

XXXVI OLIMPIADA MATEMÀTICA 2026

NIVELL B 3r i 4t de Secundària

ATENCIÓ

- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

AL-KHWARIZMI

COGNOMS:

NOM:

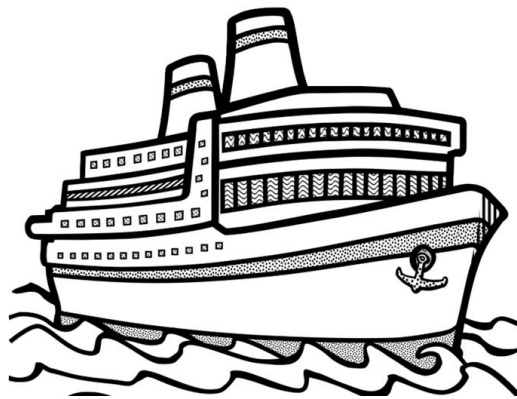
1. DE PORT A PORT

Des de cada un de dos ports molt allunyats ix cada dia de l'any i a les 7 de la vesprada un vaixell cap a l'altre port.

Si el viatge dura 170 hores, quants vaixells que fan la mateixa ruta en l'altre sentit es trobarà cada vaixell?

Suposem que les condicions materials dels vaixells i de la mar son estables i iguals en tot moment.

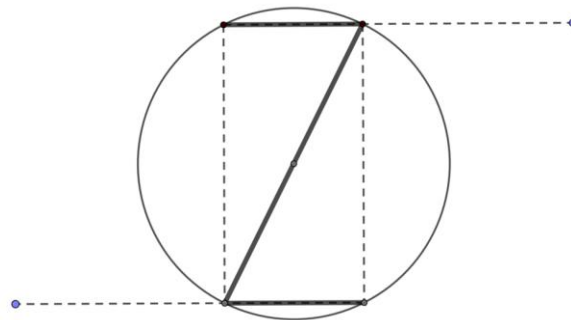
Calcula quants vaixells, que venen en sentit contrari, es troba cada vaixell durant el seu viatge.





2. EL LOGOTIP

Un empresari que té una empresa d'IA aplicada a les matemàtiques contracta un dissenyador famós per a fer el logotip de la seua empresa, el nom de la qual comença per Z. El dissenyador utilitza una circumferència i traça dues cordes iguals i simètriques respecte del centre de la circumferència. Després les uneix amb el diàmetre i li presenta un logotip com el de la figura següent:



L'empresari li fa dues preguntes al dissenyador:

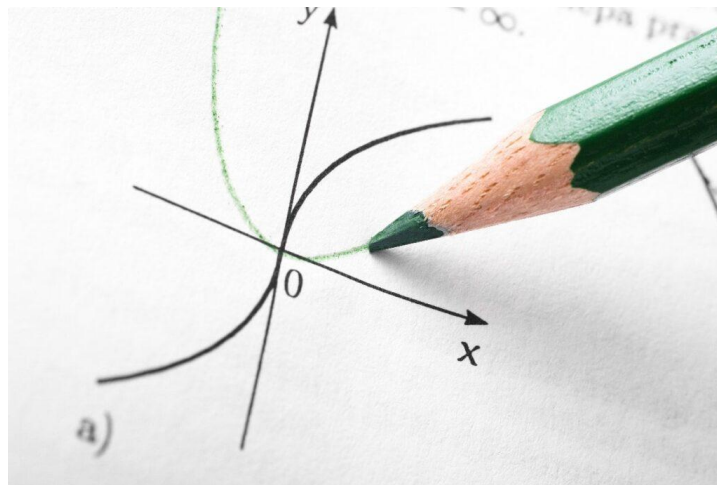
- Observe que la Z del dibuix forma un rectangle a l'interior de la circumferència. **Si la longitud de la corda fora igual a la longitud del radi de la circumferència, calcula el percentatge de l'àrea del cercle que ocuparia el rectangle que conté la Z.**
- Com que no és del 50 %, **calcula quina longitud, en funció del radi, hauria de tindre la corda per tal que la superfície del rectangle fora exactament el 50 % de la del cercle.**

3. LA FUNCIO RARETA

Un parell d'amics que gaudeixen de les *mates* juguen a inventar-se funcions i a endevinar el resultat d'aplicar eixes funcions a alguns nombres.

Maria ha inventat la següent funció: $f(x + y) = (f(x))^2 + (f(y))^2$ i amb la funció li dona a Manel la següent informació: $f(1) = 5$.

- Ajuda Manel a calcular $f(3)$.
- Com que li ha paregut fàcil, Maria repta Manel a calcular $f(1,5)$. Podries ajudar-lo?
- Amb $f(1,5)$ conegut pots calcular també $f(2)$ d'una altra forma. Serà el mateix valor?



4. MASCLETÀ A LA “CATEDRAL DE LA PÓLVORA”

En Falles, a la plaça de l’Ajuntament de València, es dispara la *mascletà*, un espectacle pirotècnic de coets. La ‘senyora pirotècnica’ vol encendre en un determinat moment cinc coets a la vegada i amb dispositius independents, i on cada coet té una probabilitat d’ $1/2$ d’encendre’s de manera correcta.

El dispositiu electrònic de la pirotècnia té un sistema de control que assegura, que si cap dels cinc coets està encès, automàticament s’encén un coet a l’atzar, de manera segura.

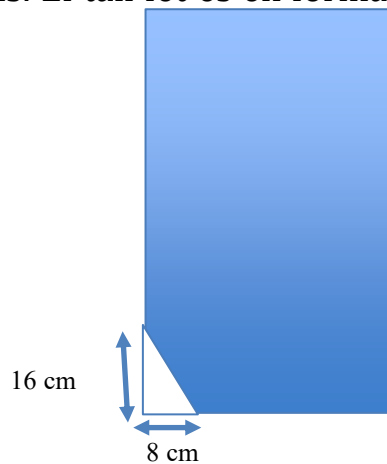


- a) Calcula la probabilitat que quan el pirotècnic mire al cel, estiga exactament un coet encès.
- b) Es més probable que s’encenguen exactament dos coets, o un només?
- c) El pirotècnic li comenta al seu company: “observa, s’ha encès un nombre imparell de coets”. Amb aquesta informació, quina es la probabilitat que només n’estiguera encès un a soles?



5. COM FEM EL TALL?

Jugant a la taula rectangular de vidre, de 92 per 50 cm, al costat del sofà, hem trencat un dels cantons. El tall fet és en forma de triangle, com es mostra a continuació:



Aleshores hem pensat que podem solucionar el problema retallant de forma rectangular el vidre per a aprofitar el màxim de superfície possible.

- Calcula l'àrea de la superfície que quedaria si fem el tall paral·lel al costat menor pel vèrtex del triangle situat en el costat major. I calcula-la també si fem el tall paral·lel al costat major, per l'altre vèrtex agut del triangle.
- Calcula'n l'àrea si fem dos talls paral·lels al costat major i menor pel punt mitjà de la hipotenusa.
- Hi ha una altra opció millor, per a aprofitar més superfície?

6. JUGANT AMB LES MEDIANES

En un grup de 9 persones, es compleix que les seues edats són totes distintes. La mediana de les edats de les 9 persones és 22. A més, la mediana de les edats de les cinc menors és a la mediana de les edats de les set majors com 3 és a 4.

Calcula la mediana de les edats de les cinc menors.