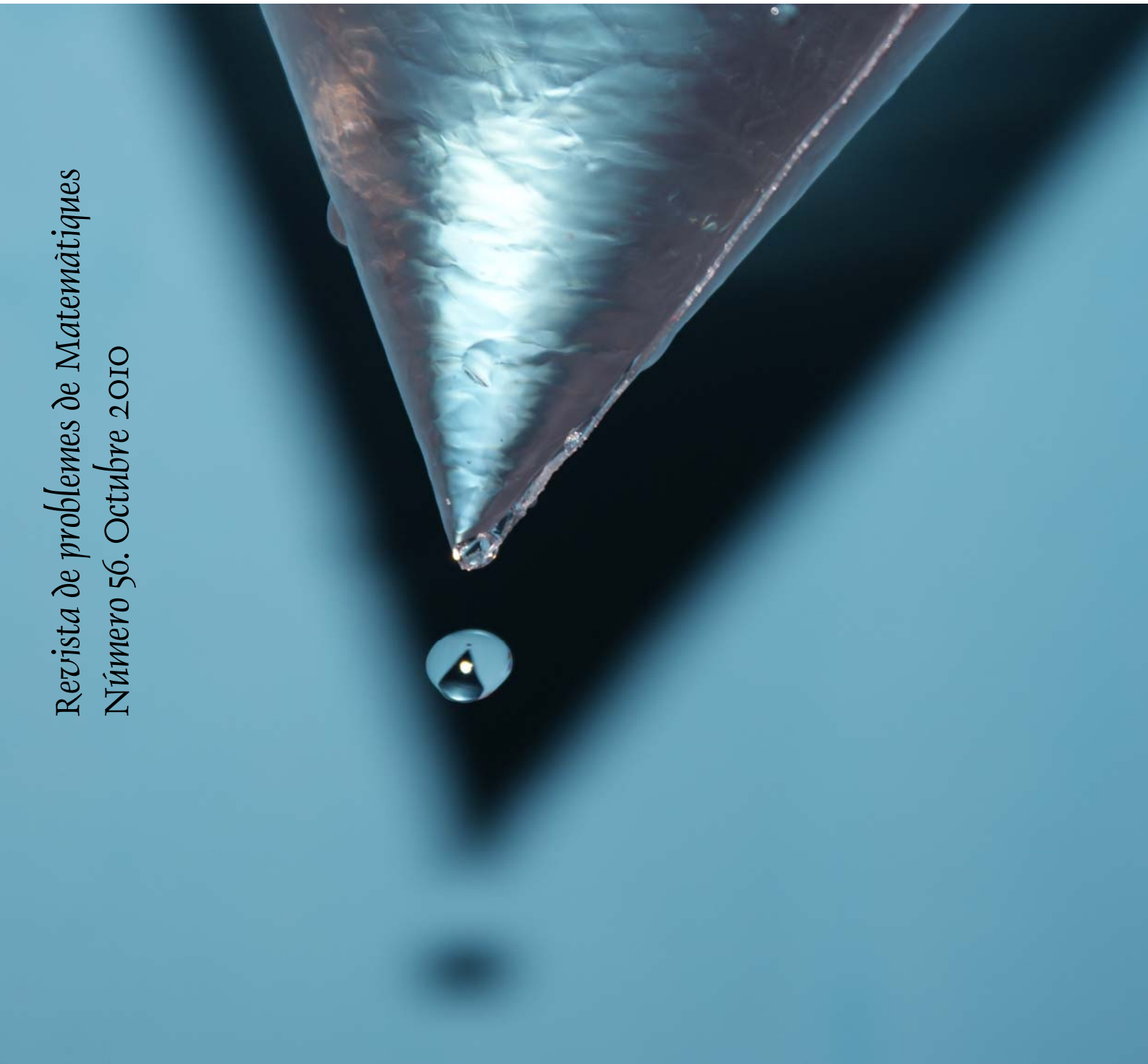
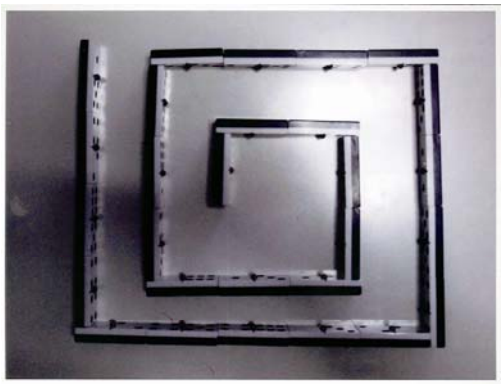
S.
E.
M.
C.
V.
AL-KHWARIZMI

Problemes Olímpics



Revista de problemes de Matemàtiques
Número 56. Octubre 2010

GALERIA DE FOTOS PARTICIPANTS AL XII CONCURS DE FOTOGRAFIA "MATEMÀTICA A LA VISTA"



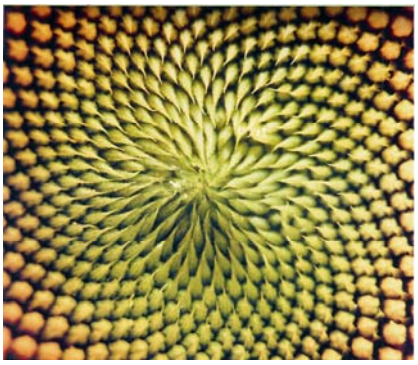
"Laberint de segments".
Lara Sampedro. IES Bocairent (València)



"El infinito (horizonte)". Jorge Cuhna.
Col·legi Paidos (Dènia)



4ert Premi. Apartat 1 "Canasta tangente".
Daniel Foresi. Col·legi Paidos (Dènia)



"Vector direccional". Mª Pilar Martínez Gómez.
IES A. Navarro Santafé (Villena)



"Polígons marítims" Oscar Sancho
IES S. Vicent Ferrer (València)



"Triángulo de tartaglia". Cristina Ivorra.
IES nº 15 La Foia (Elx)



"Simetria circular". Nerea Tomás.
IES Eduardo Merello (Port de Sagunt)



"Escarxopiral". Manuel Requena.
Col·legi Sant Bertomeu (Godella)

Ja estem al número 56 de **PROBLEMES OLÍMPICS** corresponent al mes d'octubre de 2010. El present número porta incloses les activitats proposades en la fase provincial de Castelló i la fase autonòmica, celebrada enguany a Oriola.

La Fase Nacional de l'Olimpíada Matemàtica es va celebrar el passat mes de juny, i allí acudiren els nostres representants, guanyadors del nivell A (primer cicle d'ESO) de la nostra Fase Autonòmica acompanyats pel professor Francisco Fernández-Arévalo: Damià Torres, de l'IES de Guadassuar, Pablo Oviedo, de l'IES Cabanyal de València, i Javier Rodríguez, de la secció de l'IES Clot del Moro-Jaume I de Sagunt.

El passat mes de setembre celebràrem a la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de València les Jornades de la nostra Societat, en l'edició número 9. Allí resolguérem el XII Concurs de Fotografia Matemàtica que convoca la nostra societat. Teniu el resultat de la votació a la pàgina 66 de la revista. La portada del present número és la fotografia guanyadora del primer premi de l'apartat 1, l'autora de la qual és Míriam Arabí. En els propers números anirem publicant les següents fotografies guanyadores.

Entre altres activitats desenvolupades a les IX Jornades, la Societat va editar l'exposició "Un passeig per l'infinit" que podeu demanar en préstec per mostra-la al vostre Centre. Sols teniu que sol·licitar-la a través del formulari de la nostra pàgina web.

PROBLEMES OLÍMPICS
Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana, "Al-Khwarizmi"
Apartat 22.045
46071-València

Director: Tomás Queralt Llopis.
Coordinador de redacció: Mauricio Contreras del Rincón.
Consell de redacció: Sergio Alfonso Espuig, Josep Amorós Tapia, Mª Dolors Arnal Bertomeu, Maria Dolores Delgado Ortega, Victor Ferrando Donet, Marcelino Garcés Moret, Nicasio García Alfaro, María García Monera, Mónica Laparra Ibáñez, Antonio Ledesma López, Encarna López Gómez, Eduardo Llopis Castelló, Miguel Marco Cotaina, Josep Manuel Martínez Canet, Encarnación Moreno Ruiz, Mari Carmen Olivares Iñesta, Ruth Orts García, Juan Miguel Ribera Puchades, Mª Isabel Terraes Bentel.

D.L.: V-3026-2001
ISSN: 1578-1771

Portada: "Gota+Gota=Ola" Autora: Míriam Arabí. IES Gata de Gorgos (Alacant)

Te falta algun exemplar de la revista Problemes Olímpics? Si vols ens la pots demanar i te l'enviem a la teua adreça.

S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

SOL·LICITUD D'ENVIAMENT DE NÚMEROS ANTERIORS DE "PROBLEMES OLÍMPICS"

Nom_____ Cognoms_____

Adreça_____ Telèfon_____

C.P. _____ Població_____ Província_____

Correu-e:_____ Tasca docent (curs, nivell, etc.)_____

Desitge rebre els següents números de la revista "Problemes Olímpics" a la meua adreça:

□ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 Nº 1	(Exhaurit)		
□ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 Nº 2	(Exhaurit)		
□ X Olimpíada Matemàtica 1998-99 Nº 3	(1.2 €)		
□ Problemes Olímpics Nº 1	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 29	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 2	(1.2 €)	□ Problemes Olímpics Nº 30	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 3	(1.2 €)	□ Problemes Olímpics Nº 31	(Exhaurit)
□ Problemes Olímpics Nº 4	(Exahurit)	□ Problemes Olímpics Nº 32	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 5	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 33	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 6	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 34	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 7	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 35	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 8	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 36	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 9	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 37	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 10	(Exhaurit)	□ Problemes Olímpics Nº 38	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 11	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 39	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 12	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 40	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 13	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 41	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 14	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 42	(2.0 €)
□ Problemes Olímpics Nº 15	(2.4 €)	□ Problemes Olímpics Nº 43	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 16	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 44	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 17	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 45	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 18	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 46	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 19	(1.8 €)	□ Problemes Olímpics Nº 47	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 20	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 48	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 21	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 49	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 22	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 50	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 23	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 51	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 24	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 52	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 25	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 53	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 26	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 54	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 27	(2.0 €)	□ Problemes Olímpics Nº 55	(2.5 €)
□ Problemes Olímpics Nº 28	(2.0 €)		

Ens envies aquesta butlleta complimentada a la nostra adreça: Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi", Apartat 22.045, 46071-València, indicant en el sobre "Revista Problemes Olímpics", incloent el justificant d'ingrés del preu total dels exemplars que sol·licites al nostre compte de BANCAIXA: 2077-0347-10-1101056867.

SUMARI

FASE AUTONÒMICA ORIOLA XXI OLIMPIADA..... p. 2

PROBLEMES NIVELL A (PRIMER CICLE ESO)..... p. 2

PROBLEMES NIVELL B (SEGON CICLE ESO)..... p. 9

PROBLEMES NIVELL C (TERCER CICLE PRIMÀRIA)..... p. 15

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ XXI OLIMPIADA..... p. 23

PROBLEMES NIVELL A (PRIMER CICLE ESO).....P. 23

PROBLEMES NIVELL B (SEGON CICLE ESO)..... p. 29

PROBLEMES NIVELL C (TERCER CICLE PRIMÀRIA)..... p. 39

SOLUCIONS FASE PROVINCIAL CASTELLÓ..... p. 46

La selecció de problemes de cada nivell i les solucions ha sigut elaborada per l'equip constituït per: Teresa Bort Martínez, Salvador Caballero Rubio, Juan Cortés Romero, Francisco Cuevas Moles, Rafael Martínez Calafat, José Mira, Amparo Monedero Mira, Javier Palomo Traver, Mª José Peris Cerdá, Patricia Salvador Selma.

S.E.M.C.V. AL-KHWARIZMI

XXI OLIMPÍADA MATEMÁTICA
FASE AUTONÒMICA ORIOLA
5-6 DE JUNY DE 2010

PROBLEMES NIVELL A (Primer Cicle d'E.S.O.)

PROVA INDIVIDUAL

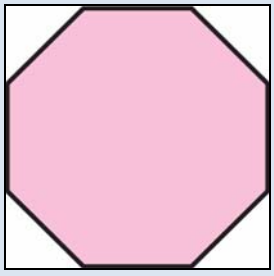
1.- QUATRE GERMANS

Quatre germans tenien 4500 euros entre tots. El tercer d'ells somiava: "Si al primer li donaren 200, al segon li llevaren 200, a mi em doblaren el que tinc i al quart se'l reduïren a la mitat, tots tindríem al final el mateix". Quant tenia cada germà al principi?



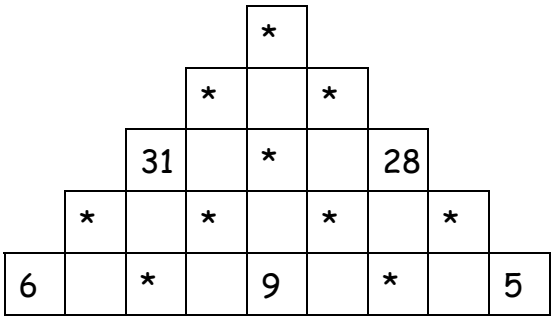
2.- HUIT COSTATS

Observa el següent procediment per a construir un octògon. Dibuixa un quadrat qualsevol i dividix en tres parts iguals cada un dels seus quatre costats. Unix cada dos punts de divisió consecutius. Hauràs obtingut un octògon. Creus que és regular? Com hauria d'haver-se efectuat la divisió dels costats del quadrat per a obtindre un octògon regular?



3.- PIRÀMIDE NUMÈRICA

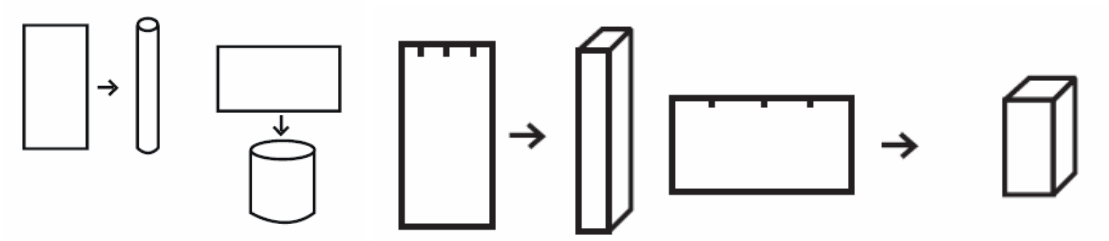
Una piràmide numèrica s'obté col·locant números en la base i col·locant la suma de dos d'ells consecutius en la fila superior, al mig dels anteriors. Substituïx els asteriscos per números per a completar la piràmide numèrica de la figura



4.- FENT RODAR UN PAPER

Pren dos fulls de paper iguals. Amb ells pots construir dos cilindres diferents, com pots veure al dibuix, un mes prim i l'altre mes curt.

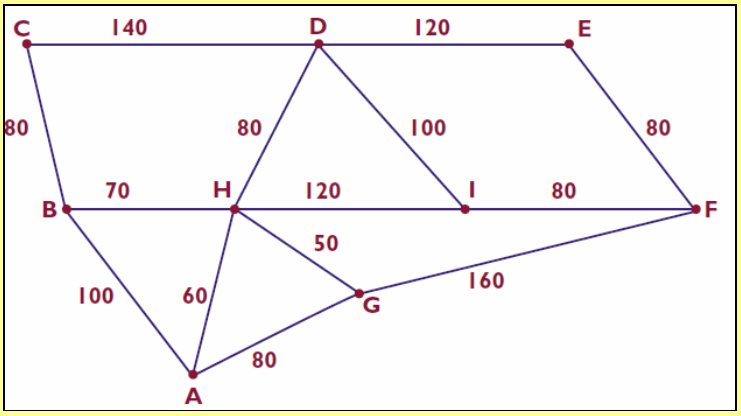
a) Quin dels dos tindrà major capacitat?
b) Si els deixem caure per un pla inclinat, quin rodarà més apressa?
c) També podies fer dos prismes amb altres dos fulls iguals. Quin dels quatre cossos te major capacitat?



5.- AGRANANT EL PARC

L'esquema correspon als camins d'un parc. Cada punt es un indret interessant, cada línia es un camí i els nombres son les longituds donades en metres. El jardiner de l'ajuntament, que comença la tasca d'agranar tots els camins diàriament a partir del punt H on es guarda la màquina d'agranar, es planteja si serà possible recórrer tots els camins sense passar dues vegades pel mateix camí. Pots ajudar-lo?

Intenta determinar quin es el recorregut òptim (de menor distància) que permet eixir des de H, netejar tots els camins i tornar de nou a H.

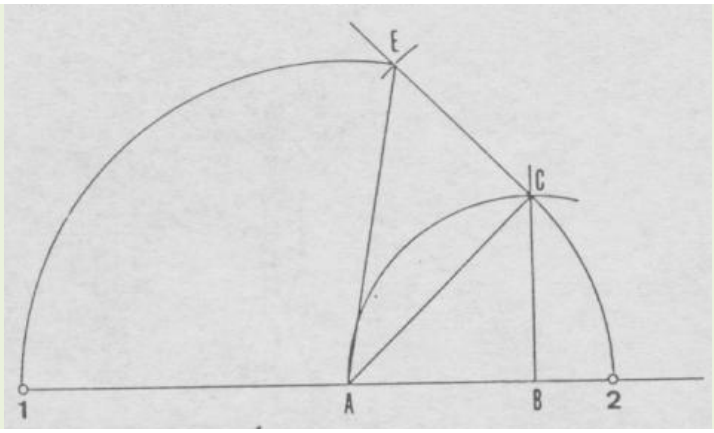


5.- UNA APROXIMACIÓ

Observa la següent forma d'aproximar la longitud d'una circumferència

1. Sobre una línia recta qualsevol portem el segment AB de longitud r (radi de la circumferència a rectificar)
2. Per B tracem una perpendicular a la recta anterior i sobre ella determinem C de manera que BC = AB
3. Per C tracem una perpendicular a la recta AC i sobre ella determinem E de manera que CE = AB
4. Amb centre en A i radis AE i AC tracem dos arcs de circumferència que tallen en 1 i 2 a la recta AB

El segment 1-2 és aproximadament la mitat de la longitud d'una circumferència de radi AB. Amb quanta aproximació?
(el valor de π amb deu xifres decimals exactes és π = 3,1415926535 ...)



PROVA DE VELOCITAT

1. – QUATRE XIFRES

ABCD és un nombre de quatre xifres consecutives en orde creixent. DCBA consta de les quatre mateixes xifres en orde retrògrad. Els quatre asteriscos representen les mateixes quatre xifres, però en orde desconegut. Si la suma d'estos nombres és 12300, quins nombres expressen els asteriscos?

	A	B	C	D
	D	C	B	A
+	*	*	*	*
1	2	3	0	0

2. – L'ORATGE ORIOLÀ

Fa molts anys, en una calorosa nit oriolana, va caure a mitjanit un tremend ruixat. És possible que 72 hores després ja tingueren a Orihuela un temps solejat?

3. – MASSA PORTES

Deu portes d'hotel estan numerades d'1 a 10; totes estan tancades. La senyora de la neteja passa per davant i obri totes i cada una de les portes. Llavors passa una segona xica de la neteja per davant de les portes i tanca les retolades amb un número imparell. Després arriba un operari de manteniment i canvia l'estat de cada una de les portes el número de la qual és un múltiple de 3. A continuació, una altra persona canvia l'estat de cada una de les portes el número de la qual és un múltiple de 4, i així successivament fins que una desena persona passa per davant de les portes. Quines portes continuaran tancades quan la desena persona passe per davant? Amb les dades que isquen series capaç de fer una predicció de quantes portes estarien tancades al final, si hi haguera 100 portes?

4. – QÜESTIÓ DE COLORS

Un xic i una xica estan assentats en les escales de la seua escola.

"Jo sóc un xic", diu la persona morena.

"Jo sóc una xica", diu la persona pèl-roja

Si almenys un dels parlants ha mentit, qui és pèl-roig i qui és moreno?

5. – LES ESCALES

En un edifici de 6 plantes (sense comptar la planta baixa), les escales que van d'un pis a un altre són totes de la mateixa longitud. Quantes vegades més cal pujar per a anar des de la primera fins a la sexta planta, que per a anar des de la primera fins a la tercera.

Sabent que Y = 12 cm, podries calcular el volum de la dita caixa?.

6. – AMB FURGADENTS 1

Amb 3 i 4 furgadents (no és trenquen, no és munten) només és pot fer un triangle. digueu quants triangles diferents és pot fer amb 5, 6 i 7 furgadents

7. – AMB FURGADENTS 2

Tenim 12 furgadents. Amb 8 d'ells, construïu un quadrat de dos furgadents de costat. Amb els altres quatre, dividiu el quadrat en dos parts de la mateixa àrea. Els furgadents no poden trencar-se ni muntar-se.
Feu la construcció amb furgadents i després dibuixeu-la en el paper comentant com has arribat a la solució i si té alguna característica especial

PROVA DE CAMP

1.– EL FONS DE LA FONT

Si mires el fons d'esta font, veuràs que està format per taulells quadrats,

a) Pots fer un càlcul/estimació de la quantitat de taulells senceres que hi ha en el seu interior i també de la quantitat de trossos de taulell utilitzat en el contorn?

b) Dóna les mesures que cregues importants conéixer de la font (radi, superfície d'aigua, quantitat d'aigua…)

Dóna explicacions de les observacions (i també de les suposicions) que faces així com dels càlculs.



2.– LA FONT DE COLORS

Atenció, per a realitzar esta prova no es pot xafar en la zona interior, les mesures i les estimacions han de fer-se des de l'exterior de la zona plantada de gespa.

a) Descriviu la font matemàticament.

b) Calculeu el volum de la pedra utilitzada per a estos tres lòbuls del centre de la font.

c) Calculeu la proporció que hi ha entre la superfície que ocupa la font i la superfície que la delimita.



3.– LA PORTA DE L'ESGLÉSIA

Heu de prestar atenció a la fatxada i a la porta de l'església de la fotografia.

a) Feu una descripció de les figures i propietats geomètriques més cridaneres.

b) La porta té una col·lecció de reblades metàl·liques que es repetixen als dos costats. Si ens cenyim als que mostra la fotografia, quants triangles pots dibuixar que tinguen els seus vèrtexs sobre la trama de punts de la imatge de la dreta?

(No cal que es dibuixen tots els triangles sinó que digueu quants i, sobretot, que expliqueu la forma d'aconseguir la solució)





4.– TRIANGLES EN LA PLAÇA

Observeu els dos 'triangles' que es poden localitzar en la plaça.

a) Doneu idees sobre la seua funcionalitat, per a què són útils.
b) Descriviu-los matemàticament
c) Doneu les instruccions per escrit per a dissenyar estos triangles.
d) Realitzeu un esbós de la construcció que es faria amb regle i compàs.





5.– MOSAIC

Observa el mosaic de taulellets dissenyat per a la part inferior del balcó. Quins elements de simetria té el taulell que s'ha utilitzat?

Dissenya taulells quadrats amb altres elements de simetria distints. Com més, millor però una sola de cada tipus de simetria. Per exemple, no cal que dibuixes una amb un únic eix de simetria que vaja a dos vèrtexs oposats perquè és la del balcó.

Recorda que a més de la simetria axial, hi ha un altre tipus de simetria que s'anomena rotacional.







S.E.M.C.V. AL-KHWARIZMI

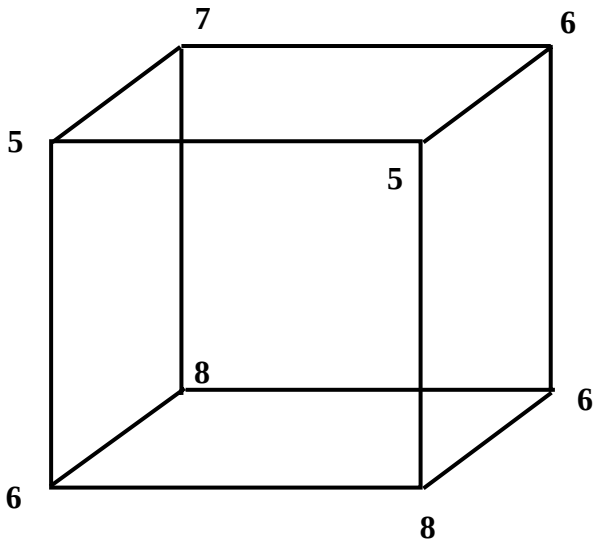
XXI OLIMPÍADA MATEMÁTICA
FASE AUTONÒMICA ORIOLA
5-6 DE JUNY DE 2010

PROBLEMES NIVELL B (Segon Cicle d'E.S.O.)

PROVA INDIVIDUAL

1.- NÚMEROS OCULTS

Hi ha un número amagat en cada vèrtex d'este cub. Els que es veuen són falsos. Cada número fals és la mitjana aritmètica dels tres verdaders més pròxims.
Investiga quins són els números verdaders.
Investiga propietats numèriques que relacionen els verdaders i els falsos



2.- PUNTUACIONS IMPOSSIBLES

En un videojoc guanyes 3 punts per cada pepita d'or que trobes, i 7 punts per cada diamant. Pots aconseguir una puntuació de 37 punts? I de 38 punts? Quines puntuacions són impossibles d'obtindre?

3.- LA CURSA

Dos ciclistes A i B disputen una carrera d'una volta completa a un velòdrom de 500 m. La línia d'eixida és la mateixa per als dos, però corren en sentit contrari.

El ciclista A creua la línia d'arribada quan a B li faltaven 5 m per recórrer. On haurà de situar-se la línia d'eixida per als dos, perquè arriben al mateix temps a la meta?

4.- QUART DE CERCLE

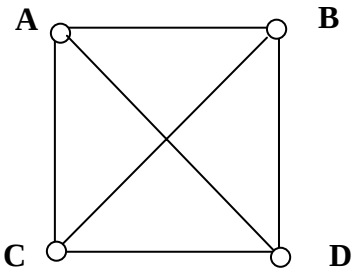
Dividix un cercle en quatre parts concèntriques de la mateixa àrea. Troba la relació entre els radis.

5.- EL RIU TÍBER

Dotze soldats (quatre romans, quatre cartaginesos i quatre grecs) es troben en una vora del riu Tíber i necessiten passar a l'altra vora, per a la qual cosa han d'utilitzar una barca xicoteta en què caben com a màxim tres persones. Si tots els soldats saben remar, quins moviments han d'efectuar per a creuar el riu, tenint en compte que, per raons òbvies, no ha d'existir nombre més gran de romans que de cartaginesos, o de cartaginesos que de grecs, en qualsevol vora o en la barca durant el desplaçament?

6.- QUATRE PUNTS

Dibuixa en el teu quadern quatre punts de manera que a l'unir amb línies dos qualssevol d'ells s'obtinguen només dos grandàries diferents de segments. En la figura tens una de les sis solucions. Tracta d'obtindre les altres cinc. Interessa que expliques, en cada cas, els passos que has donat per a obtindre els quatre punts



PROVA DE VELOCITAT

1. – SUMANT TRES NÚMEROS

a) Sumant tres números naturals i consecutius s'obté 216. Quins números són?
b) Sumant tres números naturals parells i consecutius s'obté 216. Quins números són?
c) Sumant quatre números naturals imparells i consecutius s'obté 216. Quins números són?

2. – LA CAÇA

Un explorador es va trobar amb tres caçadors i els va preguntar què havien caçat. Un dels caçadors li va contestar: "2 elefants, 6 lleons i 1 girafa". Un altre va respondre: "6 elefants, 2 lleons i 1 girafa". Finalment el tercer caçador va dir: "1 elefant, 2 lleons i 1 zebra". "Com pot ser que em digueu tres coses totalment diferents?", va preguntar l'explorador. "Perquè un sempre diu la veritat, l'altre sempre mentix, i un altre alterna una veritat amb una mentida (mai diu veritats o mentides seguides)", va respondre un d'ells. "Llavors ja sé què heu caçat", va afirmar l'explorador. A quina conclusió havia arribat?



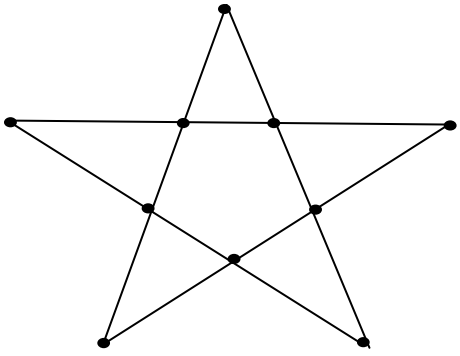
3. – NOMBRE MISTERIÓS

Juan pensa un número i li dóna pistes a María perquè ho endevine. Juan li diu a María: el número que he pensat té 4 xifres i és capicua. La suma de les seues xifres és 16. Si intercanvi les xifres de les unitats amb la de les desenes i, les centenes amb la dels milers, el número continua sent capicua i la suma continua sent 16; però la diferència entre el número i el pensat és 5346. Ajuda a María per a esbrinar el número pensat per Juan

4. – L'ALTURA DEL RECTANGLE.

El dibuix mostra una manera de plantar 10 arbres de manera que hi haja 4 arbres alineats en 5 línies.

Però no és l'única manera de fer-ho. Troba altres formes d'alinear els 10 arbres en 5 línies.



5. – PARADOXA DE L'AEROPLÀ

Un aeroplà vola de la ciutat A a la ciutat B, després torna a A. Quan no hi ha vent, la seua velocitat mitjana a terra (velocitat respecte a la terra) de tot el viatge és de 100 quilòmetres per hora. Suposem que un vent constant bufa en línia recta des de la ciutat A a la ciutat B. De quina manera afectarà este vent la velocitat mitjana a terra de l'aeroplà, suposant que vola en tot moment a la mateixa velocitat de màquina que abans?

El senyor White argumenta: "Això no afectarà en res la velocitat mitjana. El vent augmentarà la velocitat de l'aeroplà durant el seu vol de A a B, però en el viatge de tornada la disminuirà en la mateixa mesura".

"Això sona raonable", assentix el senyor Brown, "però suposem que el vent és de 100 quilòmetres per hora. L'aeroplà volarà de A a B a 200 quilòmetres per hora, però la seua velocitat de retorn serà zero! L'aeroplà no podrà tornar."

Podeu explicar esta aparent paradoxa?

6. – AMB FURGADENTS

Amb 3 i 4 furgadents només es pot fer un triangle. Digues quants triangles diferents es poden fer amb 5, 6 i 7 furgadents



7. – MÉS AMB FURGADENTS

Teniu 12 furgadents. Amb 8 d'ells, construïu un quadrat de dos furgadents de costat. Amb els altres quatre, dividiu el quadrat en dos parts de la mateixa àrea. Els furgadents no poden trencar-se ni muntar-se.
Feu la construcció amb furgadents i després dibuixa-la en el paper comentant com has arribat a la solució i si té alguna característica especial.

PROVA DE CAMP

1.– EL FONS DE LA FONT

Si mires el fons d'esta font, veuràs que està format per taulells quadrats,

a) Pots fer un càlcul/estimació de la quantitat de taulells senceres que hi ha en el seu interior i també de la quantitat de trossos de taulell utilitzat en el contorn?

b) Dóna les mesures que cregues importants conéixer de la font (radi, superfície d'aigua, quantitat d'aigua…)

Dóna explicacions de les observacions (i també de les suposicions) que faces així com dels càlculs.



2.– LA FONT DE COLORS

Atenció, per a realitzar esta prova no es pot xafar en la zona interior, les mesures i les estimacions han de fer-se des de l'exterior de la zona plantada de gespa.

a) Descriviu la font matemàticament.

b) Calculeu el volum de la pedra utilitzada per a estos tres lòbuls del centre de la font.

c) Calculeu la proporció que hi ha entre la superfície que ocupa la font i la superfície que la delimita.



3.– TRIANGLES EN LA PLAÇA

Observeu els dos 'triangles' que es poden localitzar en la plaça.

a) Doneu idees sobre la seua funcionalitat, per a què són útils.
b) Descriviu-los matemàticament
c) Doneu les instruccions per escrit per a dissenyar estos triangles.
d) Realitzeu un esbós de la construcció que es faria amb regle i compàs.





4.– BUIDATGE DE PEDRA

Podem imaginar que antigament la casa era "normal", és a dir, el cantó era realment una cantó i que van buidar la pedra per a formar este xicotet arc. Calcula la quantitat de pedra que van buidar els pedrapiquers per a realitzar-ho suposant que a partir dels peus de l'àguila el que s'ha llevat és una part d'una esfera



5.– MOSAIC

Observa el mosaic de taulellets dissenyat per a la part inferior del balcó. Quins elements de simetria té el taulell que s'ha utilitzat?

Dissenya taulells quadrats amb altres elements de simetria distints. Com més, millor però una sola de cada tipus de simetria. Per exemple, no cal que dibuixes una amb un únic eix de simetria que vaja a dos vèrtexs oposats perquè és la del balcó.

Recorda que a més de la simetria axial, hi ha un altre tipus de simetria que s'anomena rotacional.





S.E.M.C.V. AL-KHWARIZMI

XXI OLIMPÍADA MATEMÁTICA
FASE AUTONÒMICA ORIOLA
5-6 DE JUNY DE 2010

PROBLEMES NIVELL C (Tercer Cicle de Primaria)

PROVA INDIVIDUAL

1.- NOMBRES PERDUTS

Troba tres números de 3 xifres, sabent que no tenen cap xifra igual, que el segon nombre és el doble del primer, i que el tercer nombre és el triple del primer.



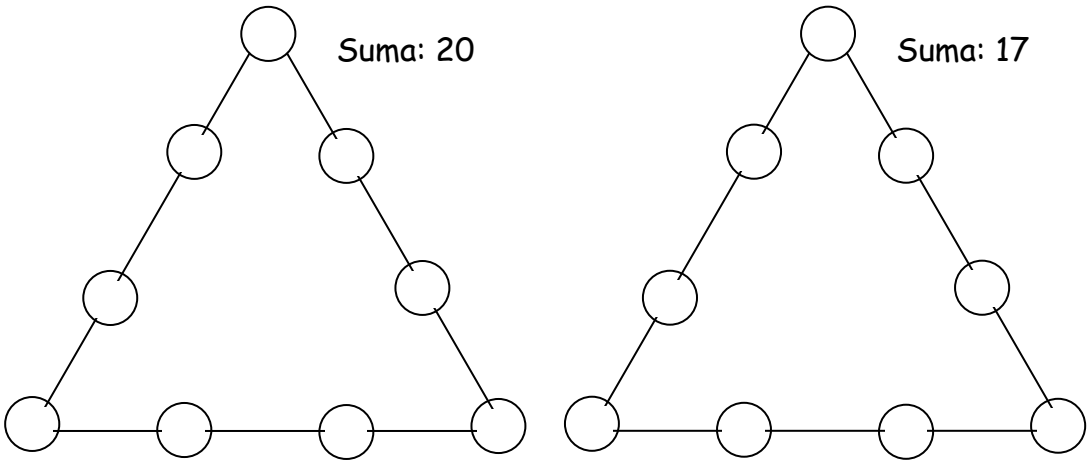
2.- DOS PER UN

Carmen i Jorge han anat junts a comprar-se unes sabates. Han aprofitat una ocasió de 2 x 1. Les sabates que ha triat Carmen anaven marcats amb el preu de 2000 pessetes. Els de Jorge estaven a 3500. Com és costum en estos casos, han hagut de pagar només 3500 pessetes (el preu dels més cars) per emportar-se els dos parells.

El cas és que ara no saben molt ben com determinar la quantitat que li correspon pagar a cada u. Intenta tu establir un procediment que siga el més just possible.

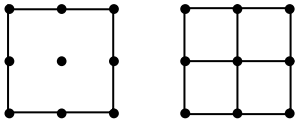
3.– SUMES TRIANGULARS

Col·loca els números de l'1 al 9 en els cercles, perquè la suma dels de cada costat siga 20.
Col·loca'ls perquè la suma 17.
Quina suma màxima es pot aconseguir? I mínima?



4.– LA MATEIXA ÀREA

En una trama de 9 punts s'ha dibuixat un quadrat. Troba totes les formes diferents d'aconseguir 4 zones de la mateixa àrea unint punts de la trama per mitjà de línies rectes, com es mostra en l'exemple.

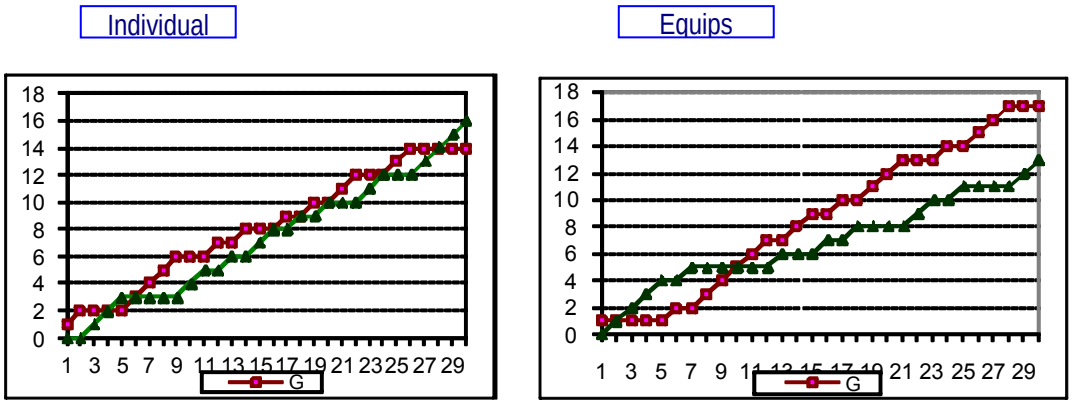


5.– COMPETICIONS

En dos centres, Gaia (G) i Leonardo (L) es fa una competició de resolució de problemes. Cada any hi ha un equip guanyador i un guanyador individual. Per a la classificació per equips s'assignen punts segons el lloc de la carrera fins al 4t classificat segons la taula:

Classificació	1r	2n	3r	4t
Punts	8	5	3	1

Les gràfiques de quin centre ha guanyat cada any la prova individual i la prova per equips i les vegades que ha guanyat, durant els últims 30 anys són:



Per a fer cada gràfica s'ha assignat cada any al centre que guanya 1 i al que perd 0, en cada una de les competicions. L'últim any va guanyar la prova individual un estudiant del Leonardo. Este centre va guanyar també la prova per equips.

Des del primer any cada centre selecciona 3 alumnes per a la competició. Enguany Gaia ha seleccionat Araceli, Basilio i Carlos. Leonardo presentarà a Rafa, Sara, i Tina

a) Digues la quantitat de classificacions possibles en la prova individual

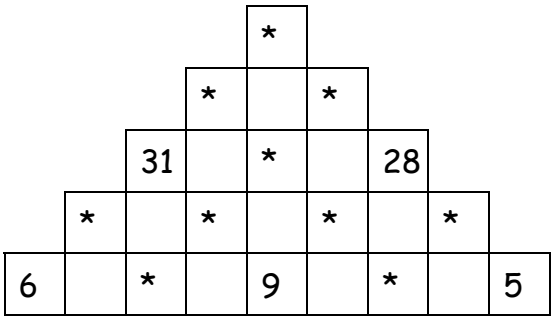
b) Per a la puntuació dels equips només es té en compte de quin equip és cada classificat en cada lloc i no el seu nom. Ara GGGL és una de les classificacions possibles, significant que en la carrera els tres primers classificats són del Gaia i el quart del Leonardo. Digues el nombre de classificacions distintes que es poden produir en la prova per equips.

c) Digues si els dos resultats GGGL i GGLL té les mateixes possibilitats de produir-se.

d) Digues si és certa la frase "la probabilitat que guanye l'equip Gaia amb el resultat GGGL és 1/20"

6.– PIRÀMIDE NUMÈRICA

Una piràmide numèrica s'obté col·locant números en la base i col·locant la suma de dos d'ells consecutius en la fila superior, al mig dels anteriors. Substituïx els asteriscos per números per a completar la piràmide numèrica de la figura.



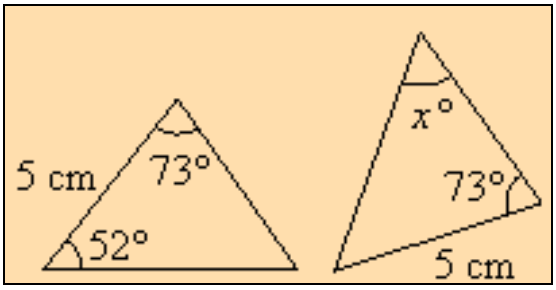
PROVA DE VELOCITAT

1.- LA PREFERÈNCIA DEL BARBER

Quina raó pot tindre un barber valencià per a preferir tallar-li el cabell a dos alacantins abans que a un només castellonenc?

2.- TRIANGLES IGUALS

Estos triangles són iguals. En el gràfic es donen les mesures d'algun dels seus costats i dels seus angles. Quin és el valor de x?



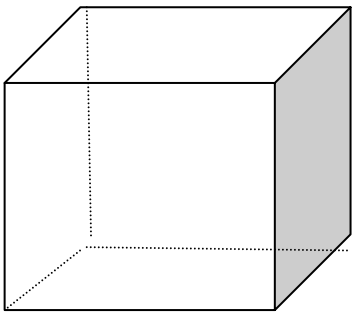
3.- GUANTS DE COLORS

En un calaix tenim 4 parells de guants verds, 5 parells de guants rojos i 3 parells de guants blaus. En la més absoluta foscor. Quants guants haurem de

traure del calaix per a aconseguir agafar un parell de guants (esquerre i dret) d'un dels tres colors?

4.- NOMBRES

Col·loca els números del 0 al 7 en els vèrtexs del cub (un número distint en cada vèrtex), tenint present que la suma dels dos números de cada vèrtex del cub ha de ser un nombre primer.



5.- ELS LLIBRES DE JOAN

"Juan té més de 2000 llibres" va dir Alberto
"D'això res -va replicar Jorge-, té molts menys"
"Bo -va dir Luisa-. Algun tindrà.
Si tan sols una de les tres declaracions és verdadera, Quants llibres té Juan?

6.- CLAVEGUERES

Per què les tapes -i els forats- de les clavegueres, són redones?



7.- PARC D'ATRACCIONS

Manolo, Carmen, Ana i Rosa van passar la vesprada en el parc d'atraccions on van berenar i van pujar a diverses atraccions. En eixe temps es van prestar diners varis vegades els uns als altres, i al despedir-se, van fer comptes per a anar-se a casa sense deutes. Manolo li va demanar prestats 4 euros a Carmen, i 6 a Ana; Ana li va prestar 5 euros a Carmen i li va demanar 6 a Rosa, qui al seu torn va demanar a Manolo que li prestara 2 euros, i Carmen li va demanar 5 euros prestats a Rosa. Com ho van arreglar?

8.- AMB FURGADENTS

Amb 3 i 4 furgadents només es pot fer un triangle. Digueu quants triangles diferents es poden fer amb 5, 6 i 7 furgadents



PROVA DE CAMP

1.– EL FONS DE LA FONT

Si mires el fons d'esta font, veuràs que està format per taulells quadrats,

a) Pots fer un càlcul/estimació de la quantitat de taulells senceres que hi ha en el seu interior i també de la quantitat de trossos de taulell utilitzat en el contorn?

b) Dóna les mesures que cregues importants conéixer de la font (radi, superfície d'aigua, quantitat d'aigua…)

Dóna explicacions de les observacions (i també de les suposicions) que faces així com dels càlculs.



2.– LA FONT DE COLORS

Atenció, per a realitzar esta prova no es pot xafar en la zona interior, les mesures i les estimacions han de fer-se des de l'exterior de la zona plantada de gespa.

a) Descriviu la font matemàticament.

b) Calculeu el volum de la pedra utilitzada per a estos tres lòbuls del centre de la font.

c) Calculeu la proporció que hi ha entre la superfície que ocupa la font i la superfície que la delimita.



3.– ELS BANCS

En el parc hi ha bancs de pedra com els de la fotografia.

Situar-vos davant d'ells i contesteu les preguntes següents:

a) Quants bancs hi ha en el parc com eixe?
b) Com s'anomena eixe cos geomètric? Descriviu-ho el millor que pugueu.
c) Quina és la superfície de cada un d'ells?
d) Quantes persones podrien assentar-se en cada banc?
e) Com estarien assentades?
f) Quants bancs col·locaries més mantenint l'estètica de la plaça?



4.– LA PORTA DE L'ESGLÈSIA

Heu de prestar atenció a la fatxada i a la porta de l'església de la fotografia.

a) Feu una descripció de les figures i propietats geomètriques més cridaneres.

b) La porta té una col·lecció de reblades metàl·liques que es repetixen als dos costats. Si ens cenyim als que mostra la fotografia, quants triangles pots dibuixar que tinguen els seus vèrtexs sobre la trama de punts de la imatge de la dreta?

(No cal que es dibuixen tots els triangles sinó que digueu quants i, sobretot, que expliqueu la forma d'aconseguir la solució)





5.– COMPARANT VOLUMS

Estimeu i calculeu després què té més volum, el paral·lelepípede que suporta la paperera o la mateixa paperera, i quant més



S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

XXI OLIMPÍADA MATEMÁTICA
FASE PROVINCIAL CASTELLÒ
15 DE MAIG DE 2010

PROBLEMES NIVELL A (Primer Cicle d'E.S.O.)

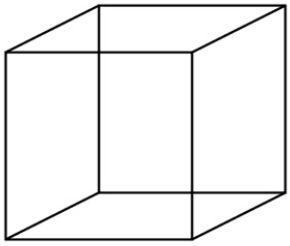
PROVA INDIVIDUAL

1.- PINTANT CUBS

Un cub de dimensions 4x4x4 és format per cubs de mida 1x1x1. Si pintem la superfície exterior del cub gran, quants cubs tindran exactament dues cares pintades, quants una cara i quants tres cares?

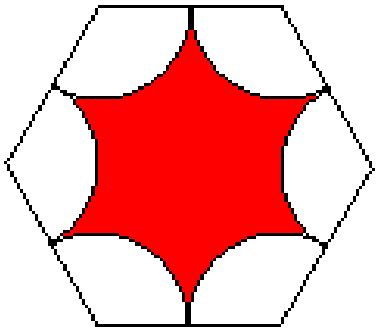
Contesta a les mateixes preguntes si el cub gran té de dimensions 9x9x9.

Generalitza, ara el cub gran té de dimensions nxnxn.



2.- ÀREA OMBREJADA

Amb centre en els vèrtexs de l'hexàgon regular de la figura, es dibuixen sis arcs de circumferències amb el mateix radi, tangents dos a dos. Si el perímetre de l'hexàgon és de 36 unitats, quina és l'àrea de la figura ombrejada ?



3.- AQUARI

Hi ha 200 peixos en un aquari. L'1 % és de color blau i la resta de color groc. Quants peixos de color groc he de traure perquè el 2% dels peixos que queden a l'aquari siga de color blau?

4.- QÜESTIÓ D'EUROS

Josep els dóna a Raúl i a Adrià tants euros com tenen cadascun d'ells. Després Raül els dóna a Josep i a Adrià tants euros com tenen cadascun. Per últim Adrià fa el mateix i dóna a Josep i a Raül tants euros com tenen cadascun. Si al final cada un d'ells té 16 euros, quants euros tenien al principi?

5.- QUATRE NOMBRES

La suma de quatre nombres és 64. Si afegim 3 unitats al primer nombre, li llevem 3 al segon nombre, multipliquem per 3 el tercer, i dividim per 3 el quart, tots els resultats donen el mateix nombre. Quina és la diferència entre el nombre més gran i el més menut dels nombres originals?

PROVA DE RELLEUS

1.- ARITMÈTICA

Si substituïxes les lletres pels nombres adequats, veuràs que totes les columnes i files sumen el mateix:

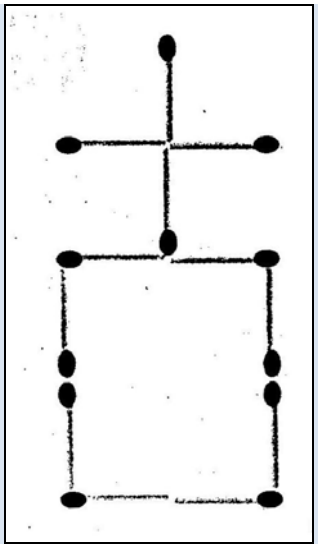
A	**24**	**B**	**20**	**3**
4	**C**	**25**	**D**	**16**
E	**5**	**F**	**21**	**9**
10	**18**	**H**	**14**	**22**
I	**G**	**19**	**2**	**J**

A: Primer nombre cosí de dos xifres
B: El màxim comú divisor (14,21,35)
C: El mínim comú múltiple (6,4,3)

D: El m.c.m (D,3)=24
E: El nombre primer menor que 20, la suma de les seues xifres siga 8.
F: Nombre primer anterior a E
G: Els seus divisors són : 1, 3 i 6.
H: El mcd de dos nombres primers entre si.
I: El nombre primer comprés entre 20 i 25.
J: El mcm (3, 5, 15)

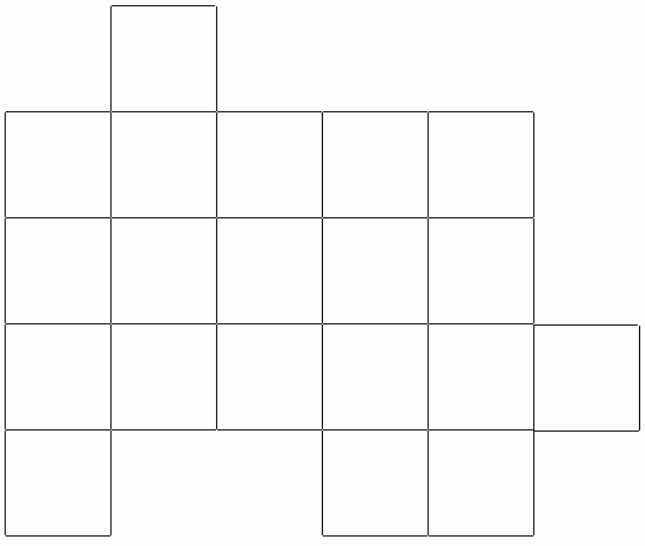
2.- L'ESGLÉSIA EN QUADRATS

Convertix esta església, amb la seua torre, en 3 quadrats iguals, movent només 5 mistos.



3.- TROSSOS IGUALS

Dividix la figura en quatre trossos de la mateixa manera i grandària.



4.- POSA'T A PROVA

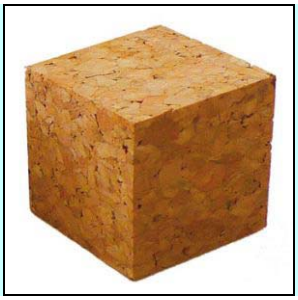
Realitza les següents divisions traient decimals si fóra necessari, després realitza la prova de la divisió i explica-la.

123:56 no tragues decimals
123:56 trau un decimal
123:56 saca dos decimals
123:56 saca tres decimals

Quant valdrà la resta si traiem 5 decimals?

5.- CUBOCTAEDRE

Si tallem els cantons d'un cub pel punt mitjà de les arestes concurrents en un vèrtex, obtenim un poliedre que s'anomena cuboctaedro. Si l'aresta del cub mesura 6 cm, quina serà l'àrea d'esta nova figura?



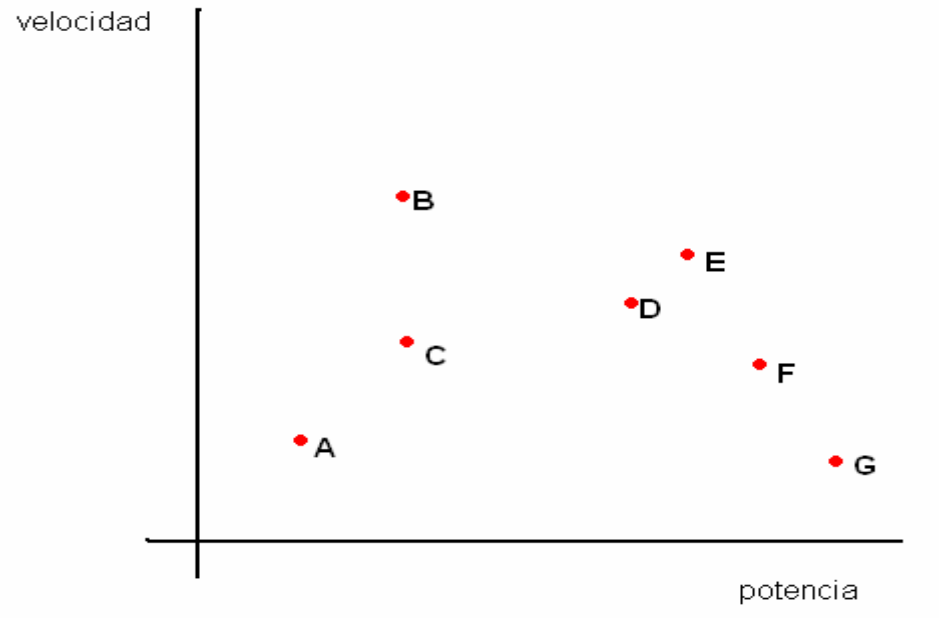
6.- LA FAMILIA

Quants pares i mares tenen entre tots els teus rebesiaios?



7.- PARC AUTOMOBILÍSTIC

Quin punt correspon a cada vehicle?




CAMIÓ


EXCAVADORA


COTXE ACTUAL


TOT TERRENY


MOTOCARRERES


COTXE VELL


COTXE CARRERES

8. - DIBUIXA

Representa en una gràfica:

a. Els diners pagats per la compra de taronges en el mercat.
b. La distància al sòl de la cabina de la sénia, en una fira.
c. La distància al sòl del selló de la bicicleta en una carrera.
d. El nombre de persones que veuen la televisió en cada moment al dia.
e. El nombre de passos donats per una persona al llarg de la seua vida.

9.- TRAU DEL SAC

Una bossa té 100 globus. Hi ha 9 rojos, 12 verds més que rojos i 23 blaus més que verds. Si la resta són blancs, calcula:

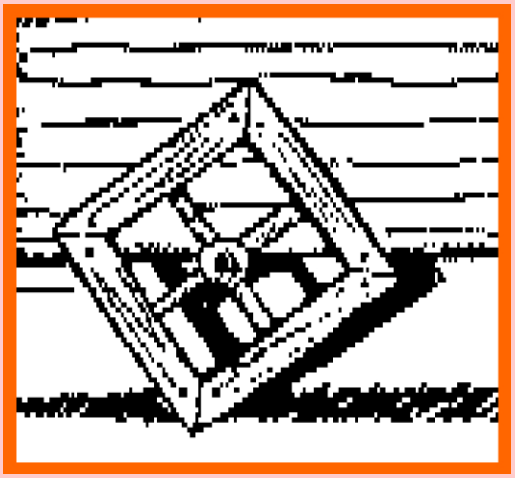
a) Probabilitat d'extraure de la bossa un globus roig.

b) Probabilitat d'extraure de la bossa un globus verd.
c) Probabilitat d'extraure de la bossa un globus blau.
d) Probabilitat d'extraure de la bossa un globus negre.

10. UNA DE RODES

El normal és usar rodes redones veritat? Bueno, perquè suposarem que se'ns ha ocorregut investigar sobre una roda quadrada com la de la figura.
Si la roda comença a pegar voltes, sense lliscar, dibuixa la trajectòria que descriu el punt que ara està en el sòl, fins que torna a estar en el sòl.

Calcula la longitud de la dita trajectòria sabent que la roda té un metre de costat.



PROVA DE CAMP



1.- ARBRES

En la zona que us indicarem podreu veure uns arbres que estan nuats amb cintes. Indica la quantitat de triangles, quadrilàters, pentàgons, ... que hi podeu trobar i classifiqueu-los d'altra forma que no siga pel nombre de costats que tenen.

2.- L'ESCALA

Calculeu l'escala del plànol de l'edifici de Matemàtiques que s'adjunta. Desenvolupeu el procediment utilitzat.

3.- PENDENT

Troba el pendent de la rampa que hi ha entre l'edifici de l'escola i el de Matemàtiques.



4.- VOLUM

Calcula el volum del cilindre i l'esfera que hi ha a l'entrada de l'Escola de Ciència i Tecnologia, quin és major?



S.E.M.C.V. AL-KHWARIZMI

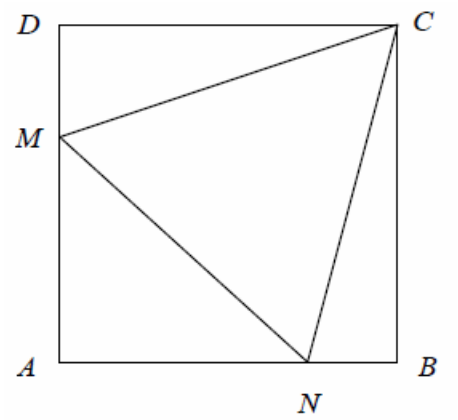
XXI OLIMPÍADA MATEMÁTICA
FASE PROVINCIAL CASTELLÒ
15 DE MAIG DE 2010

PROBLEMES NIVELL B (Segon Cicle d'E.S.O.)

PROVA INDIVIDUAL

1.- TRIANGLE EN UN QUADRAT

En la figura es mostra un quadrat de costat 1. Si el triangle CMN és un triangle equilàter que es traça al interior del quadrat com s'especifica en la figura, quant val l'àrea de l'esmentat triangle?



2.- DE CASTELLÓ A VALÈNCIA

Un tren va de Castelló a València.

- Fa diverses parades i en cadascuna baixen 2 i pugen 5 persones.
- El bitllet és únic per a tots els trajectes i costa 3'9 €.
- Quan arriben a València hi ha 124 passatgers i la recaptació del viatge suma un total de 569'4 €.

Quants passatgers han pujat a Castelló?

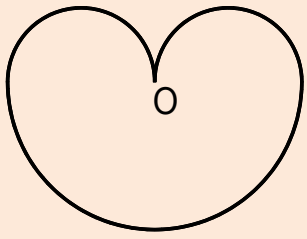
3.- NOMBRE MISTERIÓS

Troba el nombre més menut que verifica que: Si el divideixes per 24 et dóna de residu 9 i si el divideixes per 97 també et dóna de residu 9.

4.- SEMICERCLES

La figura està formada per tres semicercles. Entre les rectes que passen per O:

a. Quantes divideixen el seu perímetre en dues parts iguals?
b. Quantes divideixen la seua àrea en dues parts iguals?



5.- CIÈNCIA - FICCIÓ

En una determinada novel·la de ciència ficció es descriuen personatges que, tot i ser immortals, la seva forma i color varia dia a dia. Aquests personatges són de tres colors: roig, blau i verd. D'ells alguns són de forma esfèrica i d'altres de forma piramidal. Diàriament el 80% dels rojos es converteixen en blaus; el 80% dels blaus es tornen verds i el 80% dels verds, rojos. També varien de forma diàriament: el 40% dels esfèrics passen a ser piramidals i, al seu torn, el 40% dels piramidals es converteixen en esfèrics. Suposeu que un dia qualsevol la distribució de població és como es mostra en la taula següent:

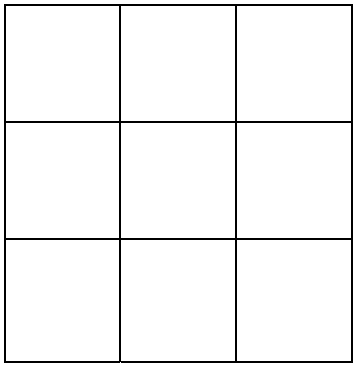
	Rojos	**Blaus**	**Verds**
Esfèrics	6000	5000	3000
Piramidals	9000	10000	4000

Quants personatges blaus esfèrics hi haurà el dia següent? (Cal aclarir que totes les mutacions ocorren de manera homogènia; és a dir, per exemple, el 80% dels rojos esfèrics canviarà de color cada dia i també ho farà el 80% dels rojos piramidals)

PROVA DE RELLEUS

1.- QUADRAT MÀGIC

Construeix un quadrat màgic amb els nou primers nombres pars. (Recorda que en un quadrat màgic les files, les columnes i les diagonals han de sumar el mateix)

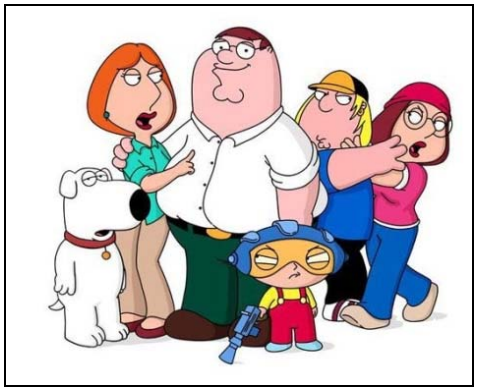


2.- UN PASSEIG CAMPESTRE

Un excursionista ix de sa casa a les quatre,disposat a donar un passeig que inclou un tram pla i l'ascens i el descens a un tossal. En el pla, camina a una velocitat de 4 km per hora. Esta velocitat baixa a 3 km per hora quant va costa amunt i puja a 6 km per hora quant va costa avall. En tornar a casa se n'adona de que són les deu. Quina distància ha recorregut?

3.- FAMILIA NOMBROSA

Tinc tantes germanes com germans, però les meues germanes tenen la meitat de germanes que de germans.
Quants en som?

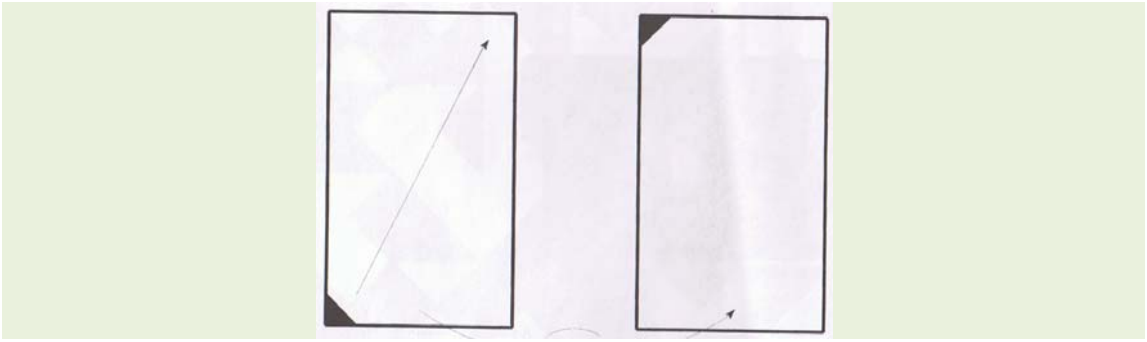


4.- EL RAMADER ENGINYÓS

Hi havia un ramader que sols sabia contar fins a deu i que cuidava un ramat nombrós. Per a saber si estaven totes les ovelles feia el següent: ficava als animals de dos en dos, de tres en tres, de quatre en quatre, de cinc en cinc i de sis en sis: en tot cas, sempre li sobrava una ovella. Les agrupava de set en set i en tots els grups tenia la mateixa quantitat d'ovelles.
Quantes ovelles hi havia en el ramat?

5.- QÜESTIÒ DE PLECS

Agafa mig full i, tal com mostra la figura, pinta de negre un cantó. De la mateixa manera, pinta de negre el cantó diagonalment oposat, per darrere.

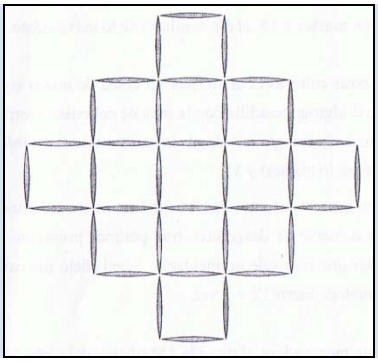


El problema consisteix en plegar quatre voltes la fulla de paper per a aconseguir que els dos cantons marcats es superposen directa i exactament (només pots fer plecs paral·lels o perpendiculars als bordes del paper, no pots plegar en diagonal)

6.- JUGANT AMB BASTONETS

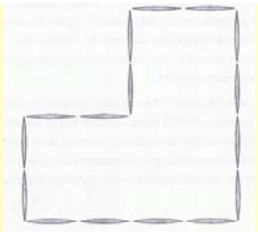
1ª Qüestió

Lleva quatre bastonets i deixa huit quadrats menuts.



2ª Qüestió

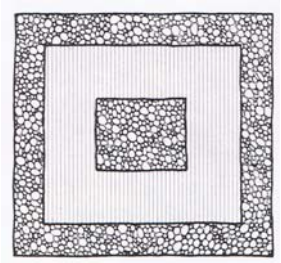
Afegeix huit bastonets per a dividir la figura en quatre peces iguals.



7.- CREUAR EL FOSSAT

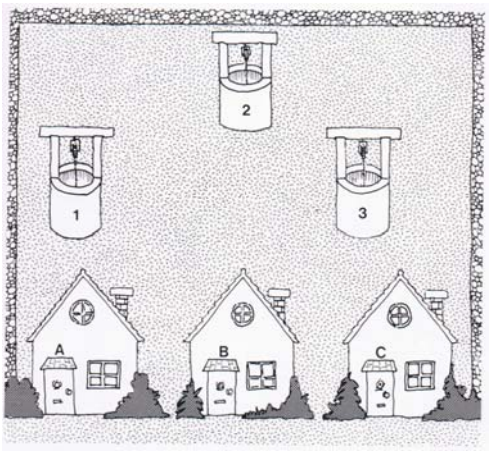
El dibuix representa una plataforma interior rodejada d'un fosso de tres metres d'ample,ple d'aigua.

Es tracta d'arribar a la plataforma sense banyar-se, però només tenim dos taulers de fusta de tres metres cadascun, així que cap d'ells té la llargària suficient com per a recolzar-se en les dos vores. Com farem per a arribar secs a la plataforma interior?



8.- VEINS INSOCIABLES

Tres vivendes que formen un conjunt, es reparteixen la possessió d'un pati comú en el que hi ha tres pous d'aigua. A la casa A li correspon el pou 3, a la casa B el 2 i a la C, el pou 1. Però el veins no es parlen i decideixen construir camins per a arribar als seus pous sense creuar-se entre ells. Com han de construir aquests camins?



9.- LA CAIXA

Amb un full de paper de tamany DIN A4 volem construir una caixa sense tapa que tinga el màxim volum possible, per a tal cosa tallarem uns quadradets als cantons i doblarem les solapes del paper.

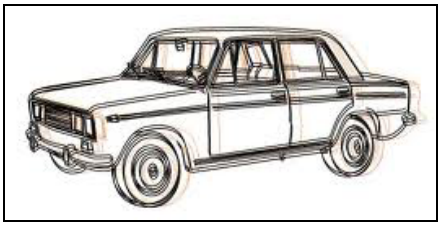
a) Escriu la funció que et dona el volum de la caixa en funció de la mida dels quadradets dels cantons que retalles.
b) Quina mida han de tindre els quadradets dels cantons per a que el volum siga màxim.
c) Construeix la caixa en qüestió amb el material que se te proporciona.

10.- NETEGEM EL COTXE

Un taller de llavat de cotxes ofereix les modalitats de pagament següents:

I) 12 € per fer-se'n soci i 6,5 € per cada llavat.
II) Sense fer-se'n soci, 8€ per cada llavat.
III) Un abonament de 15 llavats a l'any per 96 €.

a) Quant pagaríem en cada modalitat si llaven el cotxe 6, 12 ó 15 vegades a l'any?
b) Representa gràficament en uns eixos les funcions nombre de llavats – preu en cadascuna de les modalitats.
c) En quin cas convé utilitzar cada modalitat?



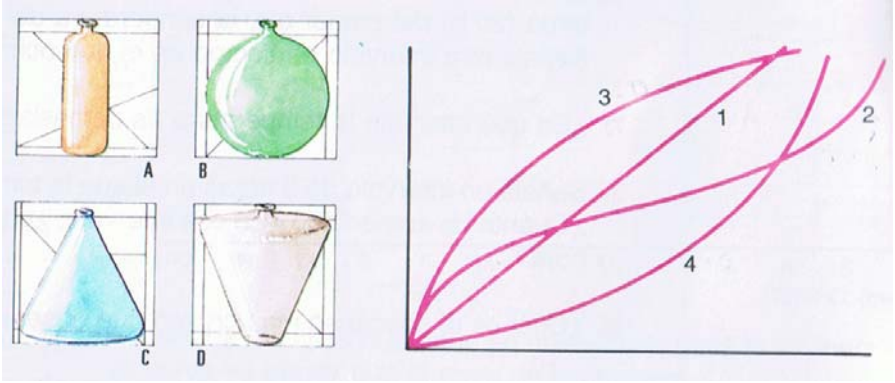
11.- OMPLIM AMPOLLES

Agafem este búcar, buit, i l'anem omplint de sal amb un gotet. Cada volta que fiquem un got de sal mesurem l'altura que alcança en el búcar.

a) Representa en un gràfic l'altura que alcança la sal mentre vas omplint el búcar.

b) Explica la relació que hi ha entre la forma del búcar i la forma de la gràfica.

c) Ací tens els dibuixos de algunes ampolles i les seues gràfiques. Associa cada gràfica amb la seua ampolla.



12.- L'ARMARI DE PAU

En l'armari de Pau totes les camises són blanques menys dos, totes són blaves menys dos i totes són de color rosa menys dos. Quantes camises de cada color té Pau en el seu armari?

13.- L'ENGINY DEL PRÍNCEP PERDUT

Diu la tradició que hi ha dos països anomenats respectivament Sincerio i Falsio. Els habitants del primer sempre diuen la veritat i els del segon sempre conten mentides. Sabedor d'açò, un príncep que s'havia perdut i que desitjava saber en quin dels dos regnes es trobava, es dirigí a un dels habitants del lloc on estava i li feu una pregunta, la resposta de la qual li resolgué el seu dubte.
Quina va ser la pregunta del príncep? Per què amb eixa pregunta ho va aclarir tot?

14.- LÒGICA I LLIBERTAD

El director d'un centre penitenciari vol alliberar a un pres per bona conducta però com que hi ha tres reclusos que ho mereixen, decideix deixar lliure al primer d'ells que resolga un problema de lògica.

El director mostra als reclusos cinc daus: tres blancs i dos negres; a continuació els tapa els ulls i els fica a cadascun d'ells un dels daus al cap. Després els situa de manera que cada pres puga veure els altres dos i els destapa els ulls esperant que algun endevine de quin color és el dau que du al cap. Després d'un parell de minuts un dels presos ho endevina.
De quin color és el seu dau i com ho ha sabut?



PROVA DE CAMP

1.- SÒLIDS PLATÒNICS

A la part sud de l'edifici de Matemàtiques estan construïts els cinc sòlids platònics. Indiqueu el nom i les característiques de cadascun d'ells. Calculeu les respectives àrees laterals (Incloeu els càlculs realitzats).



2.- ALTURA

Estimeu l'altura de la Biblioteca. Justifiqueu el mètode utilitzat. Pots indicar altres dos mètodes per fer el mateix?



3.- SEIENT

Els seients de l'àgora són especials. Calcula el volum de formigó que es va necessitar per tal de construir cada un d'ells. Indica els càlculs realitzats.



4.- BUS ECOLÒGIC

Per què creus que s'anomena bus ecològic?
Estima la longitud del recorregut que realitza dins del campus de la UJI. Quant de temps li costa des de que entra en la UJI fins el final de parada? Podries justificar aquest temps?



S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

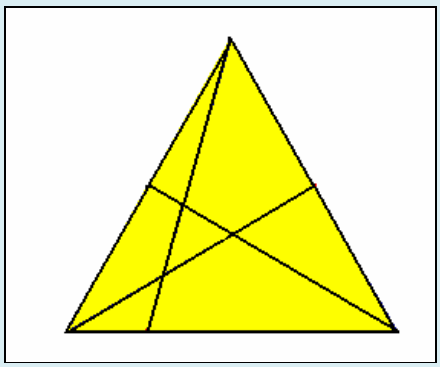
XXI OLIMPÍADA MATEMÁTICA
FASE PROVINCIAL CASTELLÒ
15 DE MAIG DE 2010

PROBLEMES NIVELL C (Tercer Cicle de Primària)

PROVA INDIVIDUAL

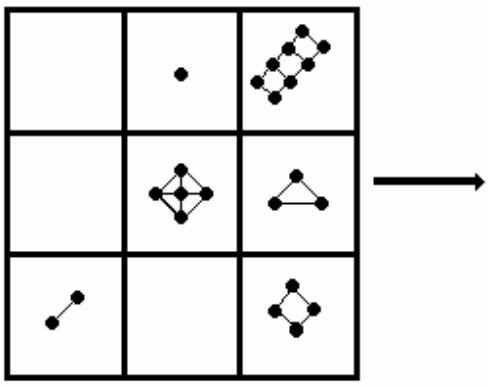
1.- QUANTS N'HI HA?

Quants triangles observes en la figura?



2.- QUADRES

Observa aquestes dues figures i, fixant-te en l'estructura i les propietats dels punts de l'esquerra i la dels nombres de la dreta, completa els quadres buits. Explica també quina propietat compleixen els nombres de les caselles d'ambdues figures.



	2	256
	32	8
4		16

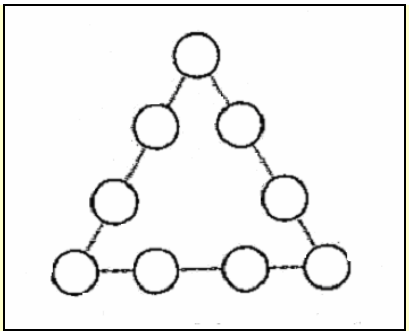
3.- UNA GALLINA, QUATRE GALLINES...

Una gallina posa dos ous cada tres dies. Quants dies es necessitaran perquè quatre gallines posen dos dotzenes d'ous?



4.- SUMEM

Col·loca els nou primers nombres naturals, exceptuant el zero, en cadascun dels cercles de la figura de manera que, la suma dels quatre nombres de cada costat del triangle, siga sempre la mateixa.



5.- EDAT

A un aficionat a les endevinalles li van preguntar quina era la seva edat. La resposta, com era d'esperar, va ser una endevinalla:

> "*Si multipliques per tres l'edat que tindré d'ací a tres anys i li lleves el triple de l'edat que tenia fa tres anys obtindràs la meva edat*".

Quina és la seva edat?



PROVA DE RELLEUS

1.- NOMBRES 1

Amb 6 boles de billar, numerades de l'1 al 6, serà possible construir un triangle invertit, utilitzant totes les boles, de tal manera que el valor de les boles inferiors siga la diferència (en el sentit que es puga) de les dues superiors ?

O O O
O O
O

2.- NOMBRES 2

Encara que el transatlàntic estava atracat al pont, la senyora Fernández es trobava tan marejada que no es va atrevir a eixir del seu camarot.

Al migdia, l'ull de bou situat al costat de la seva llitera es trobava exactament a 7 metres a sobre el nivell de l'aigua. En aquest instant, la marea pujava a raó d'1 metre per hora.

Suposant que la velocitat amb la qual puja la marea es duplique cada hora, quant li costarà a l'aigua en cobrir l'ull de bou?



3.- INGENI

Situem-nos en una illa menuda, de vegetació abundant, la qual està envoltada de taurons.
Si un costat de l'illa es comença a cremar, i el vent està a favor del foc, com farem per salvar-nos d'aquest infern?

4.- NOMBRES 3

Posa un dígit en cada casella de manera que el nombre de la primera casella indique la quantitat de zeros del total de caselles, el de la segona la quantitat d'uns, el tercer la quantitat de dosos ,..., i el desè la quantitat de nous.

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

5.- MAGNITUD I MESURA 1

Els ex-barquers del Vólgota es reuneixen periòdicament per remar.
Això passa més d'una vegada per any i sempre en un dia 31. En dir "periòdicament", volem dir que entre una reunió i una altra sempre transcorre la mateixa quantitat de mesos. Quan tornaran a reunir-se, sabent que s'han reunit per última vegada el 31 de gener del 2009?

Gener

L	M	X	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Febrer

L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

Març

L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Abril

L	M	X	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

Maig

L	M	X	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Juny

L	M	X	J	V	S	D
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Juliol

L	M	X	J	V	S	D
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

Agost

L	M	X	J	V	S	D
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Setembre

L	M	X	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Octubre

L	M	X	J	V	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Novembre

L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

Desembre

L	M	X	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

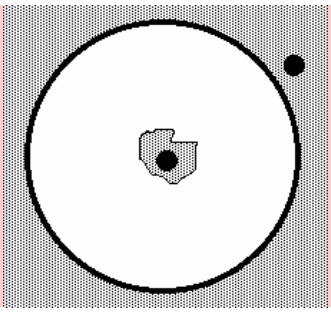
6.- MAGNITUD I MESURA 2

Tinc una moneda de curs legal a la mà. Si dividisc el seu valor per la meitat, el valor de la moneda seria doble. Què moneda és?



7.- GEOMETRIA 1

La figura adjunta mostra una llacuna circular de 300 metres de diàmetre, amb un illot al centre.



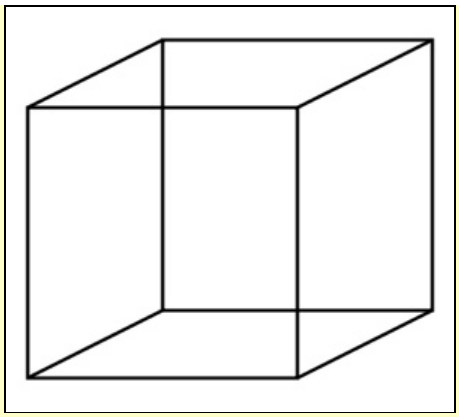
Els dos punts negres són arbres.
Una persona, que no sap nedar, heu d'arribar a l'illot, disposa d'una forta corda de més de 300 metres de llarg.
Com pot arreglar?

8.- GEOMETRIA 2

Es vol construir l'esquelet d'un cub de filferro rígid de 10 cm de costat (és a dir les arestes), utilitzant varetes de 10 cm de costat, 12 en total, que haurien de soldar-se de tres en tres en els vuit vèrtexs del cub.

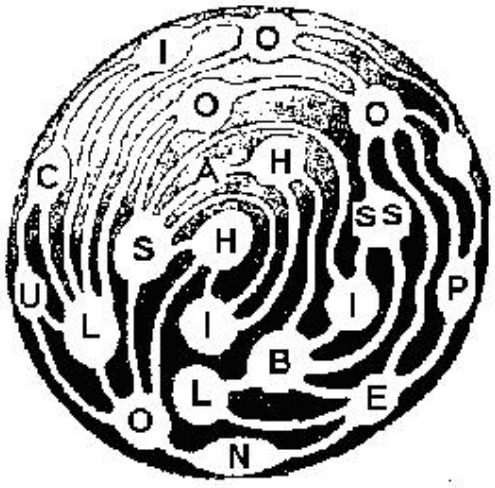
Un amic ens suggereix: «Per què no rebaixar el nombre de punts de soldadura, usant un o més filferros llargs, convenientment doblegats en angle recte per tal de crear els vèrtexs?».

Si féssim cas del nostre amic, quin seria el mínim nombre de vèrtexs on caldria soldar per construir un cub rígid?



9.- ESTADÍSTICA 1

Us presentem el mapa de les ciutats i canals descoberts del Marte.



Si comencem per la ciutat marcada amb una N, al polo Sud, cal trobar una oració completa recorrent totes les ciutats, visitant-les només una vegada i retornant al punt de partida.

Quan aquesta endevinalla va aparéixer a una revista per primera vegada, més de 50.000 lectors van contestar tot dient: «No hi ha solució possible». Però, és una endevinalla molt simple.

10.- ESTADÍSTICA 2

Tres germans van rebre 21 ampolles iguals d'una partida de vi, de les quals 7 estaven plenes, altres 7 per la meitat i les 7 que hi quedaven, buides.
¿Com repartir les 21 ampolles de manera que cada un obtinga el mateix nombre d'ampolles i la mateixa quantitat de vi sense destapar les ampolles?

PROVA DE CAMP

1.- MATRÍCULES

Entre els cotxes que vegeu estacionats, trieu 10 matrícules i apunteu-les en un paper. Considereu la part numèrica de cada matrícula.

a. Si multipliquem aquestos 10 nombres, quina és la xifra de les unitats del resultat?

b. Trieu 3 entre aquestos nombres, de tal manera, que la seva suma s'aproxime a 10 000 tant com siga possible.

c. Justifiqueu si algun dels teus números és primer.

d. Amb les 4 xifres d'una de les matrícules, opereu fins apropar-se a 127 tant com es puga.

2.- ÀGORA

Vos trobeu a l'àgora de la UJI. Indica els diferents mosaics que hi ha, quines són les seves dimensions? I la seva àrea? Classifiqueu-los.



3.- ESTANY

Mireu l'estany que hi ha. Quina quantitat d'aigua hi ha? Quina creeu que és l'altura del raig d'aigua?



4.- CAVALLS

Troba tots els cavalls que hi ha al jardí de la UJI, quants hi ha? Fes un gràfic atenent al seu color.

SOLUCIONS FASE PROVINCIAL CASTELLÒ

PROBLEMES NIVELL A (Primer Cicle d'E.S.O.)

PROVA INDIVIDUAL

1.- PINTANT CUBS

1) CUB DE 4 x 4 x4
   Amb una cara pintada (4 per cada cara) : $4 \cdot 6 = 24$
   Amb dues cares pintades (2 per cada aresta) : $2 \cdot 12 = 24$
   Amb tres cares pintades (Els 8 vèrtexs)) : 8

2) CUB DE 9 x 9 x 9
   Amb una cara pintada (7 x 7 per cada cara) : $49 \cdot 6 = 294$
   Amb dues cares pintades (7 per cada aresta) : $7 \cdot 12 = 84$
   Amb tres cares pintades (Els 8 vèrtexs)) : 8

3) CUB DE n x n x n

Amb una cara pintada ((n - 2)·(n - 2) per cada cara) : 6 $(n - 2)^2$

Amb dues cares pintades (n - 2 per cada aresta) : 12 (n - 2)

Amb tres cares pintades (Els 8 vèrtexs)) : 8

2.- ÀREA OMBREJADA

Àrea dels sectors circulars = $2 \cdot \pi \cdot 3^2 = 18\ \pi$ u^2

Apotema de l'hexàgon = $\sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27}$ u

Àrea de l'hexàgon = $\frac{36 \cdot \sqrt{17}}{2} = 18\ \sqrt{27}$ u^2

Àrea ombrejada = $18\ \sqrt{17} - 18\ \pi = 18\ (\sqrt{27} - \pi)$ u^2

3.- AQUARI

INICIALMENT Peixos blaus = 1 % de 200 = 2
Peixos grocs = 198

FINALMENT Peixos blaus = 2
Peixos grocs = 198 – x
Total peixos = 200 – x

$\frac{2}{200-x} = \frac{2}{100}$ → x = 100 peixos grocs

4.- QÜESTIÓ D'EUROS

t	Josep	Raül	Adrià
4	16	16	16
3	8	8	32
2	4	28	16
1	26	14	8

Josep 26
Raül 14
Adrià 8 euros

5.- QUATRE NOMBRES

$a + 3 = b - 3 = 3c = d/3 = k$

$k = a + 3$ $k = b - 3$ $k = 3c$ $k = d/3$

$a = k - 3$ $b = k + 3$ $c = k/3$ $d = 3k$

$k - 3 + k + 3 + 3k + k/3 = 64$

$5k + k/3 = 64$ $16k/3 = 64$ $k = 12$

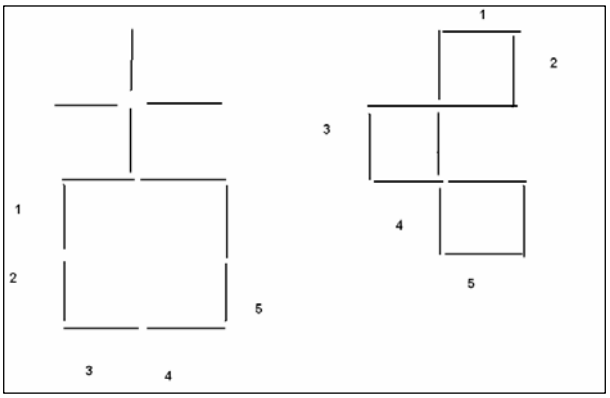
El més menut és $a = 12 - 3 = 9$ i el més gran és $d = 3(12) = 36$
La seua diferència: $36 - 9 = 27$

PROVA DE RELLEUS

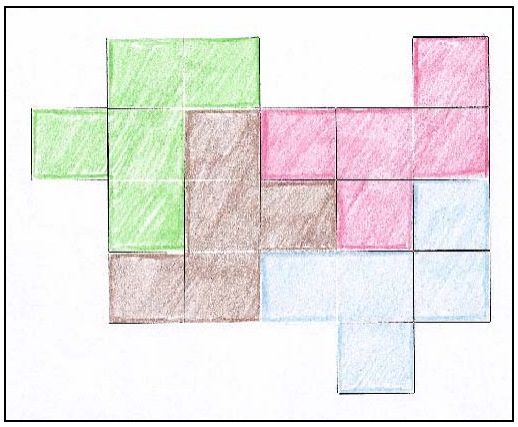
1. ARITMÈTICA

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

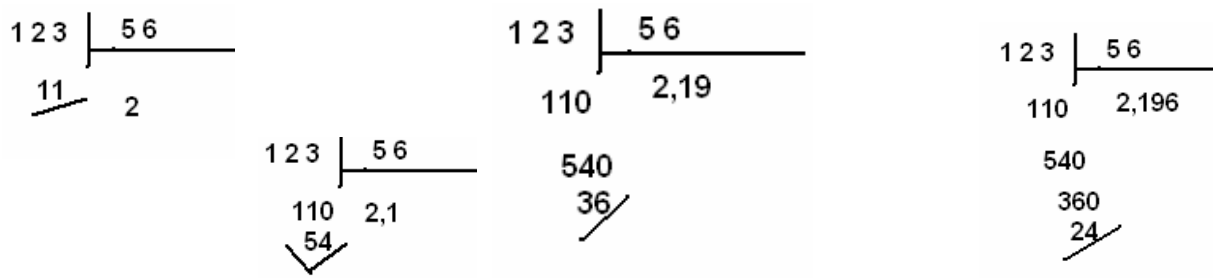
2. L'ESGLÉSIA EN QUADRATS



3. TROSSOS IGUALS



4. POSA'T A PROVA



PROVA
56 X 2+11= 123
2,1 X 56+ 5,4 = 123 el divisor arriba fins a les dècimes, per tant el residu són 54 dècimes.
2,19 x 56 + 0,36 = 123 el divisor arriba fins a les centèsimes, per tant el residu són 36 centèsimes.
2,196 x 56 + 0,024 = 123 el divisor arriba fins a les dècimes, per tant el residu són 24 milèsimes.

Si posem cinc decimals el residuo es 48, per tant hi haurà que sumar 48 cienmilèsimes.

5. CUBOCTAEDRE

La figura resultant té 8 cares en forma de triangle equilàter i 6 cares en forma de rombe. Els costats mesuren $\sqrt{18}$ cm.

Area triangle= $\frac{b.a}{2} = \frac{\sqrt{18}.\frac{3}{2}\sqrt{6}}{2} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$

Area rombe= $\frac{D.d}{2} = \frac{6.6}{2} = 18$

Area total= 8. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ +6.18= $36\sqrt{3}$ + 108=170,35 cm^2

6. LA FAMILIA

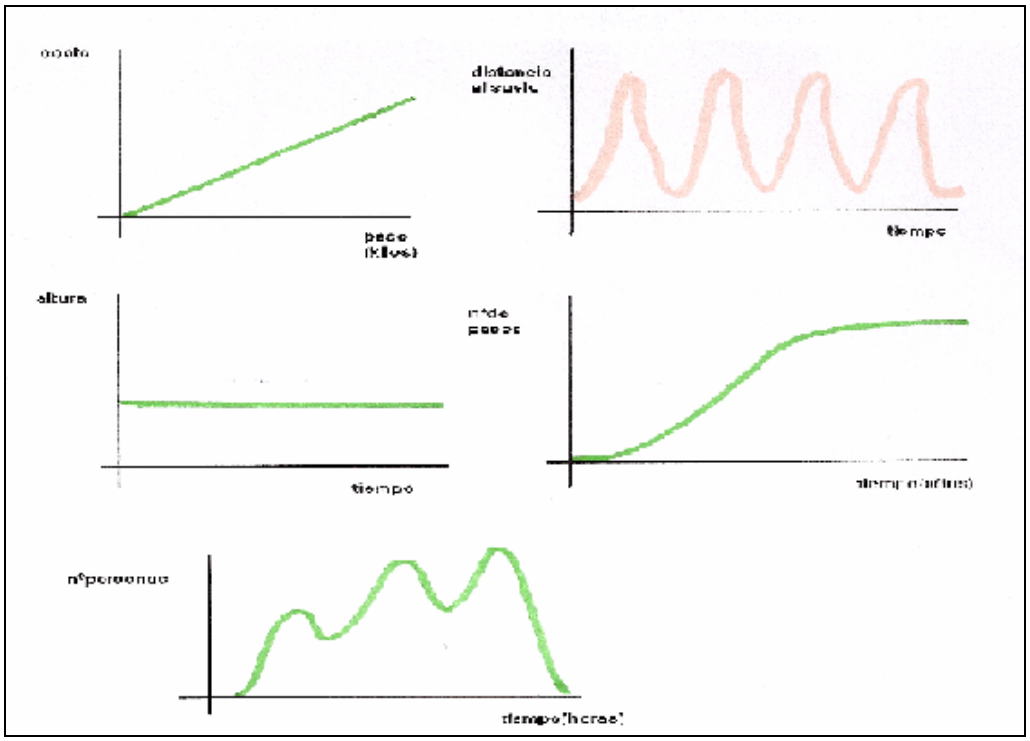
Pares del seus rebesavis $32 = 2^5$

Rebesavis	16
Besavis	8
Avis	4
Pares	2

7. PARC AUTOMOBILÍSTIC

Cotxe vell	A
Cotxe actual	C
Toterreny	D
Excavadora.....	G
Cotxe carreras.....	E
Moto.....	B
Camió	F

8. DIBUIXA

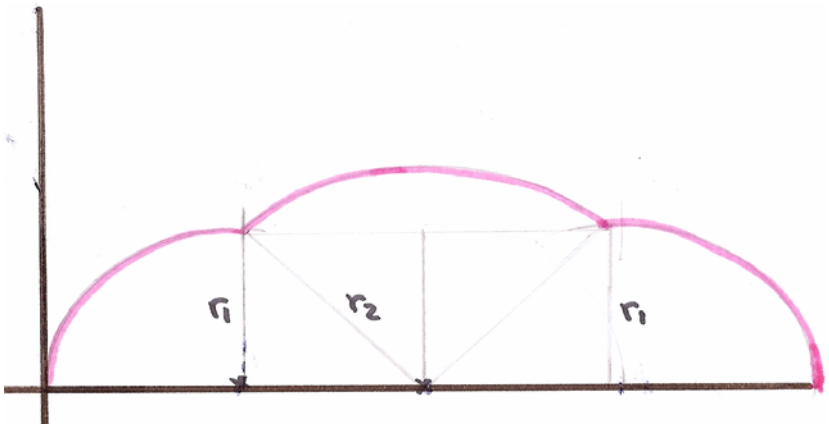


9. TRAU DEL SAC

Hi ha 9 globus roigs, 21 globus verds, 44 globus blaus i 26 globus blancs.

Per tant:
Pr(globus roigs)= 9/100 = 0,09
Pr(verds)= 0,21
Pr(blau)= 0,44
Pr(negre) = 0 (succés impossible)

10. UNA DE RODES



El r_1= costat del quadrat y r_2= diagonal del quadrat.

Trayectòria $\pi + 2\sqrt{2}\pi/4$

PROBLEMES NIVELL B (Segon Cicle d'E.S.O.)

PROVA INDIVIDUAL

1.- TRIANGLE EN UN QUADRAT

Com que el costat del quadrat val 1, $x + y = 1$. Apliquem el teorema de Pitàgores als triangles MAN i MDC.

$$\begin{cases} 2y^2 = h^2 \\ x^2 + 1 = h^2 \end{cases} \Rightarrow 2y^2 = x^2 + 1 \Rightarrow \begin{cases} 2y^2 - x^2 = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

Ara resolem aquest sistema no lineal per substitució: $x = 1 - y$

$2y^2-(1-y)^2=1;\ 2y^2-1+2y-y^2=1;\ y^2+2y-2=0$

$y=\frac{-2\pm\sqrt{4+8}}{2}=\frac{-2\pm 2\sqrt{3}}{2}=-1\pm\sqrt{3}$. La única solució vàlida és $y=-1+\sqrt{3}$ i en aquest cas $x=2-\sqrt{3}$.

$$A_{CMN}=A_{ABCD}-(A_{AMN}+2\cdot A_{CNB})=1-\left(\frac{y^2}{2}+2\cdot\frac{x}{2}\right)=1-\left(\frac{\left(-1+\sqrt{3}\right)^2}{2}+2-\sqrt{3}\right)$$

Ara només falta operar: $A_{CMN}=1-\left(\frac{4-2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}}{2}\right)=1-\left(4-2\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}-3$.

Per tant l'àrea del triangle CMN val $2\sqrt{3}-3$ unitats d'àrea.

2.- DE CASTELLÓ A VALÈNCIA

x → nombre de persones que han pujat a Castelló
y → nombre de parades entre Castelló i València

$$\left.\begin{matrix}x+3y=124\\(x+5y)\cdot 3'9=569'4\end{matrix}\right\}\rightarrow\left.\begin{matrix}x+3y=124\\x+5y=146\end{matrix}\right\}\rightarrow \text{2y = 22} \rightarrow \text{y = 11}$$

Per tant x = 91 passatgers i 11 parades entre Castelló i València

3.- NOMBRE MISTERIÓS

Siga n el nombre que busquem. Com que al dividir-lo per 24, el residu és 9 es verifica que n–9 és múltiple de 24. Com que al dividir-lo per 97, el residu és 9 es verifica que n–9 és múltiple de 97. Aquest fet implica que n–9 es pot dividir per 24 i per 97 i, per tant,m es podrà dividir també pel mínim comú múltiple d'ambdós nombres.

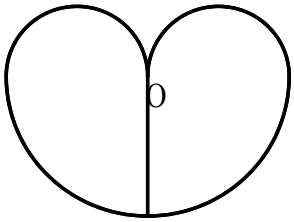
$mcm(24,97)=24\cdot 97=2328$ perquè 97 és primer. Estem buscant els múltiples de 2328. El més menut és ell mateix, 2328. Així doncs $n-9=2328;\ n=2337$.

4.- SEMICERCLES

Anomenem r al radi de la circumferència menuda, el de la gran serà 2r.

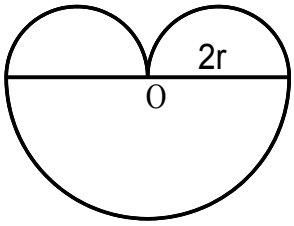
Perímetre.

Un primer cas és quan la recta passa pel punt de contacte de les circumferències menudes i l'acabament del tercer quadrant de la segona:



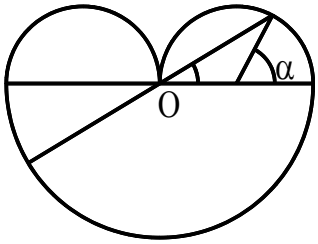
És immediata la igualtat dels perímetres.

Un segon cas és quan la recta passa pels punts de contacte de les circumferències:



El perímetre de la zona de dalt és:
$2 \cdot \pi r$
La de baix:
$\pi \cdot 2r$
Són iguals.

Un tercer cas general confirma la suposició:



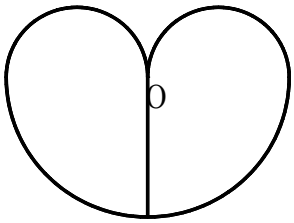
L'arc de la menuda és: $\frac{2\pi r\alpha}{360º}$

El de la gran: $\frac{2\pi 2r \cdot \frac{\alpha}{2}}{360º}$

Per tant són iguals en tots els casos.

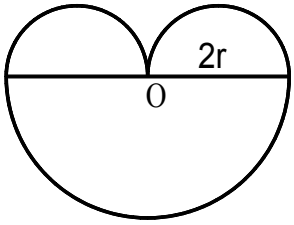
<u>Àrea</u>.

El primer cas per a les àrees és el mateix que per al perímetre:



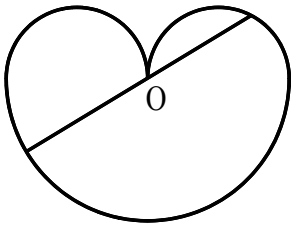
És immediata la igualtat de les àrees.

El segon cas trenca la semblança amb l'estudi del perímetre:



L'àrea de la zona de dalt és:
πr^2
La de baix:
$\frac{1}{2}\pi \cdot (2r)^2 = 2\pi r^2$
No són iguals, la de baix és el doble,

Tampoc ho seran en els altres casos.



Entre el segon cas de diferència màxima i el primer cas d'igualtat aniran diminuint els altres casos, en tots ells l'àrea serà diferent.

5.- CIÈNCIA - FICCIÓ

Suposem que de certa forma i color hi ha una quantitat x de personatges. D'aquests alguns es quedaran igual, altres canviaran només de color, altres només de forma i altres canviaran tant de forma com de color .
Tenint en compte que el 80% d'aquests personatges canvia de color i el 40% de forma:

- el nombre de personatges que es queda igual és $20\%(60\%)x = 0{,}2 \cdot 0{,}6\,x$
- el nombre de personatges que canvia de color però no de forma: $80\%(60\%)x = 0{,}8 \cdot 0{,}6\,x$
- el nombre de personatges que canvia de forma però no de color: $20\%(40\%)x = 0{,}2 \cdot 04\,x$
- el nombre de personatges que canvia de forma i de color és: $80\%(40\%)x = 0{,}8 \cdot 04\,x$

Ens demanen el nombre de personatges blaus i esfèrics que hi haurà el dia següent. Hi ha de diversos tipus:

- els que es van quedar blaus i esfèrics: $0{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot 5000 = 600$
- els que eren rojos i esfèrics i van canviar de color: $0{,}8 \cdot 0{,}6 \cdot 6000 = 2880$
- els que eren blaus i piramidals i van canviar de forma: $0{,}2 \cdot 0{,}4 \cdot 10000 = 800$
- els que eren rojos i piramidals i van canviar de color i forma: $0{,}8 \cdot 0{,}4 \cdot 9000 = 2880$

Sumant totes aquestes quantitats tenim 7160 personatges blaus i esfèrics.

PROVA DE RELLEUS

1. QUARAT MÀGIC

8	**18**	**4**
6	**10**	**14**
16	**2**	**12**

2. UN PASSEIG CAMPESTRE

1 km en pla: 15 min tant d'anada com de tornada
1 km de pujada: 10 min
1 km de baixada: 20 min
Per tant fer i desfer cada km costa mitja hora. Com ha caminat durant 6 hores, haurà recorregut un total de 24 km.

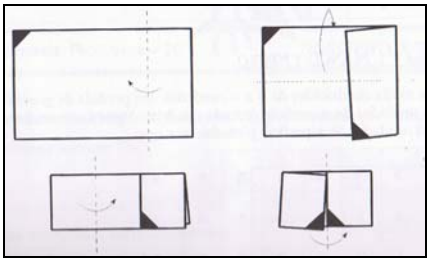
3. FAMILIA NOMBROSA

3 germanes i 4 germans

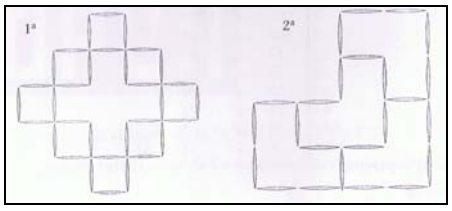
4. EL RAMADER ENGINYÓS

Per a resoldre este problema hem de trobar, en primer lloc, un nombre que siga divisible per 2,3,4,5,i 6, i a este nombre sumar- li 1. Després hem de comprovar que el nombre resultant siga divisible per 7. El primer nombre que compleix estes condicions és el 307. També ho compleixen el 721, 1141, 1561,1981, etc. Qualsevol d'ells pot ser considerat com una solució del problema.

5. QÜESTIÒ DE PLECS

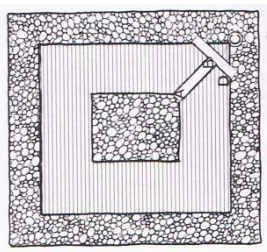


6. JUGANT AMB BASTONETS



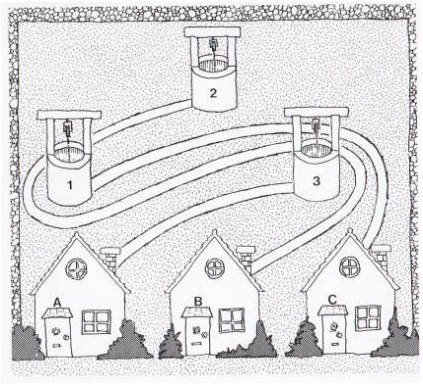
7. CREUAR EL FOSSAT

Cal disposar els taulers de la següent manera:



AC =3√2 = 4,23 i BC =BD = 3:2=1,5. La distància que ha de cobrir el tauler que es recolza en la plataforma serà 4,23-1,5=2,73, així queda un marge de 27 cm per a recolzar-lo en els dos costats. Recolzant l'altre tauler 10 cm per costat, BC mesuraria 1,40 i la solució seria vàlida.

8. VEINS INSOCIABLES



9. LA CAIXA

Si diem x a la longitud dels costats dels quadradets que hem de retallar tenim que:

a) $V = (29,6-2x)(21-2x)x = 4x^3-101,2x^2+ 621,6x$
b) El màxim volum es dona per a x = 4,04 cm

10. NETEGEM EL COTXE

I) 51, 90 i 109,5€ respectivament
II) 48,96 i 120€ respectivament
III) 96€ en tots els casos
Les funcions a representar són y=12+6,5x ; y=8x ; y=96
Fins a 8 llavats interessa l'opció II, entre els 9 i els 12, ambdós inclosos, la millor opció és la I, i a partir de 13 llavats, la millor és la III.

11.- OMPLIM AMPOLLES

a) y b) La corba pujarà més esplai en els trams en que el búcar sigue més ample i més ràpid en els trams en que el búcar siga mes estret.

b) 1A, 2B, 3D i 4C.

12.- L'ARMARI DE PAU

Si totes les camises són blanques, menys dos, resulta que entre blaves i rosa només n'hi ha dos, o siga, una de cada color. Utilitzant el mateix raonament per a les altres afirmacions, resulta que només hi ha una camisa de cada color.

13.- L'ENGINY DEL PRÍNCEP PERDUT

La pregunta fou: "és vostè natural d'aquest país?". Si el príncep es trobava en Sincerio, la resposta d'un que diguera la veritat seria SI, i la de un mentider, també. Si es trobava en Falsio, ocorreria el contrari. Per tant, en qualsevol cas, una resposta afirmativa volia dir que estava en Sincerio i una resposta negativa, en Falsio.

14.- LÒGICA I LLIBERTAD

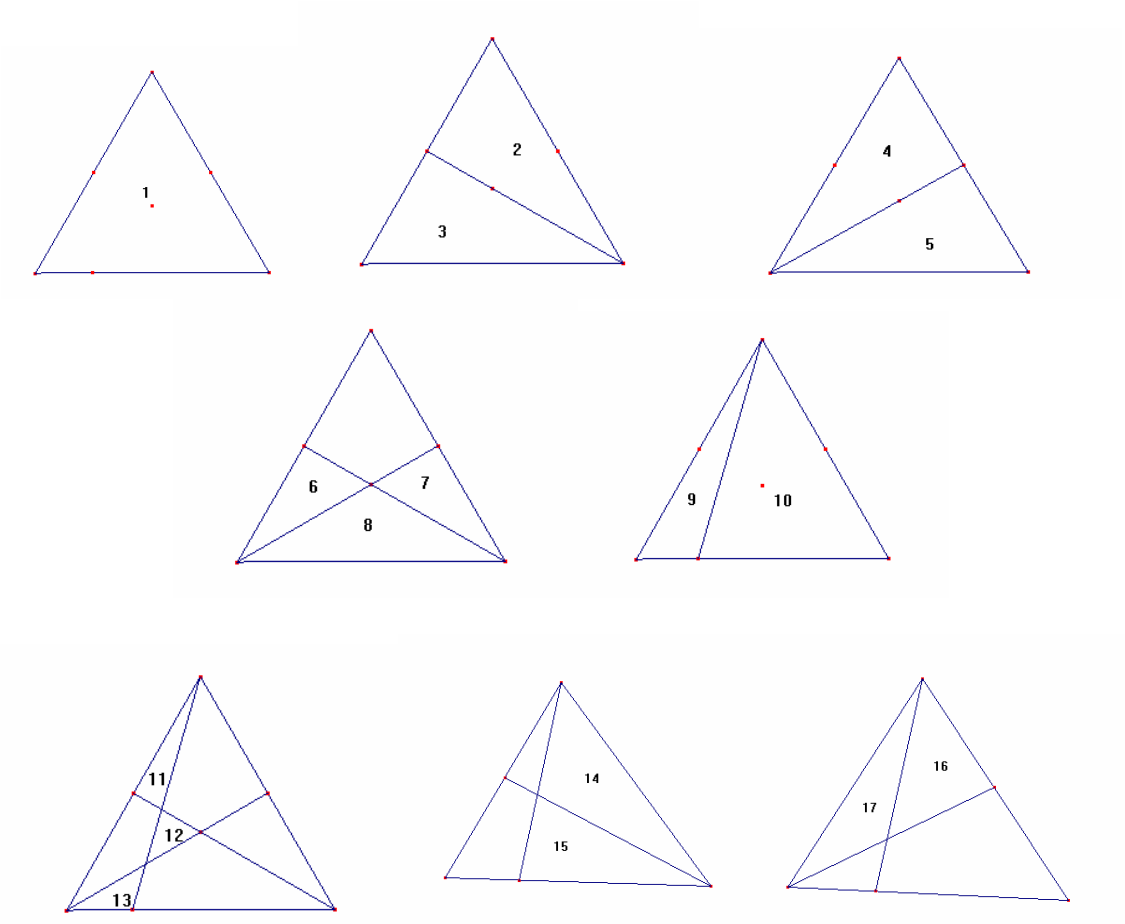
El raonament del que ho va endevinar és el següent: el dau que duc ha de ser blanc perquè si fóra negre el meu company de la esquerra (o dreta), veient el meu dau negre i donant-se conter de la indecisió de l'altre company haguera dit que el seu dau era blanc, ja que si també fóra negre el company de la dreta haguera dit, només destapar-li els ulls, que el seu era blanc en veure els dos daus negres en joc.

PROBLEMES NIVELL C (Tercer Cicle de Primària)

PROVA INDIVIDUAL

1.- QUANTS N'HI HA?

Per poder comptar-los, hem fet dibuixos on es poden veure millor cadascun d'ells:

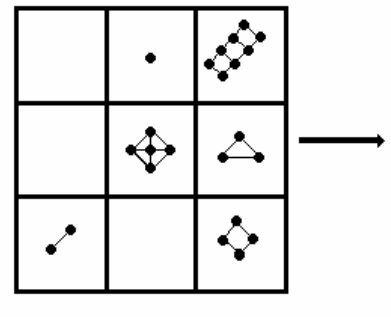


Sembla que hi ha 17 triangles en total.

2.- QUADRES

Observa aquestes dues figures i, considerant la seva lògica i estructura, completa els quadres buits.

Explica també quina propietat compleixen els nombres de les caselles d'ambdues figures.



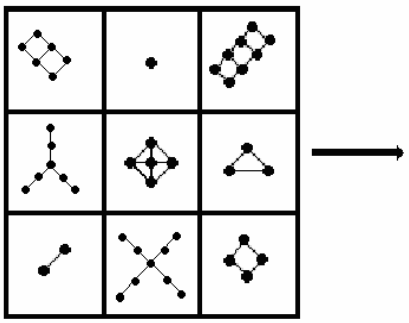
	2	256
	32	8
4		16

Podem observar que la figura de l'esquerra és un "quadrat màgic" on totes las línies i diagonals sumen 15, per la quals cosa, les caselles de l'esquerra quedarien com indica la figura de baix, atenent a aquesta propietat.

Mentrestant, els nombres de les caselles de la figura de la dreta, son les potències de dos, que corresponen al exponent de la casella corresponent en la figura de l'esquerra. Així podem comprovar que:

$$2^1 = 2 \qquad 2^5 = 32 \qquad 2^2 = 4$$
$$2^8 = 256 \qquad 2^3 = 8 \qquad 2^4 = 16$$

Una vegada hem omplit les caselles de la figura de l'esquerra i calculat les potències que quedaven, les figures que resulten són aquestes:



64	2	256
128	32	8
4	512	16

Ara podem comprovar que si multipliquem els nombres de totes les línies i diagonals de la figura de la dreta resulten el mateix nombre, ja que:

$$2^2 \cdot 2^5 \cdot 2^8 = 2^{15} = 32528$$
$$2^8 \cdot 2^3 \cdot 2^4 = 2^{15} = 32528$$
$$2^2 \cdot 2^9 \cdot 2^4 = 2^{15} = 32528$$

que ens permet afirmar que la propietat dels nombres de la figura de la dreta es que tots els nombres d'una línia o d'una diagonal multiplicats entre si, donen el mateix resultat 32528.

3.- UNA GALLINA, QUATRE GALLINES...

Una gallina posa $\frac{2\ ous}{3\ dies}$, per tant 4 gallines pondran:

$$4\cdot\frac{2\ ous}{3\ dies}=\frac{8\ ous}{3\ dies}$$

Com volem saber quants dies son necessaris per a que 4 gallines ponguen 2 dotzenes d'ous, es a dir, 24 ous, caldrà dividir el nombre d'ous a pondre entre la "velocitat de posta" de les quatre gallines:

$$\frac{24\ ous}{\frac{8\ ous}{3\ dies}}=\frac{24}{1}ous:\frac{8\ ous}{3\ dies}=\frac{24\cdot 3}{8}dies=\frac{72}{8}dies=9\ dies$$

Les quatre gallines necessitaran 9 dies per pondre 2 dotzenes d'ous.

4.- SUMEM

Cal col·locar en los extrems de la figura tres nombres consecutius, dels extrems superior o inferior del interval dels nou primers nombres naturals. En conseqüència hi haurà dues solucions alternatives per al problema:



A continuació, sumarem les dues xifres que ocupen els extrems de cadascun dels tres costats del triangle.

$1+2=3$		$8+7=15$
$1+3=4$	o també	$9+7=16$
$2+3=5$		$9+8=17$

Posteriorment, s'agrupen els sis nombres naturals que resten per parelles, de tal manera que al sumar els dos nombres de cadascuna de les tres parelles s'obtinguen tres nombres consecutius:

$8+6=14$		$6+2=8$
$9+4=13$	o també	$4+3=7$
$7+5=12$		$5+1=6$

Assignarem els dos buits de cada costat del triangle als dos nombres de cadascuna de les parelles anteriors. Per assegurar-nos de que la suma de cada costat siga constant, al costat en els extrems del qual estén situats els dos nombres la suma dels quals és major li assignarem la parella la suma de la qual és menor, mentre que al costat en els extrems del qual la suma es menor li assignarem la parella la suma de la qual siga major, i per finalitzar, la parella restant s'assignarà al costat en el qual la suma dels extrems era un nombre intermedi.

$$\left.\begin{array}{l} 1+2=3 \rightarrow 8+6=14 \\ 1+3=4 \rightarrow 9+4=13 \\ 2+3=5 \rightarrow 7+5=12 \end{array}\right\} \quad \text{o també} \quad \left.\begin{array}{l} 7+8=15 \rightarrow 6+2=8 \\ 7+9=16 \rightarrow 4+3=7 \\ 8+9=17 \rightarrow 5+1=6 \end{array}\right\}$$

Per tant, les solucions seran:



5.- EDAT

La resposta la poden obtenir per assaig i errada, ja que la resolució d'equacions no està inclosa en el currículum de primària. És interessant aquest mètode de resoldre'l perquè una observació dels resultats que van eixint ens dona la pista per trobar la solució, independentment dels nombres que utilitzem per fer el tempteig.

Partirem d'un nombre qualsevol i cal comprovar si compleix l'enunciat del problema; sumant-li 3 al nombre, restant 3 al mateix nombre i multiplicant per 3 la diferència dels resultats anteriors, hem de obtenir el nombre de partida, es a dir, l'edat. Per exemple:

$$n = 20 \; anys$$

$$\left.\begin{array}{l} 20+3=23 \rightarrow 23\cdot 3=69 \\ 20-3=17 \rightarrow 17\cdot 3=51 \end{array}\right\} 69-51=18 \neq 20 \; anys$$

per tant, no té 20 anys. Provarem amb altra edat.

$$n = 17 \; anys$$

$$\left.\begin{array}{l} 17+3=20 \rightarrow 20\cdot 3=60 \\ 17-3=14 \rightarrow 14\cdot 3=42 \end{array}\right\} 60-42=18 \neq 17 \; anys$$

Així, tampoc té 17 anys, però hem observat que els càlculs sempre ens donen 18 anys, per la qual cosa anem a provar amb n=18 anys.

$$n = 18\ anys$$
$$\left.\begin{array}{l} 18+3=21 \rightarrow 21\cdot 3=63 \\ 18-3=15 \rightarrow 15\cdot 3=45 \end{array}\right\} 63-45=18=18\ anys$$

El senyor té 18 anys.

Per altra banda, si resolguérem l'equació la resposta hagués estat immediata:

$$x = edat\ actual$$
$$3(x+3)-3(x-3)=x$$
$$3x+9-3x+9=x$$
$$9+9=x$$
$$x=18\ anys$$

Solució: El senyor té 18 anys.

PROVA DE RELLEUS

1. NOMBRES 1

(4-1-6) - (3-5) - (2)

2. NOMBRES 2

La marea mai arribarà a l'ull de bou, ja que el vaixell puja al mateix temps que ella.

3. INGENI

Calem foc a la meitat de l'illa i ens quedem a la part on no van les flames. Caminem a sobre de la zona cremada, de manera que quan arriben les flames de l'incendi inicial no tindran vegetació per cremar i ambdós focs s'aturaran, deixant, això sí, l'illa cremada, però el nostre personatge, salvo.

4. NOMBRES 3

Algunes solu La solució correcta és:

6	2	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Per tal d'arribar a aquesta, poden anar construint:

9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Però aleshores s'han d'adonar que cal posar un 1 en el 9:

9	0	0	0	0	0	0	0	0	1

I per tant el 9 del 0, ja no és correcte, cal posar un 8:

8	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Aleshores, l'1 del nou cal passar-lo al 8:

8	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

En aquest moment cal que vegen que per haver aparegut un 1 al 8, a la casella de l'1, cal posar un 1:

8	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Però com que hi ha dos 1, cal posar un 2, i com que apareix un 2 cal posar un 1 al 2, a més de baixar a un 6 el nombre de 0:

6	2	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ja només queda adonar-se que l'1 del 8 ja no en té sentit, cal que es pose realment on el té, al 6:

6	2	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

5. MAGNITUD I MESURA 1

Els únics dies 31 que poden donar una periodicitat mensual perfecta són el 31 de juliol i el 31 de gener. Per tant la resposta correcta és el 31 de juliol de 2010.

6. MAGNITUD I MESURA 2

Una moneda qualsevol. Perquè qualsevol valor, en dividir-lo per 0,5, augmentem el seu valor en el doble.

7. GEOMETRIA 1

Lliga una punta de la corda a l'arbre de la vora, envolta la llacuna portant agafat l'altra punta i, finalment, lliga aquesta punta de la corda al mateix arbre de la riba. La corda, doble, queda ferma i tensa entre els dos arbres, de manera que el nostre home pot anar a sobre d'ella fins a l'illa.

8. GEOMETRIA 2

El nombre mínim de punts de soldadura continua sent vuit, independentment de com es puga doblegar els filferros.
Com que en cada vèrtex del cub concorre un nombre senar d'arestes, a cada un d'ells caldrà soldar.

9. ESTADÍSTICA 1

Els 50.000 lectors que varen contestar "No hi ha solució possible" o bé "No hay solución posible", varen resoldre l'endevinalla, doncs és la frase que recorre completament el planeta acomplint el que es demana.

10. ESTADÍSTICA 2

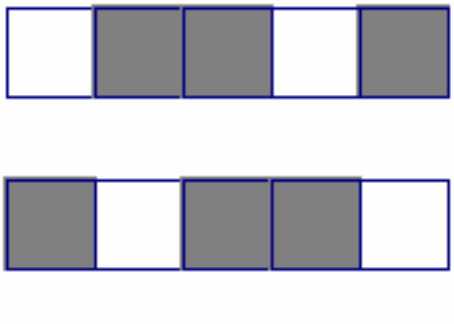
Solució 1:
1r) 3 Plenes, 1 per la meitat i 3 buides.
2n) 2 Plenes, 3 per la meitat i 2 buides.
3r) 2 Plenes, 3 per la meitat i 2 buides.
Solució 2.
1º) 1 Plena, 5 per la meitat i 1 buida.
2º) 3 Plenes, 1 per la meitat i 3 buides.
3º) 3 Plenes, 1 per la meitat i 3 buides.

www.semcv.org

PROBLEMA OBERT DEL P.O. 54

1.- TIRES DE QUADRATS

Es fan tires de quadrats i es pinten de dos colors. Diem que dos tires són equivalents si es poden reflectir o girar de manera que coincidisquen una amb una altra. Quantes tires diferents es poden fer amb cinc quadrats? Investiga el que ocorreria per a tires formades amb un número diferent de quadrats. I si canviem el nombre de colors o formem anells de quadrats?



DOS TIRAS EQUIVALENTES

Solució de **Gregorio Morales Ordóñez**:

Si no tinguerem en compte la rotació tindriem 2^5=32 combinacions. Com que hem de llevar algunes, el més fàcil seria dir: només ens quedem amb la meitat; però, les que siguen simétriques no les hem de dividir entre 2.

Així doncs, quantes simètriques tenim? Si volem construir una tira de 5 quadrats simètrica només hem de fixar les 3 primeres (la meitat de 5 arrodonint per sobre) perquè les altre vindriem fixades. Aleshores, 2^3=8 són simètriques.

Per tant, 32-8=24 no són simètriques, i per tant tenim 12 no simètriques (la meitat de 24) i les 8 que ja erem simètriques i no tenen la reflexada.

En total, 20 tires de 5 quadrats.

La mateixa explicació ja conté la generalització. En efecte, si ens preguntem quàntes tires podem fer amb 10 quadradets:

(2^10-2^5)/2+2^5=2^9+2^4=528 tires distintes, llevant reflexions.
No seria gens difícil establir una fòrmula general, una per a "n parell" i una altra per a "n senar" si volem simplificar-la.

Si canviem a 3 (o N) colors, l'únic que canviaria serien les potències, que serien de 3 (o N). I, per tant, camviaria la simplificació.

PREMIS DEL XII CONCURS DE FOTOGRAFIA MATEMÀTICA DE LA SEMCV

Apartat I:

1r premi - 150 €

GOTA + GOTA = OLA, de Miriam Arabí Ribes, de l'IES Gata de Gorgos (Gata de Gorgos)

2n premi 100 €

Madera de ocho, de Alba Pons Revuelta, de l'IES Mutxamel (Mutxamel)

3r premi, 75 €

Epicentro, de Mario Montalbán Herranz, de l'IES Eduardo Merelló (Port de Sagunt)

4t Tres premis de 30 €

Geometría de nuestro cuerpo: la mirada del círculo, de Almudena Torres García, de l'IES Mª Moliner (Port de Sagunt)

HUIT MITJOS 8/2, de Elisa Pons Sastre i Aitana Lorenzo Costa, de l'IES Gata de Gorgos (Gata de Gorgos)

Canasta tangente, de Daniel Foresi Crowter, del Col.legi Paidos (Dénia)

Millor sèrie: 150 €.

Segmentos, Almudena Torres García, de l'IES Mª Moliner (Port de Sagunt)

Accésits:

Sólo hay 12 canicas… y 4 espejos, de Marina Estel Palomero, del Col.legi Paidos (Dénia)

Simetría: el llanto del cilindro, de Almudena Torres García, de l'IES Mª Moliner (Port de Sagunt)

Semejanzas *en el porche*, de Andrea Esturla Martínez, de l'IES Eduardo Merelló (Port de Sagunt)

Frío paralelo, de Claudia Martínez Prades, de l'IES Camp de Morvedre (Port de Sagunt)

Apartat II: (Premi a una fotografia o una sèrie)

1r Premi: 250 € Compartido para las fotos

Sèrie: *Nombres (5 fotos)*, de Gabriel Ivorra Devesa, de l'IES Fco. Figueras Pacheco (Alacant)

Ángulos en sucesión, de Ángel Villalba Fonfría, de l'IES Camp de Morvedre (Sagunt)

2n Premi: 150 €. Compartido para las fotos:

*Conus in*vertits, de José Ramón Gil Tàrrega, del IES Camp de Morvedre (Sagunt)

Paral·lelis*me sobre blau*, de Gabriel Ivorra Devesa, del IES Fco. Figueras Pacheco (Alacant)

Esta revista es publica amb el suport de l'Acadèmia Valenciana de la Llengua

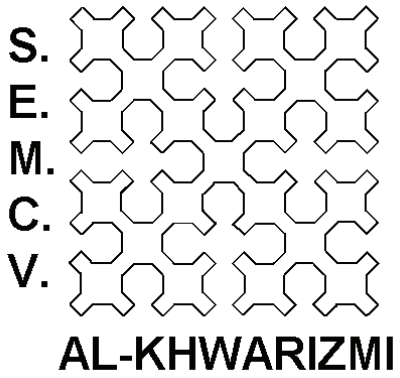
Amb la col·laboració de la Conselleria d'Educació de la Generalitat Valenciana

Trobaràs tota la informació en la nostra web.

Societat d'Educació Matemàtica Comunitat Valenciana

Al-Khwarizmi

Visiteu-la: www.semcv.org



Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"