

XXXV OLIMPIADA MATEMÀTICA 2025

NIVELL B 3r. i 4t. de Secundària

ATENCIÓ

- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

ATENCIÓN

- ESCRIBE TUS DATOS PERSONALES ÚNICAMENTE EN ESTA HOJA.
- EN EL RESTO DE LAS HOJAS ÚNICAMENTE CONTESTA A LAS PREGUNTAS. CUANTO MÁS EXPLIQUES EL PROCESO DE RESOLUCIÓN, SERÁ MEJOR PARA VALORAR TU RESPUESTA.
- PROCURA QUE LA RESPUESTA A CADA PREGUNTA ESTÉ EN LA MISMA HOJA QUE LA PREGUNTA, YA SEA POR DELANTE O POR DETRÁS.
- NO ARRANQUES NINGUNA HOJA DE ESTE BLOQUE.

COGNOMS / APELLIDOS:

NOM / NOMBRE:

1. ELS UNS I ELS... ZEROS

Anomenem U_n el nombre format per n uns seguits.

Així, $U_3 = 111$ i, per exemple, U_6 serà 111111.

Quan dividim U_{20} entre U_5 obtenim un nombre enter format exclusivament per uns i zeros.

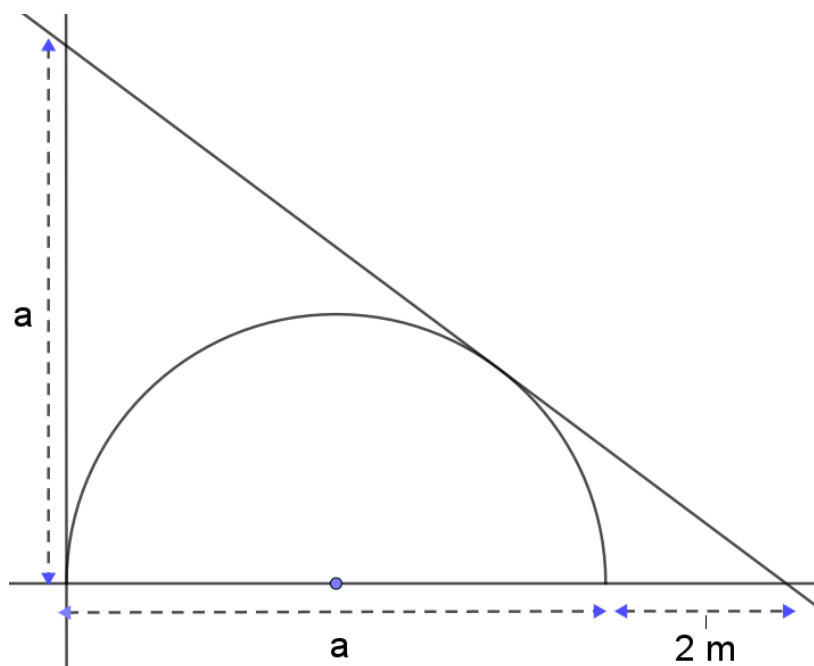
- Quants uns tindrà aquest quocient U_{20} / U_5 ?
- Quants zeros tindrà el quocient?
- Calcula ara els uns i zeros que tindrà el quocient U_{2025} / U_{45}



2. ENIGMA GEOMÈTRIC

De la següent figura només sabem que tenim un semicercle, dues mesures iguals, una recta tangent al semicercle i una mesura de 2 m.

Amb les dades del dibuix, podries calcular quina es l'àrea del triangle que conté al semicercle?



3. UN CODI POSTAL PARTICULAR 46529

Els codis postals a Espanya són nombres de cinc dígit, d'igual manera que en altres països d'Europa com són França, Alemanya o Itàlia, per exemple.

A la província de València tots els codis postals comencen per 46.

a) Calcula quants codis postals diferents es poden formar, que comencen per **46** i tinguen totes les seues xifres diferents.



b) **46529** és el codi postal de la població de Canet d'En Berenguer. Podem jugar amb les seues xifres:

Amb les xifres de 46529 i les operacions bàsiques en matemàtiques, podem aconseguir diferents resultats, com en el següent exemple, amb les xifres escrites de dreta a esquerra:

$$9 \cdot 2 - 5 - 6 - 4 = 3$$

Ara és el teu torn. Amb les operacions que necessites, addició, subtracció, multiplicació, divisió i, si en necessites, parèntesis, fes certes les igualtats següents, com en l'exemple anterior:

$$9 \ 2 \ 5 \ 6 \ 4 = 4$$

$$9 \ 2 \ 5 \ 6 \ 4 = 6$$

$$9 \ 2 \ 5 \ 6 \ 4 = 5$$

$$9 \ 2 \ 5 \ 6 \ 4 = 2$$

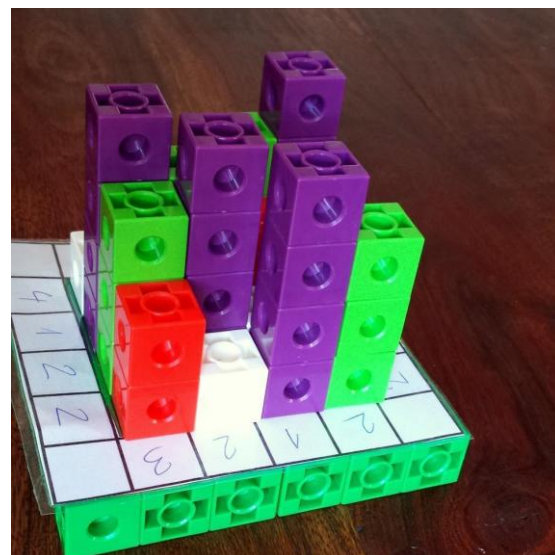
$$9 \ 2 \ 5 \ 6 \ 4 = 9$$



Nota.- No pots canviar les xifres de posició.

4. ELS EDIFICIS

Aquest és el mapa d'una ciutat. Cada casella és un edifici d'una determinada altura, de l'1 al 6, que has de deduir. Els nombres exteriors indiquen quants edificis es veuen en línia recta des d'eixe punt de vista (els més alts tapen als més baixos que hi ha darrere). No pots repetir els nombres en una mateixa fila o columna: cadascuna ha de tindre un edifici de cada alçària. Escriu en cada casella el nombre de plantes que corresponga. La fotografia mostra un exemple.

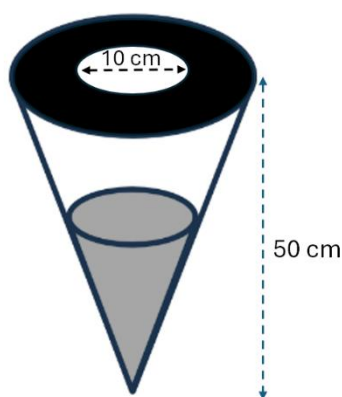


	1	3	4	2	3	2	
1			2				2
3				6	5		3
2	4				1		3
4							1
3							2
2					4		3
	2	3	1	5	2	2	

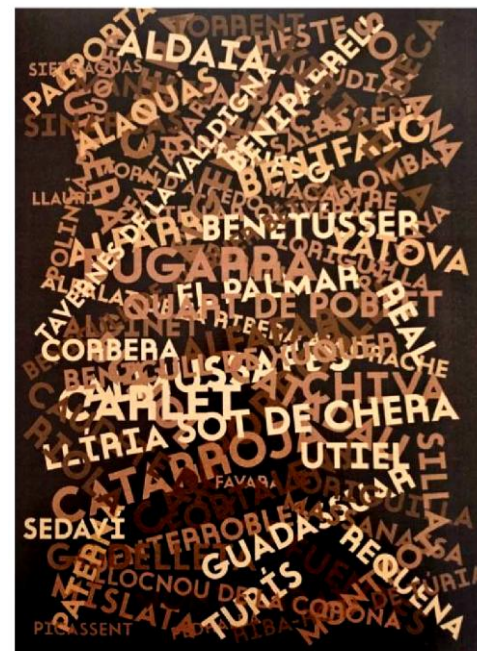
5. EL PLUVIÒMETRE

Un dels problemes dels pluviòmetres normals és que funcionen bé per a quantitats menudes de pluja, però quan plou molt se “saturen” i arriben a un màxim i no poden mesurar més.

Un alumne té una idea per a fer-ho millor i, en lloc de fer un pluviòmetre amb dipòsit cilíndric, fa un pluviòmetre de plàstic transparent amb dipòsit en forma de con invertit, com es veu a la figura.



L'alumne veu que cal posar un forat més menut que la base del con per a regular l'entrada de la pluja.



Ángel Martínez (Alaquàs)

En record i homenatge a totes les víctimes i els afectats per la DANA en octubre de 2024.

Així pensa que podrà mesurar pluges menudes i també molt grans. Si vol que el con del pluviòmetre tinga 50 cm d'altura, i que el forat d'entrada de pluja tinga un diàmetre de 10 cm:

- Quin radi haurà de tenir la base del con, si vol mesurar fins a 400 l/m^2 ?
- A quina altura estaran els nivells de 10, 50, 100, 200 i 300 litres per metre quadrat?

NOTA: Una pluja de 400 l/m^2 ompliria un dipòsit cilíndric de base un metre quadrat, amb aigua fins a 400 mm de altura.

6. JUGANT AMB DIVISORS

Montse i Joana juguen al següent joc:

S'escriu un nombre natural. A continuació, la primera jugadora pren un divisor positiu d'eixe nombre i li'l resta. La següent jugadora fa el mateix amb el resultat de l'última resta (tria un divisor positiu seu i li'l resta). I així successivament.

La persona que obté zero com a resultat de la seua resta, perd.

- Calcula la probabilitat que tindria cada una d'elles de guanyar en el cas que s'escriga el nombre 5 i es trien els divisors a l'atzar, començant Montse a jugar.
- Explica el joc amb el nombre 12, suposant que Montse és la primera que actua i que vol guanyar.
- Explica raonadament quina és l'estratègia per a guanyar el joc.