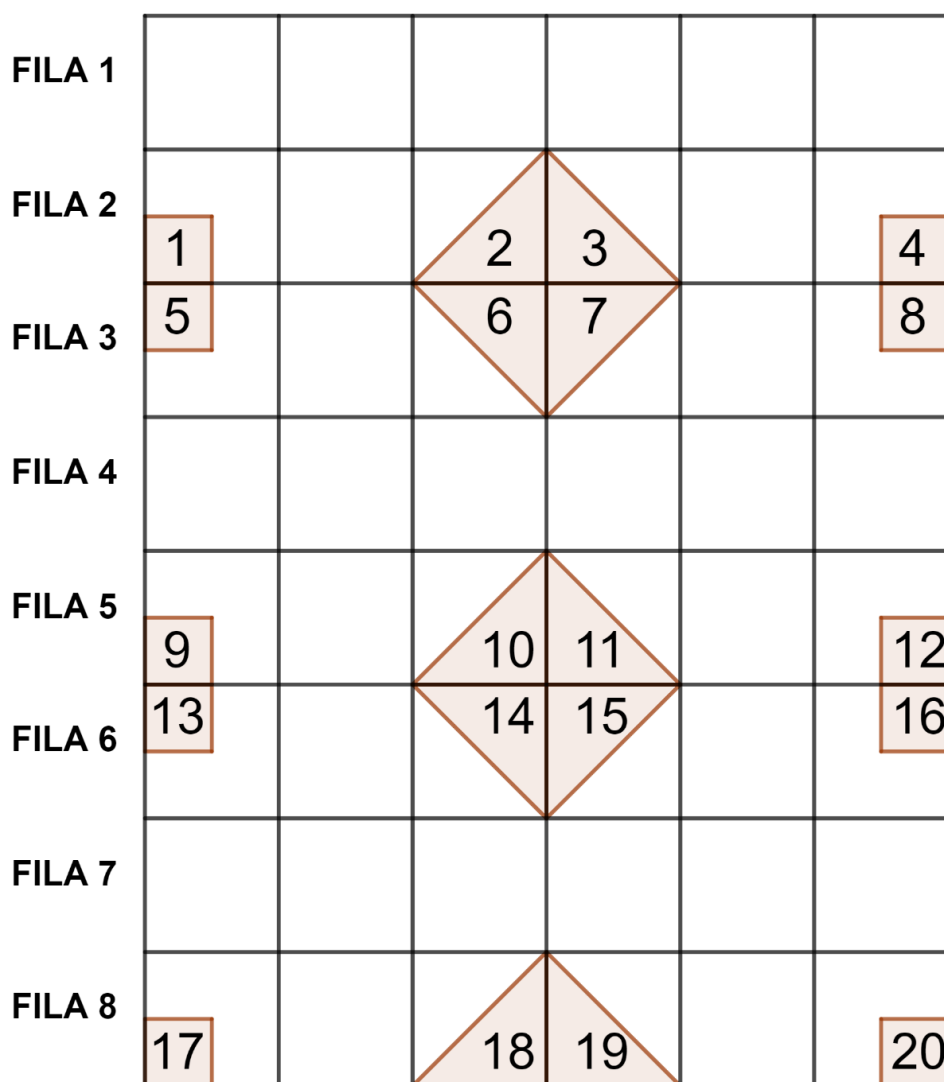
- ESCRIBE TUS DATOS PERSONALES ÚNICAMENTE EN ESTA HOJA.
- EN EL RESTO DE LAS HOJAS ÚNICAMENTE CONTESTA A LAS PREGUNTAS. CUANTO MÁS EXPLIQUES EL PROCESO DE RESOLUCIÓN, SERÁ MEJOR PARA VALORAR TU RESPUESTA.
- PROCURA QUE LA RESPUESTA A CADA PREGUNTA ESTÉ EN LA MISMA HOJA QUE LA PREGUNTA, YA SEA POR DELANTE O POR DETRÁS.
- NO ARRANQUES NINGUNA HOJA DE ESTE BLOQUE.

COGNOMS / APELLIDOS:

NOM / NOMBRE:

1. MOSAIC NUMÈRIC

Volem fer un mosaic, com el de la imatge següent, a la façana principal de l'institut.



La façana mesura 38 m i volem construir el mosaic fins al nombre 2024.

- En quina fila i quina columna estarà el 2024?
- Quina fracció del dibuix quedarà ombrejada quan estiga el mosaic complet?
- Si cada rajola és de 5 cm de costat, cabrà el mosaic a la façana?

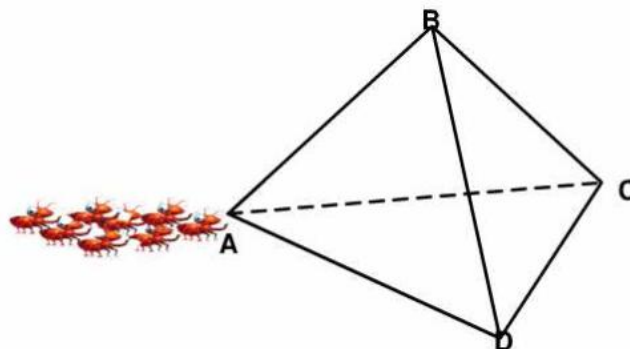
2. ESTADIS DE FUTBOL A VALÈNCIA CIUTAT

Els dos equips de futbol més importants de la ciutat de València són el València Club de Futbol, l'estadi del qual s'anomena *Mestalla* i té una capacitat de 49 430 espectadors i el Llevant Unió Esportiva, que juga en l'estadi *Ciutat de València*, amb 26 354 espectadors possibles. Contesta raonadament les següents qüestions:

- Quin percentatge ha d'augmentar la capacitat de l'estadi del Llevant UD per a tenir la mateixa capacitat que Mestalla? I per a tenir-ne el doble?
- Quants espectadors més hauria de tenir cada estadi per tal que la quantitat fora un quadrat perfecte?
- Els nombres màxims d'espectadors dels dos estadis són primers entre ells?

3. FORMIGUES CORREDORES

En el vèrtex A d'un tetraedre tenim 243 formigues, que trien una aresta a l'atzar i la recorren en 20 segons. En cada vèrtex, una tercera part de les formigues tria cadascuna de les arestes possibles.



- Quantes d'elles arribaran al vèrtex C en 20 segons?
- Quantes d'elles estaran o hauran passat pel vèrtex C en 40 segons?
- Quantes d'elles estaran o hauran passat pel vèrtex C en 80 segons?

4. HACKEJANT CONTRASENYES

Per tal d'obrir un compte a la pàgina web www.m4t3m4t1x.org has de crear una contrasenya d'exactament 5 caràcters. Cada caràcter ha de ser una de les 26 lletres de l'abecedari o bé una de les xifres del 0 al 9.

a) Quantes contrasenyes diferents s'hi poden crear?

Un hacker utilitza una ferramenta de força bruta per tal d'esbrinar la nostra contrasenya. Una ferramenta de força bruta és un programa informàtic que permet provar totes les combinacions possibles fins a trobar la contrasenya correcta. Sabem que, de mitjana, el programa tarda 5 minuts per a trobar una contrasenya d'aquestes característiques.

b) Si en lloc de 5 caràcters, la contrasenya en tinguera 7, quant de temps tardaria el hacker, de mitjana, en esbrinar una contrasenya?

c) Quina longitud hauria de tindre la contrasenya per tal que el hacker tardarà més d'un any en trobar-la?

5. AGUSTINET: JUBILACIÓ I ...PREMI?

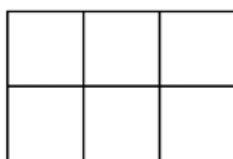
Agustinet té 66 anys i està empadronat en el *Cap i casal*. Agustí gaudeix d'una merescuda jubilació, després de molts anys de professor de Matemàtiques.

L'ajuntament de València sorteja entre les persones empadronades d'almenys 65 anys, dos premis: un llibre incunable de Matemàtiques i un viatge cultural pel Mediterrani. Sabem que en l'ajuntament de València hi ha 176 838 persones de 65 anys o més empadronades en 2024; i sabem també que es pot repetir premi. Calcula, utilitzant, si cal, notació científica:

- La probabilitat que a Agustinet sols li toque el llibre incunable de Matemàtiques.
- La probabilitat que li toque els dos premis.
- La probabilitat que no li toque cap premi.
- La probabilitat que li toque almenys un premi.

6. QUADRATS EN RECTANGLES

Un rectangle quadriculat 2×3 (2 files i 3 columnes) com el de la figura següent conté huit quadrats (sis de grandària 1×1 i dos de grandària 2×2).



- Quants quadrats conté un rectangle quadriculat 3×5 ?
- Busca tots els rectangles quadriculats possibles que continguin exactament 25 quadrats.
- Fes el mateix que en l'apartat anterior per a rectangles que continguin 50 quadrats.