

XXXVI OLIMPIADA MATEMÀTICA 2026

NIVELL B 3r. i 4t. de Secundària

ATENCIÓ

- ESCRIU LES TEUES DADES PERSONALS ÚNICAMENT EN AQUEST FULL.
- EN LA RESTA DE FULLS ÚNICAMENT CONTESTA LES PREGUNTES. COM MÉS EXPLIQUES EL PROCÉS DE RESOLUCIÓ, SERÀ MILLOR PER A VALORAR LA TEUA RESPOSTA.
- PROCURA QUE LA CONTESTACIÓ A CADA PREGUNTA ESTIGA EN EL MATEIX FULL DE LA PREGUNTA, JA SIGA PER DAVANT O PER DARRERE.
- NO ARRANQUES CAP FULL DEL BLOC.

AL-KHWARIZMI

COGNOMS:

NOM:

1. LA FIGURA FAVORITA

Marta, Amparo i Eduardo juguen a un joc d'endevinació. *Marta* elegeix en secret una de les següents figures i parla amb *Amparo* i *Eduardo* per separat.

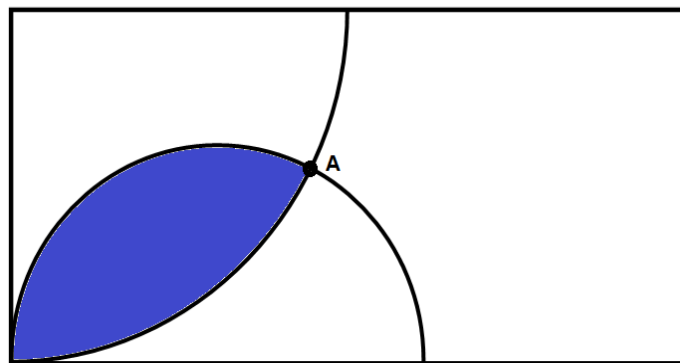


- *Amparo* sap que *Marta* li diu a *Eduardo* la forma.
 - *Eduardo* sap que *Marta* li diu a *Amparo* el color.
- Després d'això:
- *Amparo* diu: "No sé quina és la favorita de *Marta* però estic segura que *Eduardo* tampoc".
 - *Eduardo* diu, a continuació: "Jo no sabia quina era la figura favorita de *Marta* però ara ja ho sé".
 - Finalment *Amparo* diu: "Ara, doncs, jo també sé quina és la figura favorita de *Marta*".

Quina és la figura elegida per *Marta*?
Explica el teu raonament.

2. ÀREA DE LA INTERSECCIÓ

Calcula l'àrea de la superfície ombrejada, delimitada per dos arcs de circumferència, que es troba situada en un rectangle de 6 cm de costat menut i 12 cm de longitud de cadascuna de les diagonals, les quals passen pel punt d'intersecció A. El centres dels arcs estan situats un en un vèrtex del rectangle i l'altre sobre un costat del mateix.



3. ELS NOMBRES BOLÍMPICS

Direm que un nombre enter és *BOLÍMPIC*, si compleix que es pot expressar com la suma de 100 nombres enters consecutius.

Per exemple, el 5050 és un nombre *bolímpic* ja que $5050 = 1 + 2 + \dots + 99 + 100$.

a) Calcula dos *nombres bolímpics* més, un de positiu i un de negatiu, indicant-ne la suma corresponent.



Carl Friedrich Gauss

b) Calcula quants nombres bolímpics hi ha entre -2026 i 2026, ambdós inclosos.

4. EL TORNEIG DE PÀDEL

En un torneig de pàdel es tria rival de la manera següent:

Vint-i-cinc jugadors es disposen en cercle un al costat de l'altre. Tres d'ells són triats a l'atzar, de manera equiprobable, per a anar a enfrontar-se entre ells abans de fer-ho al campió del torneig de l'any anterior.

- a) Calcula la probabilitat que els tres triats siguin veïns en el cercle.
- b) Calcula ara la probabilitat que almenys dos d'ells siguin veïns.

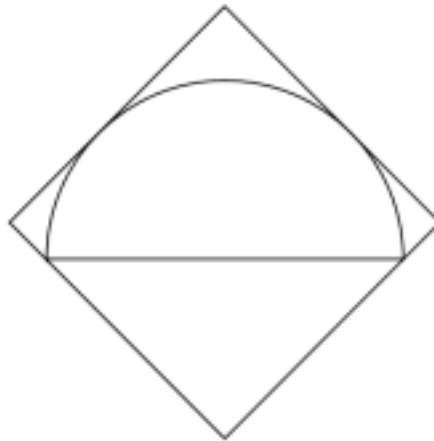


5. MITJA PIZZA

Una pizzeria elabora una estratègia per donar-se visibilitat en el mercat: oferirà un model de pizza gran, de 40 cm de diàmetre a preu especial, però la venda es farà per meitats.

Per a això necessita una caixa adequada, però l'empresa que les subministra no pot fabricar caixes rectangulars i són només quadrades.

Calcula quina serà la mesura mínima del costat de la base de la caixa si la pizzeria continua amb aquesta empresa.



6. UN NÚMERO ESPECIAL

Molts nombres compleixen la següent condició:

“ser divisibles per tots els nombres naturals des de l’1 fins a un número concret excepte per dos d’ells que són consecutius”.

No obstant això, encara que molts d’ells compleixen aquesta condició un d’ells sempre és el menor.



Exemple: busquem quin nombre és el menor que és divisible per tots els nombres naturals de l’1 al 6 excepte per dos d’ells que són consecutius.

Molts nombres compleixen aquesta condició, com per exemple el 18 o el 54, que són divisibles per tots els nombres naturals de l’1 al 6 excepte per dos d’ells consecutius (el 4 i el 5).

Però el menor d’ells és $2 \cdot 3 = 6$

Ja que 6 és divisible per 1, 2, 3, 6 però no ho és per dos d’ells que són consecutius, pel 4 i pel 5

Ara és el teu torn:

a) Sabries calcular quin nombre és el menor divisible per tots els nombres naturals de l’1 al 10 excepte per dos d’ells que són consecutius?

A més has d’escriure quins són eixos nombres consecutius pels quals aquest nombre no és divisible.

b) Ara has de buscar un nombre que siga divisible per tots els nombres naturals de l’1 al 30 excepte per dos d’ells que siguen consecutius.

Quin és el menor nombre que pots escriure?

En eixe cas, quins nombres són eixos dos consecutius pels quals el nombre anterior no és divisible?