S.
E.
M.
C.
V.

AL-KHWARIZMI

Problemes Olímpics



Revista de problemes de Matemàtiques
Número 115. Juny 2022

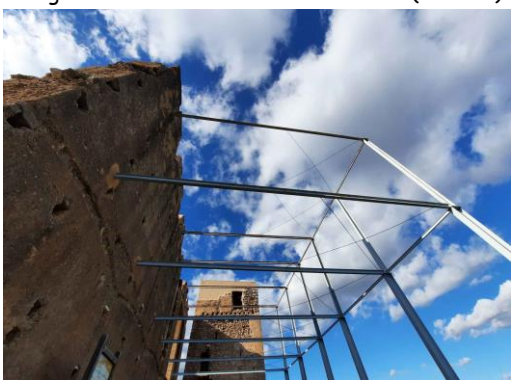
GALERIA DE FOTOS PARTICIPANTS EN EL XVIII CONCURS DE FOTOGRAFIA "MATEMÀTICA A LA VISTA"



"Catenaria invertida"
Sergio Daniel Rosas Castro. CFPA Babel (Alacant)



"Pi-jedrez"
Pablo Solaz Peña. Col. Gençana (Godella)



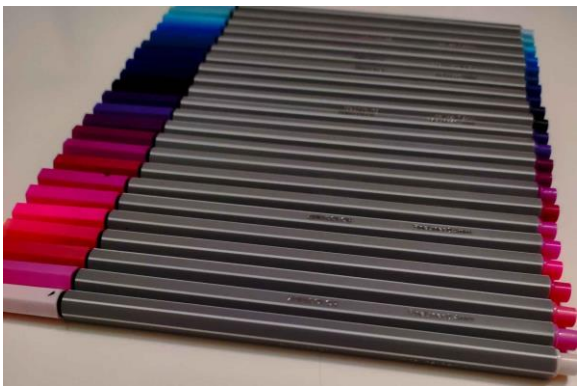
"Ángulos en el firmament"
Elena Camarasa Badal. IES María Moliner (Port de Sagunt)



"Una mirada a cuadros"
Mª del Mar Valencia. CFPA Giner de los Ríos (Alacant)



"Espiral de espirales"
Sofía Gras López. EPLA Luis Amigó (Godella)



"Degradado de paralelas"
Alba Camacho Edo. IES San Antonio de Benagéber



"Enigma X". Marta Ger Breva
IES Politècnic (Castelló)



"Circunferencias olímpicas". Itziar Santamónica
IES Villa de Aspe (Aspe)



"Cinco cuartos de café". Guillermo Cogollos.
IES Ramón Llull (València)

Ací teniu el número 115 de la revista **PROBLEMES OLÍMPICS** corresponent al mes de juny de 2022 amb les proves proposades a la Fase Provincial de l'Olimpíada Matemàtica 2022 de Castelló.

Recordem que el termini d'enviament de fotografies per a participar en el concurs de fotografia matemàtica SEMCV 2022, el XIX Concurs de fotografia "**Matemàtica a la vista**", acaba el 15 de novembre. La convocatòria està en la web amb les bases, i els arxius per a enviar les dades (posa el teu nom en l'arxiu que envies): https://www.semcv.org/19concurs

Esperem que animes a participar el teu alumnat i que participes.

PROBLEMES OLÍMPICS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"
Apartat 22045
46071 València

Director: Tomàs Queralt Llopis

Coordinador de redacció: Jorge Luján Mora

Correcció lingüística: José Fernando Juan García

Consell de redacció:

Juan Francisco Aguirre Nuñez, José María Ajenjo Vento, José María Alavedra Creixell, Mercedes Albert Gil, Carmen Albert Yáñez, Noelia Aleixandre Bonanad, Jaime Aparici Cruz, Fernando Arenas Planelles, José Manuel Arnau Pilar, Montserrat Belmonte García, Encarna Benalte Carnicell, Fernando Boïls Sais, Nicolau Borja Sanz, José Antonio Caja Borredá, Nieves Camáñez Navarro, Mónica Carbó Colecha, María Dolores Candela Oliver, Adrián Cuenca Avi, Vicente Diago Ortells, Rosa Felipe Orts, Francisco Fernández-Arévalo, Óscar Forner Gumbau, David Galiana Gázquez, Laura Gandía Ferrero, Davinia Gómez Sanchis, Ana Gomis Rubio, Hortensia González del Cerro, Julio César Jiménez Espejo, José Fernando Juan García, Joan López Piella, Mª Jesús Lozano Lacalle, Jorge Luján Mora, Eduardo Llopis Castelló, María José Mañanós Portolés, Raül Martínez Sendra, Jorge Mateu Alabort, Miria Minyana Pastor, David Miravet Fortuño, Beatriz Misó Sánchez, Gloria Molina Torres, José Antonio Mora Sánchez, Yolanda Mora Vila, Julia Muñoz Martínez, Mª Paz Muñoz Pérez, Montserrat Navarro Mateu, M. Teresa Navarro Moncho, Fco. Borja Navas Santamaría, Mari Carmen Olivares Iñesta, Remedios Payá Poveda, Juan Antonio Pérez Poquet, Laura Peris Ballester, Mª José Peris Cerdá, Carmina Peris Martí, Aitor Pereira Loidi, José Aurelio Pina Romero, Rebeca Reynau Planes, Mireia Polo Tamarit, Arturo Prieto Pérez, Tomás Queralt Llopis, Silvia Quilis Marco, Francisco A. Rodríguez Mayol, Isabel Roig Salvador, Lorena Roig Añó, Lledó Rosas Beltrán, Susana Rosell Tena, Roberto Royo Sancho, Domingo Rueda Morales, Mª Jesús Ruiz Maestro, Amparo Sáiz Sapena, Patricia Salvador Selma Lluis Evarist Sebastiá Giner, Josep Pasqual Segura Alares, Mariano Segura Mármol, Roberto Selva Gomis, David Sequi Martínez, Míriam Serrano González, Manuel Simón Montesa, Carles Teruel Ferragud, Marta I. Trapero Navarro, Pilar Usach Soriano, Manuel Valero Zamora, F. José Vicente Ferrández, Loreto Vidal Pitarch, Ángel Luis Zafrilla Villena.

D.L.: V-3026-2001
ISSN: 1578-1771

Portada: "Infinitos infinitos". Tercer premi de l'Apartat I, del XVIII Concurs de fotografia matemàtica. Autor: Mario Civera Borreda, del Colegio Salesiano San Juan Bosco, de València.

Et falta algun exemplar de la revista Problemes Olímpics? Si vols ens el pots demanar i te l'enviem a la teua adreça.

S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

SOL·LICITUD D'ENVIAMENT DE NÚMEROS ANTERIORS DE "PROBLEMES OLÍMPICS"

Nom: _____ Cognoms: _____

Adreça: _____ Telèfon: _____

C.P. _____ Població: _____ Província: _____

Correu-e: _____ Tasca docent (curs, nivell, etc.)_____

Desitge rebre els següents números de la revista "Problemes Olímpics" a la meua adreça:

□ Problemes Olímpics Nº 11	□ Problemes Olímpics Nº 45	□ Problemes Olímpics Nº 84
□ Problemes Olímpics Nº 12	□ Problemes Olímpics Nº 46	□ Problemes Olímpics Nº 85
□ Problemes Olímpics Nº 13	□ Problemes Olímpics Nº 47	□ Problemes Olímpics Nº 86
□ Problemes Olímpics Nº 14	□ Problemes Olímpics Nº 48	□ Problemes Olímpics Nº 87
□ Problemes Olímpics Nº 15	□ Problemes Olímpics Nº 49	□ Problemes Olímpics Nº 88
□ Problemes Olímpics Nº 16	□ Problemes Olímpics Nº 50	□ Problemes Olímpics Nº 89
□ Problemes Olímpics Nº 17	□ Problemes Olímpics Nº 51	□ Problemes Olímpics Nº 90
□ Problemes Olímpics Nº 18	□ Problemes Olímpics Nº 52	□ Problemes Olímpics Nº 91
□ Problemes Olímpics Nº 19	□ Problemes Olímpics Nº 53	□ Problemes Olímpics Nº 92
□ Problemes Olímpics Nº 20	□ Problemes Olímpics Nº 54	□ Problemes Olímpics Nº 93
□ Problemes Olímpics Nº 21	□ Problemes Olímpics Nº 55	□ Problemes Olímpics Nº 94
□ Problemes Olímpics Nº 22	□ Problemes Olímpics Nº 56	□ Problemes Olímpics Nº 95
□ Problemes Olímpics Nº 23	□ Problemes Olímpics Nº 57	□ Problemes Olímpics Nº 96
□ Problemes Olímpics Nº 24	□ Problemes Olímpics Nº 58	□ Problemes Olímpics Nº 97
□ Problemes Olímpics Nº 25	□ Problemes Olímpics Nº 59	□ Problemes Olímpics Nº 98
□ Problemes Olímpics Nº 26	□ Problemes Olímpics Nº 60	□ Problemes Olímpics Nº 99
□ Problemes Olímpics Nº 27	□ Problemes Olímpics Nº 61	□ Problemes Olímpics Nº 100
□ Problemes Olímpics Nº 28	□ Problemes Olímpics Nº 64	□ Problemes Olímpics Nº 101
□ Problemes Olímpics Nº 29	□ Problemes Olímpics Nº 65	□ Problemes Olímpics Nº 102
□ Problemes Olímpics Nº 30	□ Problemes Olímpics Nº 67	□ Problemes Olímpics Nº 103
□ Problemes Olímpics Nº 32	□ Problemes Olímpics Nº 68	□ Problemes Olímpics Nº 104
□ Problemes Olímpics Nº 33	□ Problemes Olímpics Nº 69	□ Problemes Olímpics Nº 105
□ Problemes Olímpics Nº 34	□ Problemes Olímpics Nº 70	□ Problemes Olímpics Nº 106
□ Problemes Olímpics Nº 35	□ Problemes Olímpics Nº 73	□ Problemes Olímpics Nº 107
□ Problemes Olímpics Nº 36	□ Problemes Olímpics Nº 74	□ Problemes Olímpics Nº 108
□ Problemes Olímpics Nº 37	□ Problemes Olímpics Nº 75	□ Problemes Olímpics Nº 109
□ Problemes Olímpics Nº 38	□ Problemes Olímpics Nº 76	□ Problemes Olímpics Nº 110
□ Problemes Olímpics Nº 39	□ Problemes Olímpics Nº 77	□ Problemes Olímpics Nº 111
□ Problemes Olímpics Nº 40	□ Problemes Olímpics Nº 78	□ Problemes Olímpics Nº 112
□ Problemes Olímpics Nº 41	□ Problemes Olímpics Nº 79	□ Problemes Olímpics Nº 113
□ Problemes Olímpics Nº 42	□ Problemes Olímpics Nº 80	□ Problemes Olímpics Nº 114
□ Problemes Olímpics Nº 43	□ Problemes Olímpics Nº 81	
□ Problemes Olímpics Nº 44	□ Problemes Olímpics Nº 83	

Ens envies aquesta butlleta emplenada a la nostra adreça: Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi", Apartat 22045, 46071-València, indicant en el sobre "Revista Problemes Olímpics", o ens envies la comanda a la nostra adreça electrònica:

problemesolimpics@semcv.org

SUMARI

ENUNCIATS

FASE PROVINCIAL DE CASTELLÓ

NIVELL C..... p. 5
NIVELL A..... p. 15
NIVELL B..... p. 21

SOLUCIONS

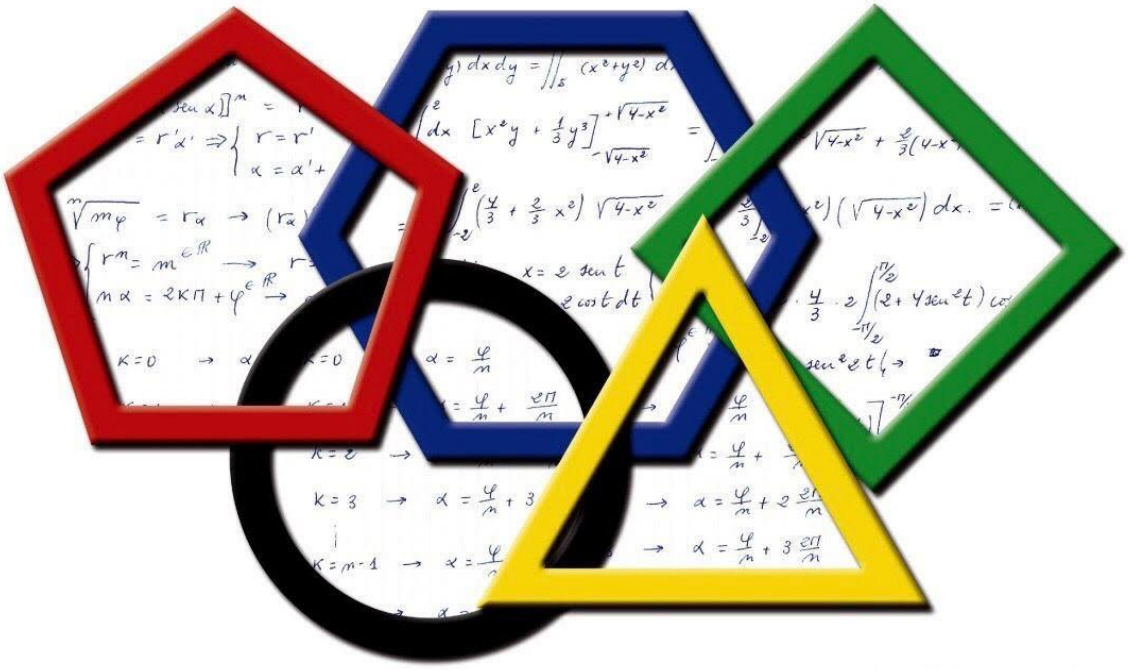
FASE PROVINCIAL DE CASTELLÓ

NIVELL C..... p. 28
NIVELL A..... p. 40
NIVELL B..... p. 51

FE D'ERRATES DEL NÚMERO ANTERIOR

Potser haureu notat alguna diferència quant a correcció lingüística, en el número 114 de la revista respecte de números anteriors. La raó d'aquest fet és que no n'hi ha hagut l'habitual supervisió, per problemes d'organització. Un ajust sobrevingut en l'equip que coordina l'edició de *Problemes Olímpics* va provocar que el número 114 es publicara sense passar per les mans de l'encarregat de la supervisió lingüística, que, com sabeu, és J. Fernando Juan. Restablerta la coordinació, pensem que no tornarà a succeir.
Gràcies per la vostra indulgència.

ENUNCIATS



XXXII OLIMPÍADA MATEMÀTICA
FASE PROVINCIAL - CASTELLÓ

PROBLEMES DE NIVELL C

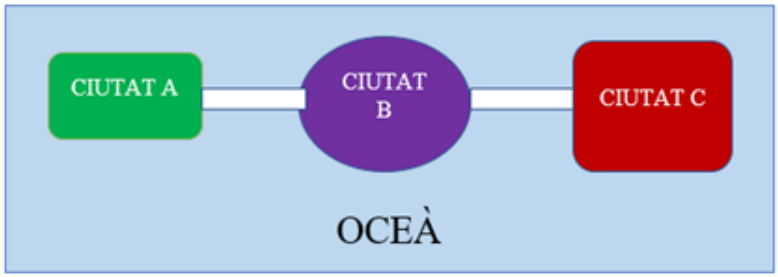
FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA INDIVIDUAL

1. OBRINT PONTS!

A l'oceà hi ha tres ciutats flotants connectades per ponts mòbils que permeten la circulació d'una ciutat a una altra. Els ponts estan oberts i tancats alternativament un determinat nombre d'hores:

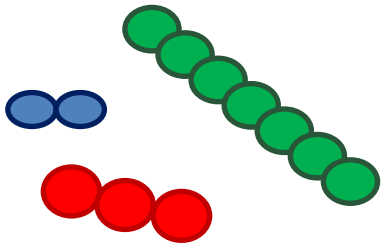
- El pont que connecta A i B, 3 hores.
- El pont que connecta B i C, 5 hores.

Calcula durant 2 dies el temps que romanen oberts els dos ponts al mateix temps per poder passar de A fins a C sense parar. Inicialment estan els dos oberts.



2. PER A FER-NOS COLLARETS!!

En un joc de granadures tenim peces dels tres tipus que veus a la figura.



Si unim tres peces qualssevol per formar enfilalls de boletes:

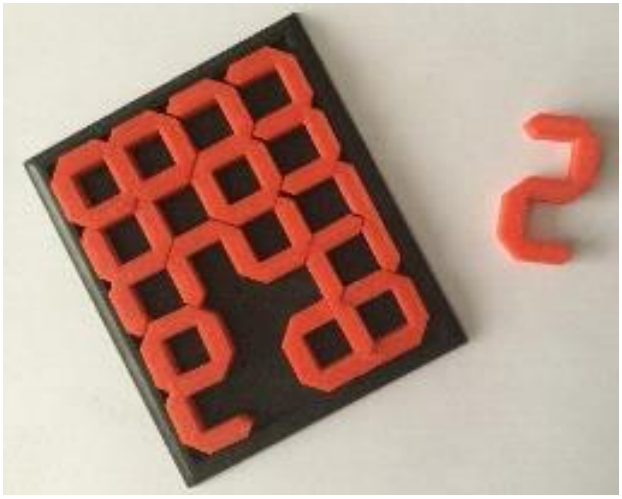
a) Quantes boletes juntes podem tenir en un enfilall?

b) Quin nombre total de boletes serà el més probable?

c) Quin nombre de boletes segur que no tindrem mai?

3. IMPRESSORA 3D

M'han regalat aquest puzle amb les 10 xifres, creat amb una impressora 3D.



Els quadres negres que es veuen en la figura són d'1 cm de costat i l'amplària de cada costat roig mesura 0,5 cm.

Descriu les figures geomètriques que formen la superfície del "2".

Quina superfície de la base cobrirà el "2"?

4. LA BOTIGA DE JOSEP

En la botiga de Josep hi ha quatre peces de vestir descomptades: uns pantalons, unes sabates, un pijama i un jersei. Joan i Maria tenen 140 € i volen comprar uns guants que costen 25 € i un vestit de 50 €. No obstant, també els han agradat les peces de roba descomptada, excepte el pijama.

a) Poden comprar tota la roba que volen o necessiten més diners?

b) Amb els diners sobrants poden comprar el pijama?

c) Quant costen les sabates? Les han pogut comprar amb els diners restants de la compra del vestit i els guants?

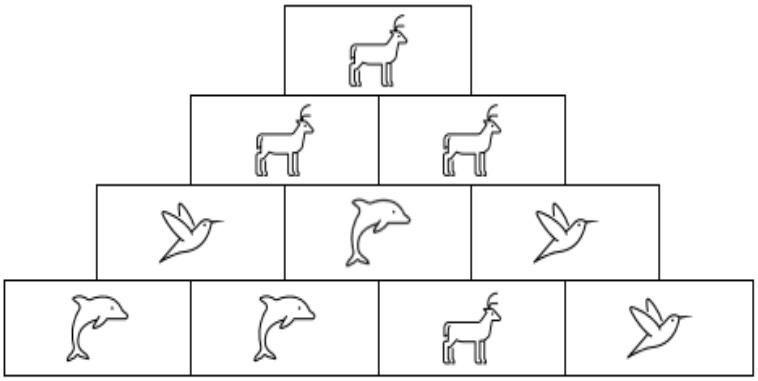
d) Quants diners necessitaríem per a comprar tots els articles?



5. PIRÀMIDES

Observa aquesta piràmide sabent que:

- El valor de cada animal és un nombre d'una xifra.
- Cada casella és la suma de les dues caselles que hi té a sota, si la suma dona un nombre d'una xifra.
- Si la suma dona un nombre de dues xifres, se sumen aquestes (exemple: $5 + 8 = 13 \rightarrow 1 + 3 = 4$).



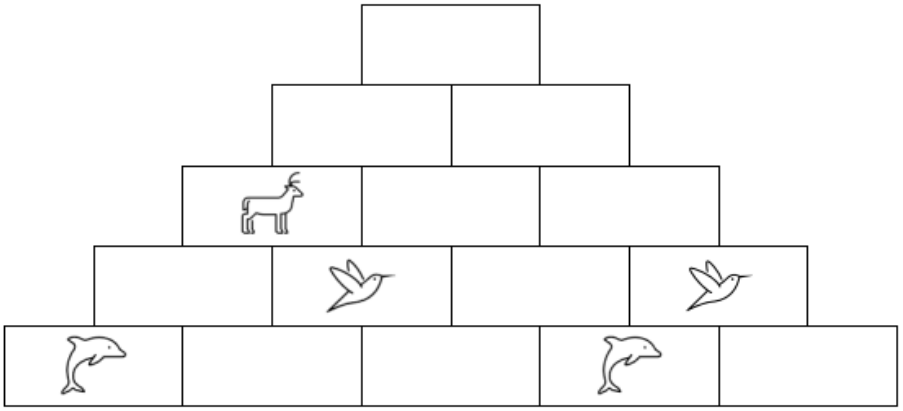
Per redactar la solució utilitza aquest codi:



a) Determina a quin valor, del 0 al 9, correspon cada símbol.

b) Pots plantejar més d'una solució?

c) Si ja tens clar els nombres que corresponen a cada símbol completa ara tu la següent piràmide:



FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE RELLEUS

1. LES BICICLETES DE LA CLASSE

A la classe de sisé de primària els 24 alumnes tenen bicicleta. La probabilitat de triar-ne un/a que tinga bicicleta de muntanya és $\frac{1}{2}$ i la probabilitat de triar-ne un/a amb bicicleta de passeig és de $\frac{2}{3}$. Com és possible?

2. REPTE DE LAIA I JOAN

Laia i Joan volen dividir un nombre de sis xifres entre un nombre de tres xifres.

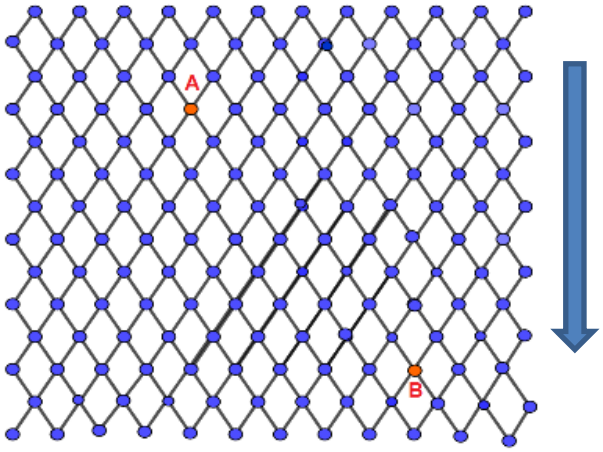
Quin és el menor quocient que en poden obtenir?

Quina divisió han de fer en aquest cas?

Quin quocient i quin residu n'obtindran?

3. CAP AL RIU EN ROMBILÀNDIA

Marta i Noa viuen a Rombilàndia. El plànol de la seua ciutat està a la figura.



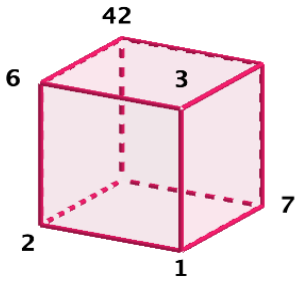
Quan passegen cap al riu agafen el camí de la dreta o el de l'esquerra i mai retrocedeixen.

a) Marta diu que **ha eixit del punt A** de la figura, cap al riu, i que ha agafat **tres vegades el camí de la dreta i quatre vegades el camí de l'esquerra**. On pot estar ara Marta? Posa una **M** en els punts als quals cregues que pot haver arribat.

b) Noa també ha fet una passejada cap al riu i **ha arribat al punt B** de la figura agafant **una vegada el camí de la dreta i quatre vegades el camí de l'esquerra.** Indica en la figura els possibles punts d'eixida de Noa amb la lletra **N**.

4. COMPLINT CONDICIONS

Quins nombres hem d'escriure en els dos vèrtexs del cub que no en tenen?



5. CONTINUA...

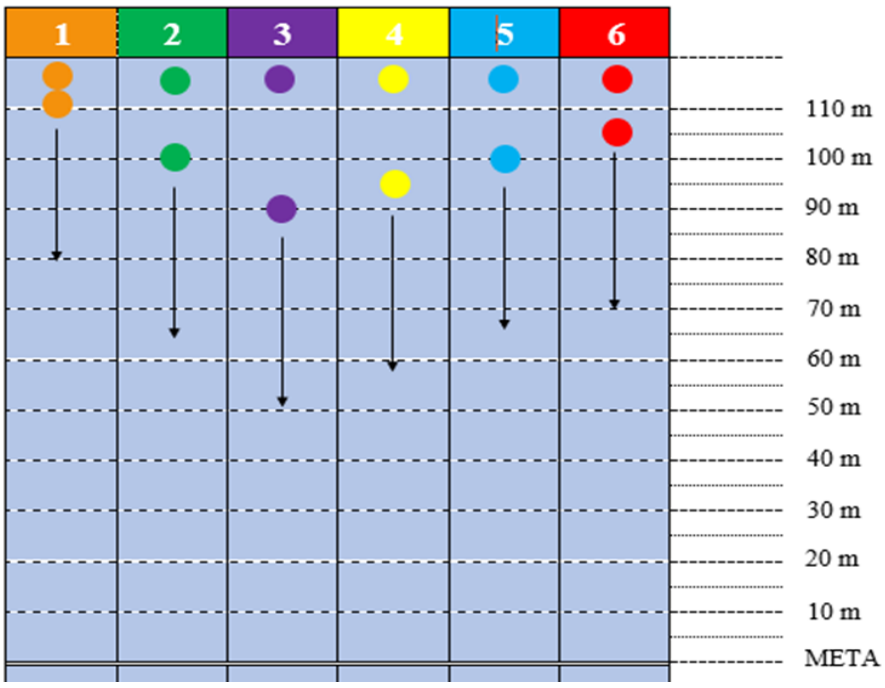
Completa aquestes sèries de nombres amb tres termes més i explica per què:

a) 1, 4, 9, 61, 52, 63, 94...

b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{8}, \frac{1}{15}, \frac{1}{24}, \frac{1}{35}, \frac{1}{48}, \frac{1}{63}$ ...

6. CURSA DE RELLEUS

En la final de cursa de relleus 4 × 100 del campionat del món d'atletisme s'ha fet una foto després de l'última posta, en què s'observa des de dalt la posició de cadascun dels corredors i la seua distància a la línia de meta.



Sabent la velocitat de cada corredor en km/hora:

Corredor	🟠	🟢	🟣	🟡	🔵	🔴
Velocitat (km/h)	28,8	38	36	40	39,6	30,6

a) Qui guanyarà la cursa? Raona la resposta.

b) Quins equips pujaran al pòdium i en quin ordre?

7. DESCOBREIX

Darrere de les següents cartes hi ha els nombres **1, 2, 3 i 4**.



Sabent que:

- El 2 té a la seua dreta l'1, i al seu costat el 3
- El 4 té a la seua esquerra, però no al seu costat, el 3.

Determina la posició de les quatre cartes.

8. EQUIP DE BÀSQUET

A l'equip de bàsquet del meu col·legi juguen Carles, Marta, Eduard, Laura i Anna i tenen aquestes característiques del seu joc durant el darrer partit jugat:

	Pes	Altura	Tirs encertats	Tirs fallats	Minuts jugats
Carles	47 kg	1,80 m	8	3	32
Marta	50 000 g	165 cm	2	8	26
Eduard	5500 dag	17 dm	8	5	18
Laura	700 hg	0,015 hm	4	10	14
Anna	53 kg	2 m	12	3	40

Interpreta la taula i respon les preguntes següents:

a) Quina és la **mitjana de pes** de l'equip, en kg?

b) Quina és la **mitjana de l'altura** dels jugadors, en cm?

c) Quin és el **rang d'encerts** de l'equip?

d) Quina és la **moda de tirs fallats** de l'equip?

e) Quina és la **mediana del minuts jugats** per tots els membres de l'equip?

9. GELATS

En el restaurant de Laia venen tres dels gelats més bons segons els seus clients: SuperChoc, Frigopeu i Dràcula.

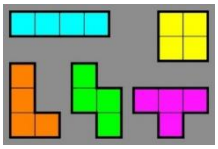
El gelat SuperChoc costa la meitat que un de Dràcula, però aquest té un descompte del 40 %.

El gelat Frigopeu ha estat molt demandat i, per tant, Laia ha pujat el seu preu 10 cèntims més que el gelat de Dràcula.

Quin gelat és el més car i quin n'és el més barat?

Justifica la teua resposta.

10. HEXAMANTS



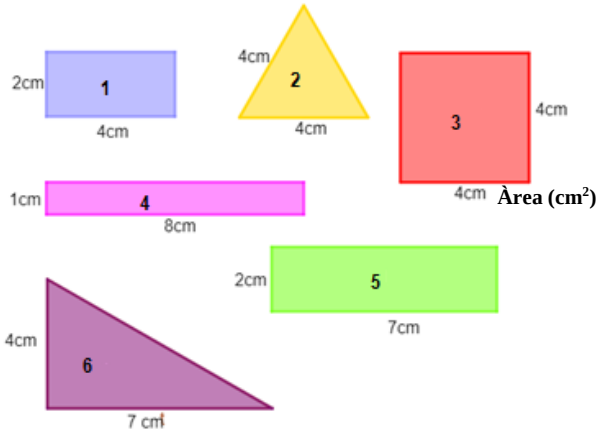
Coneixes els tetròminos? Son totes les figures que es poden construir amb quatre quadrats units per almenys un costat.

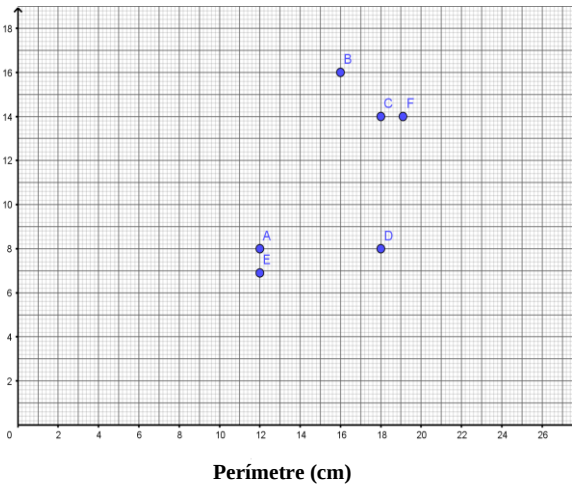
Els **Hexamants** són totes les figures que es poden construir amb sis triangles equilàters iguals units per almenys un dels costats.

Pots construir-los amb els triangles que et donem? Dibuixa'ls en aquest full per a poder puntuar-los!!

11. QUI ÉS QUI?

Observa aquestes figures i identifica cada número de la figura amb les lletres dels punts de la gràfica:



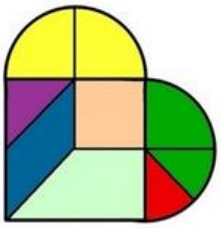


12. BOSSA DE TARONGES

Carles, Anna i Marcos van rebre una bossa de taronges de part del seu avi perquè se les menjaren durant la setmana. Carles, el dimarts es va menjar un seté de les taronges que tenien. L'Anna i els seus amics es van menjar el divendres cinc sisenes parts de les taronges que els havien quedat del dimarts. A Marcos no li agraden les taronges i no en va menjar cap. El dissabte tenien 12 taronges. Quantes taronges va portar l'avi?

13. TANGRAM AMB COR

Observa les peces que et donem. Formen el tangram del cor.



Amb aquestes peces intenta formar les figures que et presentem:



14. CARLES I LES SEUES BALES

Carles té al seu calaix 10 bales de color verd i 12 de color groc. Trau bales sense mirar:

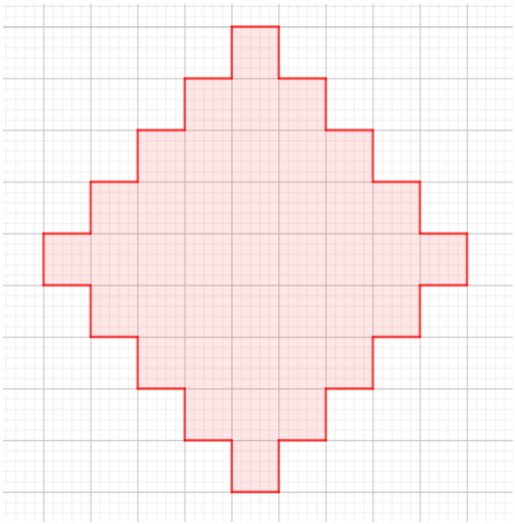
a) Quantes cal traure'n per a assegurar-se de tenir dues bales del mateix color?

b) Quantes cal traure'n per a assegurar-se de tenir dues bales de diferent color?

15. UNA ÀREA GENS COMPLEXA

En el següent polígon cada costat és perpendicular als seus costats adjacents i tots els 36 costats mesuren el mateix.

Si el perímetre del polígon es de 72 cm, quina n'és la seva àrea?



FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE CAMP

1. TORNEIG DE PING-PONG

Quatre classes de sisé de primària organitzen un torneig de ping-pong, triant 20 alumnes de cada grup que s'hauran d'enfrontar entre si amb un sistema de doble volta.



Els quatre millors de cada classe passaran a la següent fase, en la qual jugaran una lliga a una sola volta entre tots els classificats.

Quants partits jugaran?

2. PINTAR ELS BANCS

Acabem de rebre a l'institut uns nous bancs per al pati (amb les mateixes mides dels que hi ha), però han vingut desmuntats (per una banda els seients i per una altra les potes). Abans de muntar-los s'han de pintar els seients (només els seients, no les potes).



Si un pot de pintura en conté 3 litres i amb cada litre podem pintar 0'5 m^2, quants pots necessitarem per a pintar tots els bancs del pati?

3. L'HORT DE L'IES



L'alumnat de l'FPB ha pensat arreglar l'hort plantant noves varietats de plantes. Han decidit que en 2/3 parts plantaran arbres fruiters i que en la meitat de la resta del terreny, plantaran hortalisses. Quina fracció de l'hort queda lliure? Quants metres quadrats ocupa?

Nota: L'hort són sis parcel·les cultivades que estan al costat del gimnàs.

4. FER VOLTES AL PATI

Manel, Pau i Maria han recorregut el camp de futbol de tres maneres diferents. Manel amb patinet, Pau amb bicicleta i Maria corrent. Si Manel tarda 45 segons, Pau 30 segons i Maria 1 minut i 5 segons per volta i ixen tots tres al mateix temps:

- Quantes voltes han de fer per a tornar a coincidir novament a l'eixida Manel i Maria?
- Quantes voltes han de fer per a tornar a coincidir novament a l'eixida Manel i Pau?
- Quantes voltes han de fer per a tornar a coincidir novament a l'eixida Manel, Pau i Maria?



PROBLEMES DE NIVELL A

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA INDIVIDUAL

1. QUINS NOMBRES PRIMERS MÉS CURIOSOS

Tenim a continuació l'expressió de 4 nombres primers:

AA **BAB** **BACD** **AAAC**

Digues, de forma raonada, quins són aquests 4 nombres primers sabent que cada lletra representa una xifra i que les lletres iguals representen xifres iguals.

2. CADA CAIXA AMB EL SEU OBJECTE

Tenim 3 caixes i 3 objectes; una moneda, una petxina i un pésol. Cada caixa conté un objecte. Se sap que:

- La caixa verda està a l'esquerra de la caixa blava.
- La moneda està a l'esquerra del pésol.
- La caixa roja està a la dreta de la petxina.
- El pésol està a la dreta de la caixa roja.

En quina caixa està la moneda? Com estan ordenades les caixes? Descriu com has arribat a la teua resposta.

3. QUIN DESGAVELL DE PERCENTATGES!!

Un comerciant desitja etiquetar uns pantalons amb un preu de manera que en fer una rebaixa del 25 % sobre el preu anunciat encara guanye un 30 % més del que li va costar, que van ser 36 €.

a) Quin preu ha de posar en l'etiqueta?

b) Si no fa el descompte del 25 %, quin percentatge guanyarà amb la seua venda?

4. JUGANT A FRACCIONS

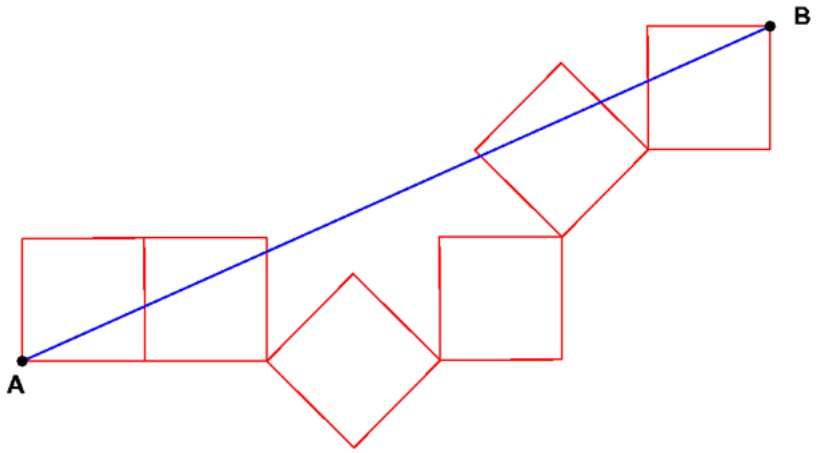
Manel i Aitana estan jugant a tirar dos daus i amb els nombres que apareixen formen fraccions menors o igual que la unitat.

Abans de fer la següent tirada Manel diu que el més probable és que isca una fracció reductible i Aitana diu que el més probable és que isca una fracció irreductible.

Sabries dir qui té raó? Quina probabilitat hi ha que la fracció siga reductible? I irreductible?

5. LA DISTÀNCIA QUADRADA

En la figura adjunta hi ha 6 quadrats d'àrea 25 cm^2 i la figura expressa fidelment la seua disposició. Calcula la distància entre els punts A i B.

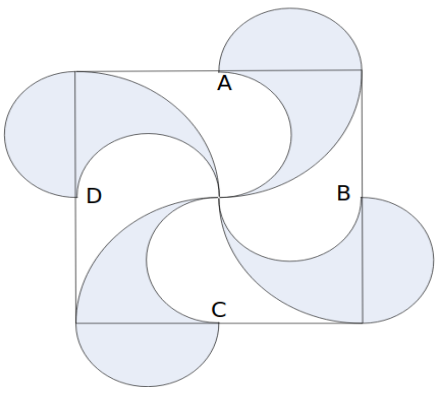


FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE RELLEUS

1. UNA ÀREA COMPLEXA

A, B, C i D són punts mitjans del quadrat de 4 cm de costat.

Calculeu el valor de l'àrea ombrejada.



2. COMPTAR LLENTILLES

Tres amics intenten encertar el nombre de llentilles d'un pot. Un diu que n'hi ha 260; un altre, 274 i un tercer que 234.

Si sabem que un s'ha equivocat de 9 llentilles, un altre de 17 i un altre de 31, però no sabem en quin ordre:

Quantes llentilles hi ha al pot? Per què?

3. DEL 0 AL 9

Utilitzant els dígits del 0 al 9, sense repetició, ompliu els espais en blanc per tal d'apropar-vos el més possible a 1 en fer la suma:

$$\begin{array}{r} 0,\bigcirc \\ 0,\bigcirc\bigcirc \\ +\ 0,\bigcirc\bigcirc\bigcirc \\ 0,\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc \\ \hline \end{array}$$

4. DIA DEL MES

En el mes de maig d'un any qualsevol hi ha quatre dijous i quatre diumenges. En quin dia de la setmana cau el 22 de maig?

5. DIVISORS

Calcula tots los divisors del número 144, i troba'n la suma de tots ells.

6. JOC DE CARTES

Pere proposa el següent joc de cartes als seus 4 amics.

—De les 10 cartes que hi ha damunt la taula, numerades de l'1 al 10, agafeu-ne 2 cadascun. I després de dir en veu alta la suma de les dues cartes, hem d'intentar endevinar a poc a poc quines cartes té cadascun.

Després d'agafar tots 2 cartes diuen:

- Joan: —Les meues cartes sumen 11.
- Carles: —Les meues, 7.
- Toni: —Les meues, 17.
- Pere: —Les meues, 4.
- Manel: —I les meues, 16.

Pots dir les cartes que té cadascun d'ells, sense tenir-ne més informació?

7. INCREÏBLE SUMA RARA

Quant sumen les xifres del nombre 10^{2022}?

I les del nombre $10^{2022} - 1$?

8. MENTIDER COMPULSIU

Una persona menteix els dilluns, dimecres i divendres, i diu la veritat els restants dies de la setmana.

Un dia diu: "Hui és divendres".

Seguidament afegeix : "Demà és dijous".

Quin dia de la setmana és?

9. "( ) I [ ]"

Posa parèntesis i/o claudàtors en cadascuna de les següents expressions perquè siguen totes certes.

$$2 \times 1 + 2 \times 3 - 2 \times 2 - 1 = 12$$

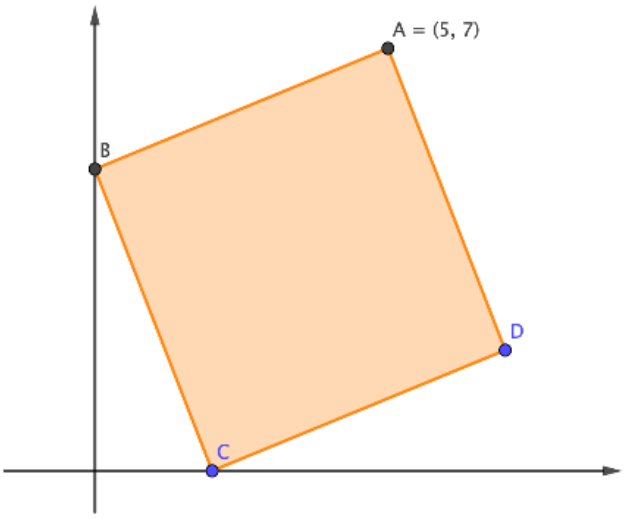
$$2 \times 1 + 2 \times 3 - 2 \times 2 - 1 = 6$$

$$2 \times 1 + 2 \times 3 - 2 \times 2 - 1 = 4$$

10. QUADRAT

Donat el quadrat ABCD, en el qual $A = (5, 7)$, troba les coordenades del punt D.

Calcula l'àrea del quadrat.



11. QUANT MESURA DANIELA?

Daniela i Laura van ser una vegada igual d'altes.

Des de llavors, Laura ha crescut el 20 %, mentre que Daniela ha crescut ¾ parts dels centímetres que ha crescut Laura.

Si Laura mesura ara 168 cm d'altura, quants cm mesura Daniela actualment?

12. RECTANGLE

Amb nou quadrats de costats iguals a: 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 i 18 cm formem un rectangle (unint-los sense deixar espais ni superposicions). Quina és la mesura de cada costat del rectangle?

13. REORDENA

Observa l'exemple d'aquesta màquina que té com a resultat 48 quan la inicies amb un 5.



Altera l'ordre de les operacions, començant pel 5, per tal que el nombre de sortida siga el major possible.

14. SUMANDS I PRODUCTES

Calcula N sabent que la quantitat de vuits sumant és 128.

$$8 + 8 + 8 + \cdots + 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \text{ (N vegades)}$$

15. UNA D'OPERACIONS

Amb les quatre operacions bàsiques $+, -, \times, \div$, amb parèntesis i amb els nombres 3, 4, 50, 7, 5, 9, calcula o aproxima't al 417. Escriu l'expressió en una única línia. (Es pot trobar de forma exacta).

Nota: S'han d'usar tots els nombres sense repetir-ne cap, però no cal que apareguen totes les operacions i aquestes sí que es poden repetir.

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE CAMP

1. CAMPIONAT DE PING-PONG

A l'IES hi ha dues taules de ping-pong al pati principal. 36 amics volen jugar una lliga entre ells. Es divideixen en dos grups i juguen tots contra tots en cada grup. Després, els quatre primers classificats de cada grup juguen els quarts de final, les semifinals i la final.

Quantes partides es jugaran en total? I, si cada partida dura uns 7 minuts i el pati 25 minuts, i decideixen que cada jornada comença quan acaba l'anterior, quants patis necessiten per a acabar la lliga?

Una jornada s'acaba quan tots han jugat el seu partit.

2. NOU SÒL

S'ha pensat canviar el sòl del porxo d'usos múltiples i la biblioteca (només el rectangle format per la prolongació del porxo que es veu a la foto) per taulells hexagonals regulars de 30 cm de costat.



Com haurien de ficar-los per a no haver de trencar cap taulell central? (Fer dibuix.)

Quants hexàgons complets haurien de ficar?

3. XARXA DE PING-PONG

Al pati de l'IES, al costat de la cafeteria, hi ha dues taules de ping-pong metàl·liques. Ens hem fixat que la xarxa no té forma rectangular i que té uns forats. Voldríem que calculàreu la seua àrea. És a dir:

Quina àrea té la xarxa de ping-pong?

4. ALTURA DE L'EDIFICI

Podríeu calcular de dues formes diferents l'altura de l'edifici de l'IES mirant des del pati on estan les escales d'emergència?

5. SEURE ALS BANCS DE PEDRA

De quantes formes diferents podeu seure els quatre, de manera que estigueu dos per banc, en els quatre seients de pedra d'aquesta zona del pati?



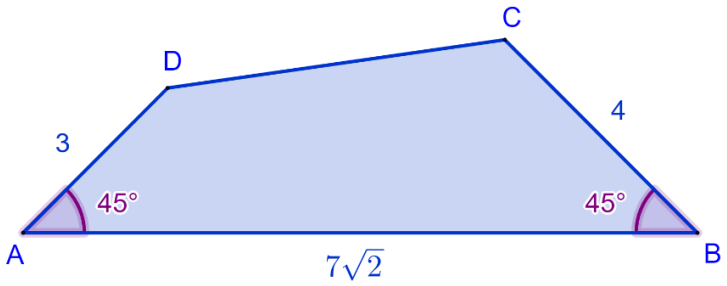
PROBLEMES DE NIVELL B

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA INDIVIDUAL

1. UNA ÀREA

D'un quadrilàter ABCD es coneixen les mesures donades en la figura adjunta:

$$AB = 7\sqrt{2}$$
$$AD = 3$$
$$CB = 4$$
$$\hat{A} = \hat{B} = 45^o$$



Calculeu la seua àrea.

2. A CALCULAR

Es té una successió $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ en la qual:

$$a_1 = 1$$
$$a_{n+1} = a_n + 5n - 3$$

Obteniu el terme general de la successió a_n i calculeu-ne el terme a_{2022}.

3. BUSCANT LES SOLUCIONS

Trobeu tots els enters no negatius a i b que verifiquen l'equació:

$$3 \cdot 2^a + 1 = b^2.$$

4. TRANSPORT DE CAIXES DE TARONGES

Un transportista reparteix caixes de taronges entre 5 magatzems. En cada magatzem entrega una caixa per cada caixa que es queda al camió. Quan ha completat totes les entregues, al camió només queda una caixa de taronges. Quantes caixes transportava inicialment?

5. COEFICIENTS DEL POLINOMI

Siga $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polinomi de segon grau amb coeficients enters. Demostreu que si existeix algun nombre enter m tal que $P(m)$, $P(m+1)$ i $P(m+2)$ són múltiples de 3, llavors els coeficients a, b i c són múltiples de 3.

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE RELLEUS

1. A COL·LOCAR NOMBRES

En la següent graella hem de col·locar tots els nombres $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ de forma que en cada fila, en cada columna i en cada diagonal s'obtinga la mateixa suma.

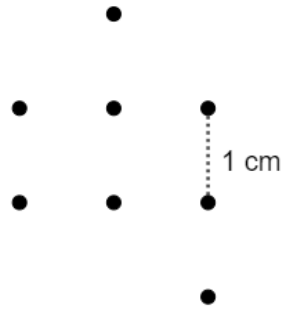
És això possible?

2	7	
		1

2. ÀREES I PERÍMETRES

Amb els seus vèrtexs situats als punts de la figura adjunta:

- Dibuixeu un triangle que tinga la màxima àrea possible i calculeu-ne el perímetre.
- Dibuixeu un triangle que tinga el major perímetre possible entre els triangles d'àrea mínima.

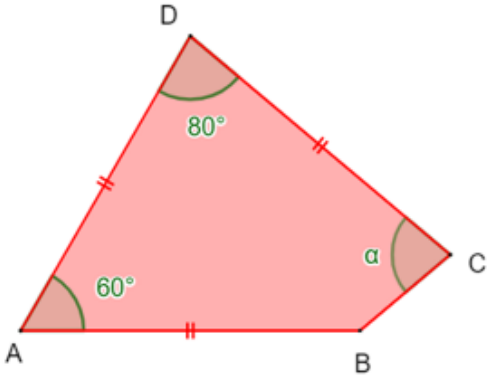


3. BUSQUEM UN ANGLE

En el quadrilàter ABCD de la figura:

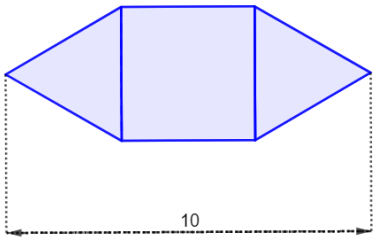
- AB = AD = DC
- L'angle en A és de 60° i l'angle en C, de 80°.

Calculeu l'angle en el vèrtex C.



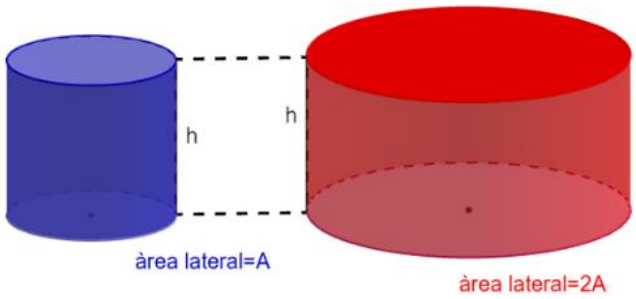
4. CÀLCUL D'UNA ÀREA

La figura adjunta està composta per un quadrat i dos triangles equilàters. Calculeu-ne l'àrea a partir de la dada numèrica que es mostra.



5. COMPARANT VOLUMS

Dani afirma que si tenim un cilindre d'altura h i àrea lateral A i un altre cilindre d'altura h i àrea lateral 2A, el segon cilindre té el doble de volum que el primer.



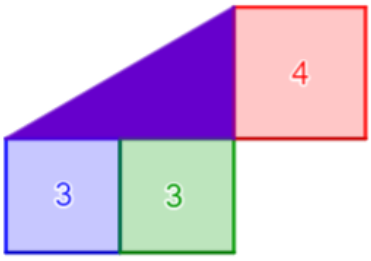
És certa aquesta afirmació?

6. ELS ANGLES DEL TRIANGLE

La figura està formada per un triangle rectangle i tres quadrats.

Cada quadrat té a l'interior un nombre que representa la seua àrea.

Calculeu els angles del triangle.



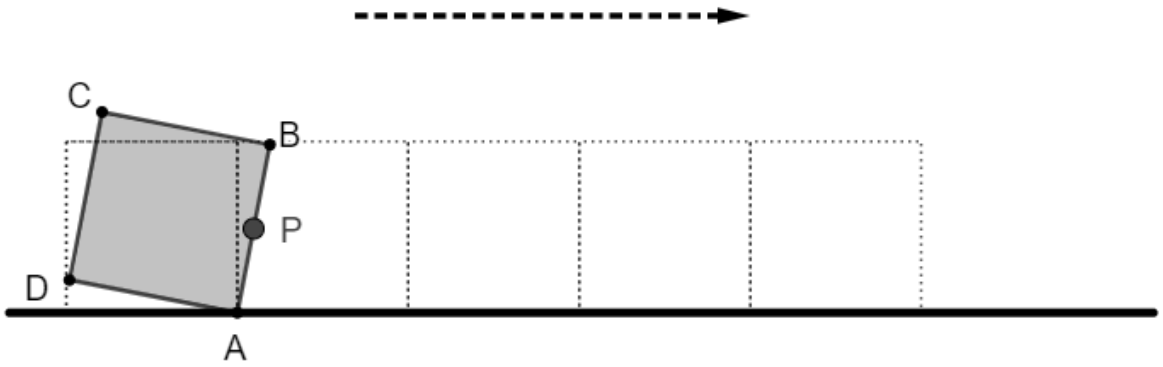
7. FENT UNA PARTICIÓ

Demostra que en qualsevol partició del conjunt {1, 2, 3, 4, 5, ..., 9} en tres subconjunts n'hi ha un d'ells que compleix que el producte dels seus nombres és major que 71.

8. GIRANT...

Desplacem una caixa quadrada ABCD, inicialment recolzada sobre el seu costat DA, fent-la girar sobre el vèrtex A fins que el costat AB quede en posició horitzontal. Continuem fent-la girar sobre el vèrtex B, sobre el C i finalment sobre el D fins a quedar de nou recolzada sobre DA.

Dibuixeu la trajectòria i calculeu la distancia recorreguda pel punt mitjà (P) del segment AB.

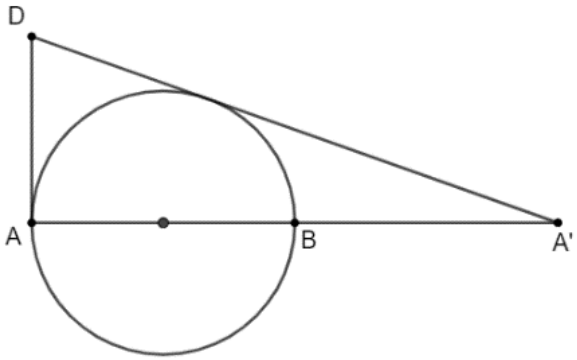


NOTA: Agafeu com a unitat de mesura la longitud del costat del quadrat.

9. LES TANGENTS

En el dibuix:

- La circumferència té de diàmetre AB.
- A' és el punt simètric de A respecte de B.
- D, la intersecció de les rectes tangents a la circumferència des dels punts A i A'.



Trobeu raonadament el valor de la raó entre la hipotenusa DA' i el catet DA del triangle.

10. QUANTITATS GRANS

Quina d'aquestes dues quantitats és més gran?

$$4^{300} \quad \text{i} \quad 12^{150}$$

11. UN CUB PINTAT DE ROIG

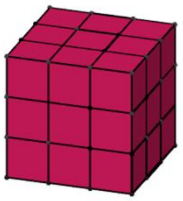
Un cub de 27 cm^3 de volum es pinta totalment de color roig i, a continuació, es divideix en 27 cubets d'1 cm^3 de volum.

a) Quants cubets tindran pintada de roig només una cara ?

b) Quants cubets tindran pintades dues cares?

c) Quants cubets en tindran pintades tres?

d) Quants no tindran cap cara pintada?

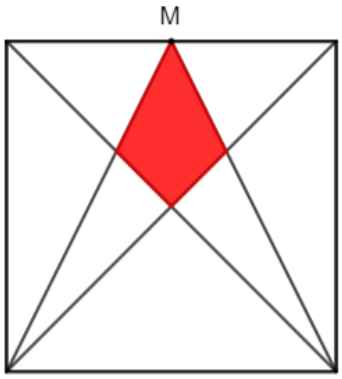


12. UNA EQUACIÓ

Resol l'equació $x + 1 = |5 - 2x|$.

13. UNA FRACCIÓ

Si M és el punt mitjà del costat superior, quina fracció del total de l'àrea del quadrat representa l'àrea del quadrilàter de color?



14. UNA RESTA

Definim R:

$$R = \underbrace{2111\ldots11}_{50}\underbrace{000\ldots00}_{50} - \underbrace{555\ldots55}_{50}$$

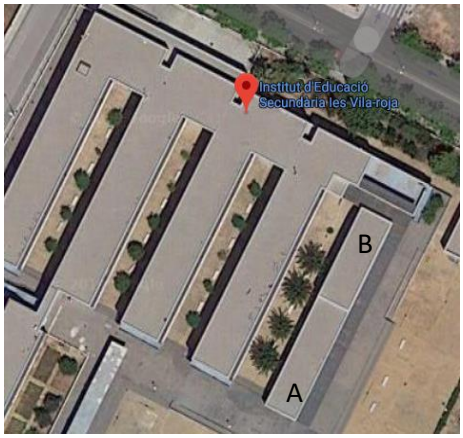
a) És R múltiple de 5?

b) És R múltiple de 45?

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE CAMP

1. FIBONACCI I L'EDIFICI

En l'IES Vila-Roja hi trobem la biblioteca (B) i l'aula d'usos múltiples (A) en un mateix edifici. Imagina que vols envoltar a peu aquest edifici (format per A i B) emprant la successió de Fibonacci; és a dir:



El primer minut avances 1 pas; el segon minut també 1 pas; el tercer, 2 passos (1 + 1); el quart minut, 3 passos (2 + 1); el cinquè minut, 5 passos (3 + 2); i així successivament.

Quant temps necessites per a envoltar tot l'edifici que forma l'aula d'usos múltiples i la biblioteca? Quina mitjana de passos farem?

Nota: En cada pas avances 80 cm.

2. ASSEURE'S EN ELS BANCS DE PEDRA

Determineu de quantes formes diferents podeu seure els quatre en els quatre seients de pedra d'aquesta zona del pati (en cada banc poden seure 0, 1, 2, 3 o 4 persones, però tots haureu d'estar asseguts).

3. CERCLE EN LA TAULA DE PING-PONG

Les potes de la taula de ping-pong formen un arc de circumferència. Podeu calcular el radi de la circumferència, la longitud de l'arc i l'àrea del tros de cercle que forma el sòl amb les potes?



4. VOLUM

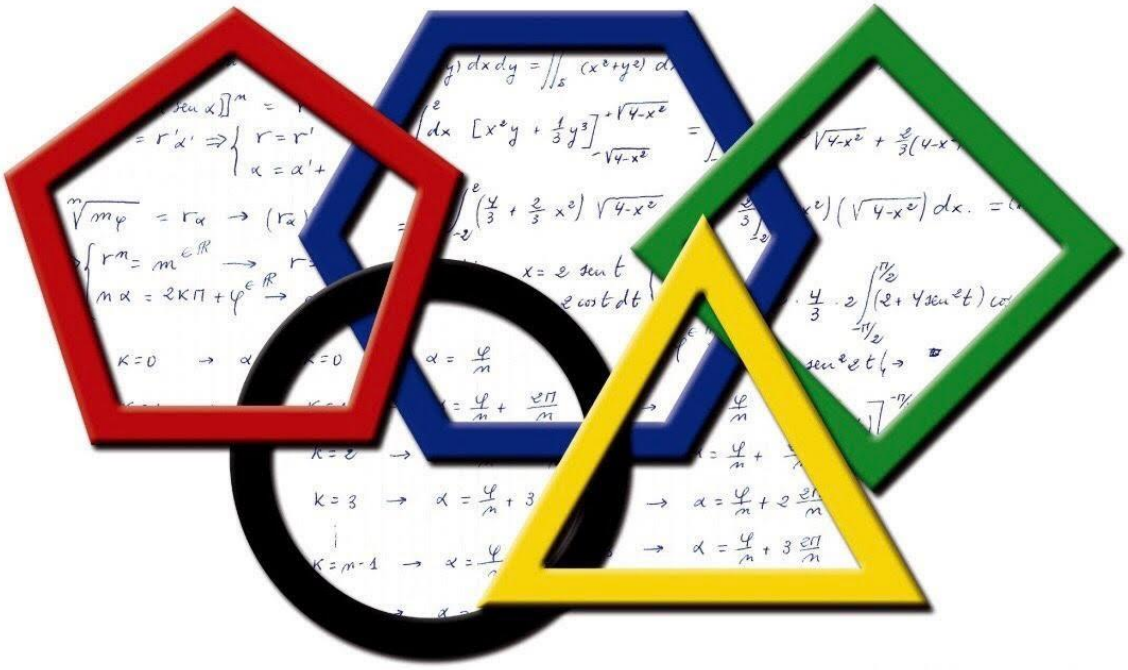
Quin volum té cada banc de pedra?

Si agafàrem la pedra i férem una paperera com la que es pot veure prop del banc i les taules de ping-pong, quina altura tindria? La base de la paperera suposarem que és cilíndrica.





SOLUCIONS



XXXII OLIMPÍADA MATEMÀTICA
FASE PROVINCIAL - CASTELLÓ

PROBLEMES DE NIVELL C

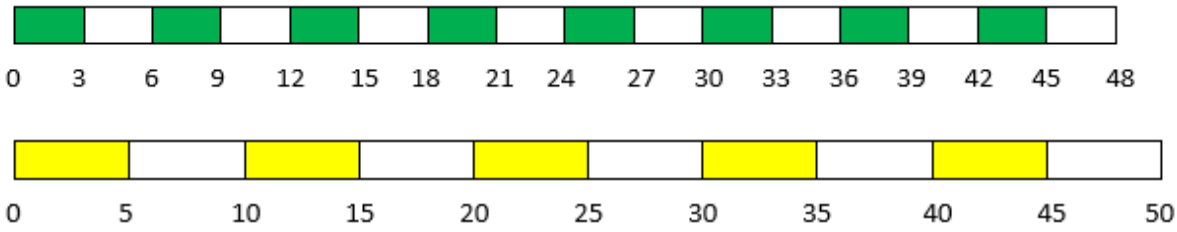
FASE COMARCAL VALÈNCIA – PROVA INDIVIDUAL

1. OBRINT PONTS!

Solució: Coincidiran oberts durant 14 hores.

Es dibuixa una línia temporal del pont A–B dividint les 48 hores de 3 en 3 i indicant si es manté obert o tancat. Es dibuixa una línia temporal paral·lela a l'anterior amb intervals de 5 hores que indicaran si es manté obert o tancat el pont B–C.

El MCM(3, 5) = 3 · 5 = 15 i s'observa que en els múltiples de 15 és moment de canviar els dos ponts a la vegada. A les 15 h coincideix que els dos ponts es tanquen al mateix temps, com a les 45 h. A les 30 h tornen a coincidir a obrir-se al mateix temps (com a les 0 h).



Com es pot veure, coincideixen en els següents intervals horaris:

0-3, 12-15, 20-21, 24-25, 30-33, 42-45.

En total 3 + 3 + 1 + 1 + 3 + 3 = 14 hores romanen oberts simultàniament per poder passar de la ciutat A a la ciutat C sense parar.

2. PER A FER-NOS COLLARETS!!

Solució:

a) Calculem totes les solucions possibles, que en són 10, ja que podem fer rasts amb 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 17 i 21 boletes:

$2+2+2=6$	$3+2+2=7$	$7+2+2=11$
$2+2+3=7$	$3+2+3=8$	$7+2+3=12$
$2+2+7=11$	$3+2+7=12$	$7+2+7=16$
$2+3+2=7$	$3+3+2=8$	$7+3+2=12$
$2+3+3=8$	$3+3+3=9$	$7+3+3=13$
$2+3+7=12$	$3+3+7=13$	$7+3+7=17$
$2+7+2=11$	$3+7+2=12$	$7+7+2=16$
$2+7+3=12$	$3+7+3=13$	$7+7+3=17$
$2+7+7=16$	$3+7+7=17$	$7+7+7=21$

b) Comptem quantes vegades ix cada quantitat total.

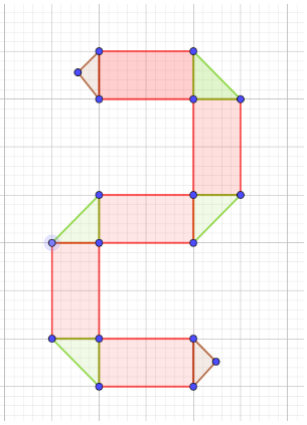
Nombre total de boletes	6	7	8	9	11	12	13	16	17	21
Freqüència (n. de vegades)	1	3	3	1	3	6	3	3	3	1

Podem observar que és més probable fer rasts de 12 boletes.

c) No podrem fer enfilalls de menys de 6 boletes ni de més de 21. Tampoc no en podrem fer de 10, 14, 15, 18, 19 o 20 boletes.

3. IMPRESSORA 3D

Solució: 3,125 cm².



Considerem la figura adjunta on podem identificar-ne els diferents elements:

La resposta a les figures geomètriques que hi ha no és única. Per exemple:

- 5 rectangles i 6 triangles
- 3 rectangles, 2 trapezis i 2 triangles
- 1 paral·lelogram, 2 trapezis i 2 pentàgons

Tampoc és única la forma de calcular l'àrea. Una:

5 rectangles de base 1 cm i altura 0,5 cm→ Àrea: $5 \times 1 \times 0{,}5 = 2{,}5$ cm².

4 triangles rectangles de base i altura 0,5 cm→ Àrea: $2 \cdot \frac{0{,}5 \times 0{,}5}{2} = 0{,}5$ cm².

2 triangles isòsceles de base 0,5 cm i altura 0,25 cm→ Àrea: $2 \cdot \frac{0{,}5 \times 0{,}25}{2} =$ $= 0{,}125$ cm^2. (També es pot emprar el raonament que aquests dos triangles equivalen a un dels triangles rectangles de l'apartat anterior.)

TOTAL: $2{,}5 + 0{,}5 + 0{,}125 = 3{,}125$ cm^2.

4. LA BOTIGA DE JOSEP

Solució:

a) Poden comprar tota la roba que volen o necessiten més diners?

$25 + 50 = 75$ $\quad 140 - 75 = 65$

Pantalons. Descompte: $60 \times 70\,\% = 42 \quad \rightarrow \quad 60 - 42 = \mathbf{18}$

Jersei. Descompte: $60 \times 30\,\% = 18 \quad \rightarrow \quad 60 - 18 = \mathbf{42}$

Sí que poden comprar tota la roba, perquè $65 - (18 + 42) = 5$

b) Amb els diners sobrants poden comprar el pijama?

No, perquè el pijama costa 9 € i sols tenen 5 € per a gastar.

Pijama. Descompte: $10 \times 10\,\% = \mathbf{1} \quad \rightarrow \quad 10 - 1 = \mathbf{9}$

c) Quant costen les sabates? Les han pogut comprar amb els diners restants de la compra del vestit i els guants?

No, perquè els queden 65 € i en necessiten 70. Falten 5 €.

Sabates. Descompte: $140 \times 50\,\% = 70 \quad \rightarrow \quad 140 - 70 = \mathbf{70}$

d) Quants diners necessitaríem per a comprar tots els articles?

$18 + 42 + 9 + 70 + 50 + 25 = \mathbf{214}$ € en total.

5. PIRÀMIDES

Solució:

a) Si comencem per dalt: $C + C = C \rightarrow C = 0$ o $C = 9$, ja que $0 + 0 = 0$ i $9 + 9 = 18 \rightarrow 1 + 8 = 9$.

Si $\mathbf{C = 0}$, tenim $D + P = 0$ i $\mathbf{C = P = D = 0}$. És una solució (trivial).

Si $\mathbf{C = 9}$, exceptuant-ne el 0, qualsevol nombre d'una xifra que sumem amb 9 dona el mateix nombre:

$9 + 1 = 10 \rightarrow 1 + 0 = 1$ $\quad 9 + 2 = 11 \rightarrow 1 + 1 = 2$ $\quad \ldots$

Per tant, $P + 9 = P$ i $D + 9 = D$, sempre.

Dels altres triangles observem que s'ha de complir $P + D = 9$ i $D + D = P$.

Valor D	**0**	1	2	**3**	4	5	**6**	7	8	**9**
D + D	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Valor P = 2D	**0**	2	4	**6**	8	1	**3**	5	7	**9**
P + D	0	3	6	9	12	6	9	12	15	18
Valor P + D = C	**0**	3	6	**9**	3	6	**9**	3	6	**9**

b) Com a conclusió de l'anterior, obtenim quatre possibles solucions:

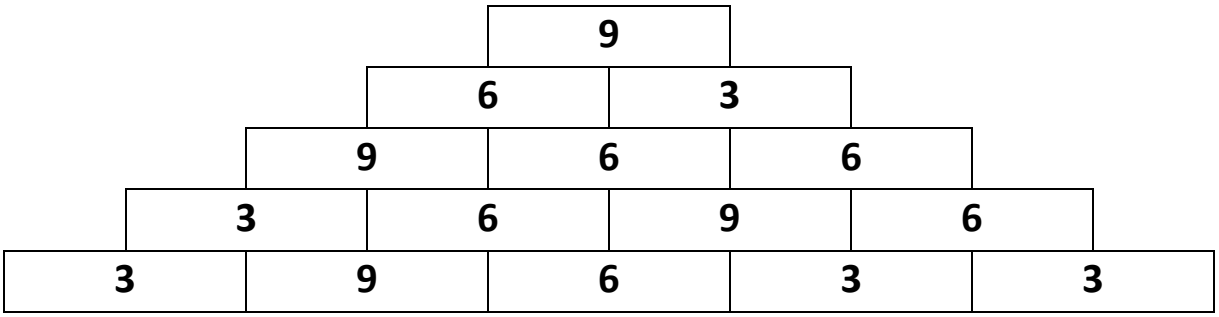
Solució 1: C = 9 ; D = 3 ; P = 6

Solució 2: C = 9 ; D = 6 ; P = 3

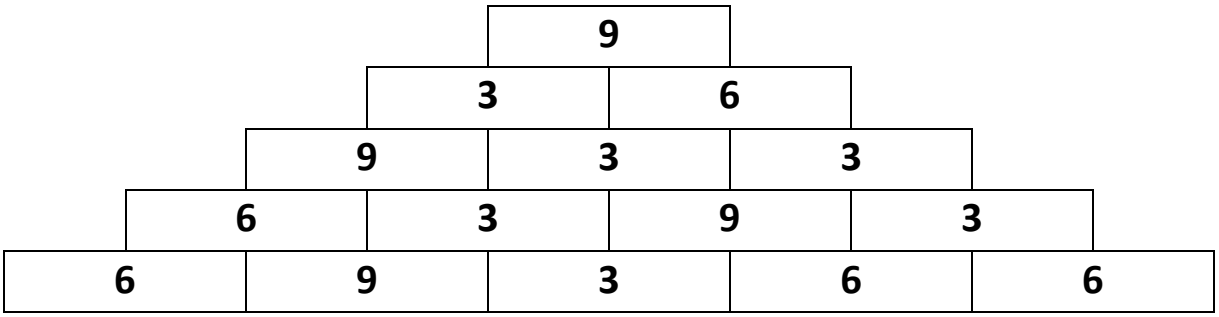
Solució 3: C = 0 ; D = 0 ; P = 0

Solució 4: C = 9 ; D = 9 ; P = 9

c) Amb la solució 1:



Amb la solució 2:



Amb la solució 3: La piràmide té totes les cel·les 0.

Amb la solució 4: La piràmide té totes les cel·les 9.

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE RELLEUS

1. LES BICICLETES DE LA CLASSE

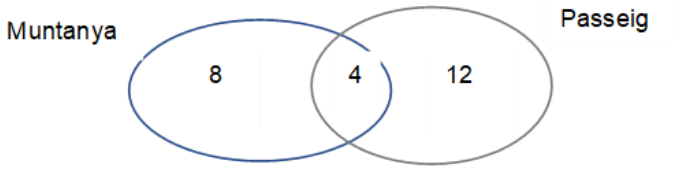
Solució:

És possible perquè hi ha:

$\frac{1}{2}$ de $24 = 12$ alumnes que tenen bicicleta de muntanya.

$\frac{2}{3}$ de $24 = 16$ alumnes que tenen bicicleta de passeig.

Però $12 + 16 = 28 \rightarrow 4$ alumnes tenen bicicleta de muntanya i de passeig.



2. REPTE DE LAIA I JOAN

Solució:

El menor quocient s'obtindrà prenent com a dividend el menor nombre de 6 xifres i com a divisor el major nombre de tres xifres:

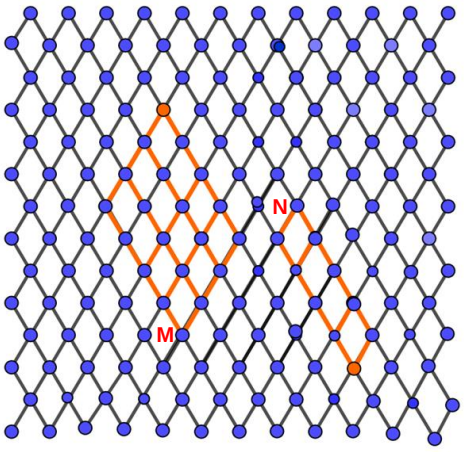
100000	999
100	100

El menor quocient que en podem obtenir és 100 i el residu 100.

3. CAP AL RIU EN ROMBILÀNDIA

Solució:

Els punts d'aplegada de Marta i d'eixida de Noa són únics.



4. COMPLINT CONDICIONS

Solució: Els nombres són 14 i 21.

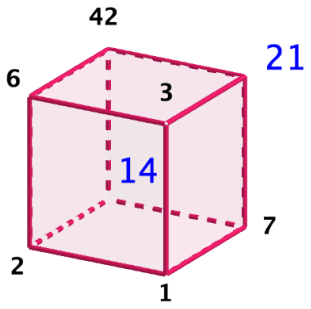
De l'única cara que té tots els nombres podem concloure que compleixen que els productes dels nombres de les diagonals coincideixen:

$$6 \times 1 = 2 \times 3$$

Per tant, els nombres que falten són:

$$6 \cdot x = 3 \cdot 42 \rightarrow x = 21$$

$$21 \cdot y = 7 \cdot 42 \rightarrow y = 14$$



5. CONTINUA ...

Solució:

a) Es tracta dels quadrats dels primers nombres, escrits a l'inrevés. Així, els següents tres nombres serien **46, 18, 1** (100 a l'inrevés és 001, o siga 1).

b) Es tracta de fraccions de numerador 1 i denominador els nombres anteriors als quadrats perfectes, començant per $2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$. En general, $a_n = (n+1)^2 - 1$.

Així, els següents termes són $\mathbf{\frac{1}{80}}, \mathbf{\frac{1}{99}}, \mathbf{\frac{1}{120}}$.

6. CURSA DE RELLEUS

Solució:

Convé passar la velocitat de km/h a m/s.

No fa falta convertir-les totes; només les posicions 2, 3, 4 i 5, ja que el corredor 1 i el corredor 6 van els últims i corren a velocitats inferiors a les dels altres quatre corredors.

- Corredor 2 → $38 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\text{km}} = \frac{38 \cdot 1000}{3600} \approx 10{,}56\text{ m/s}$
- Corredor 3 → $36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\text{km}} = \frac{36 \cdot 1000}{3600} = 10\text{ m/s}$
- Corredor 4 → $40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\text{km}} = \frac{40 \cdot 1000}{3600} \approx 11{,}11\text{ m/s}$
- Corredor 5→ $39{,}6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{ h}}{3600\text{ s}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\text{km}} = \frac{39{,}6 \cdot 1000}{3600} = 11\text{ m/s}$

A continuació obtenim el temps que necessita cada corredor per a arribar a la meta en funció de la seua velocitat i els metres que li falten per recórrer.

- Corredor 2 → $\frac{100}{10{,}56} \approx 9{,}47$ s
- Corredor 3 → $\frac{90}{10} = 9$ s
- Corredor 4 → $\frac{95}{11{,}11} = 8{,}55$ s
- Corredor 5 → $\frac{100}{11} \approx 9{,}09$ s

El guanyador és el corredor que tarda menys temps, el corredor 4, que tarda 8,55 s per a arribar a la meta.

El pòdium queda de la següent manera.

1. Corredor 4 : 8,55 s
2. Corredor 3 : 9 s
3. Corredor 5 : 9,09 s

NOTA: El guanyador està basat en la forma de córrer d'Usain Bolt, que no començava les curses el primer però acabava guanyant-les.

7. DESCOBREIX

Solució:

La solució no és única:

2 – 3 – 1 – 4 **3 – 2 – 4 – 1** **3 – 2 – 1 – 4**

8. EQUIP DE BÀSQUET

Solució: a) 55 kg; b) 173 cm; c) 10 encerts; d) 3 tirs; e) 26 min.

a) 50 000 g = 50 kg; 5500 dag = 55 kg; 700 hg = 70 kg. En total:

$$47 + 50 + 55 + 70 + 53 = 275 \text{ kg}$$

275 kg : 5 jugadors = 55 kg → La mitjana de pes de l'equip és 55 kg.

b) 1,8 m = 180 cm; 17 dm = 170 cm; 0,015 hm = 150 cm; 2 m = 200 cm

$$180 + 165 + 170 + 150 + 200 = 865 \text{ cm}$$

865 cm : 5 jugadors = 173 cm → La mitjana de l'altura és 173 cm.

c) $12 - 2 = 10$ → El rang d'encerts de l'equip és 10 encerts.

d) 3 és el més freqüent → La moda de tirs fallats és 3.

e) Com que $14 < 18 < 26 < 32 < 40$ → La mitjana de minuts jugats és 26 minuts.

9. GELAT

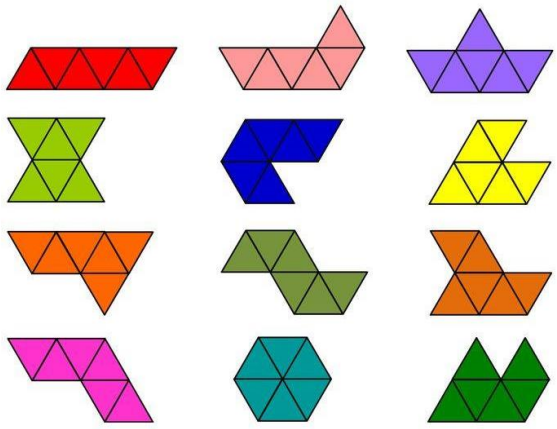
Solució:

Gelat	**Preu**	**Resposta**
SuperChoc	1/2 Dràcula	Més barat
Dràcula	–40 % (paga més de la meitat)	
Frigopeu	10 cèntims més que el Dràcula	Més car

10. HEXAMANTS

Solució:

Tan sols hi ha 12 hexamants:



11. QUI ÉS QUI?

Solució:

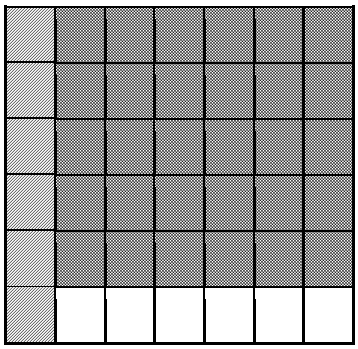
	Fig. 1	**Fig. 2**	**Fig. 3**	**Fig. 4**	**Fig. 5**	**Fig. 6**
Perímetre (cm)	12	12	16	18	18	19,06
Àrea (cm^2)	8	6,92	16	8	14	14
PUNT	**A**	**E**	**B**	**D**	**C**	**F**

Nota: Per a calcular el perímetre de la figura 6 i l'àrea de la figura 2 caldria aplicar el teorema de Pitàgores però no es demana calcular-los, sinó sols identificar els punts; així que es pot fer per comparacions i descart.

12. BOSSA DE TARONGES

Solució: 84 taronges.

- Solució gràfica dels repartiments:

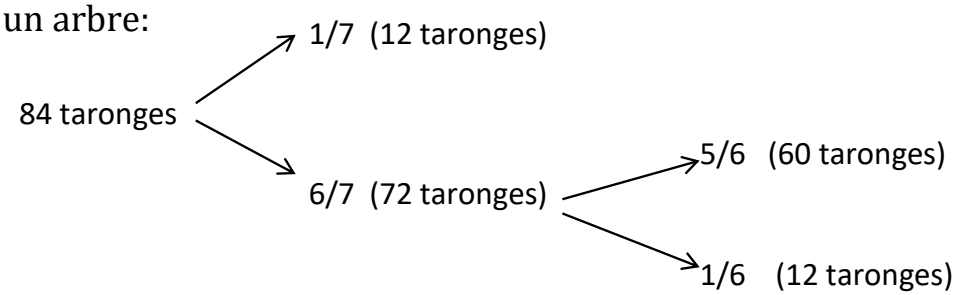


Oblic: Menjat dimarts (1/7 del total). Fem una columna en blau i dibuixem 6 columnes més a la dreta, que representen els 6/7 que deixen.
Tramat: Menjat divendres (5/6 de la zona no fosca). Representem la nova partició en files. Ombregem 5 files i en queda una sense color.
Zona sense ombrejar representa 12 taronges → Un quadrat representarà 2 taronges.

- Si emprem el mètode de darrere cap a avant:

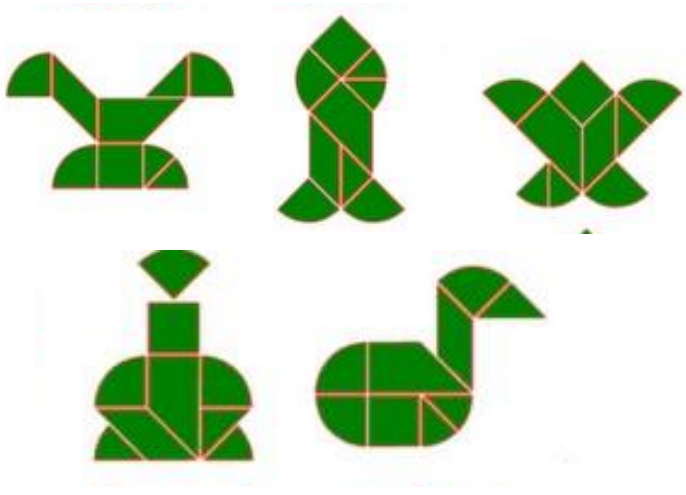
Queden 12 taronges (1/6 de les que hi havia divendres):
Divendres se'n van menjar $12 \cdot 5 = 60$ taronges.
Dimarts van deixar 72 taronges que són 6/7 de les que hi havia (Carles n'havia menjat 1/7):
Hi havia 72: $6 \cdot 7 = 84$ taronges en total.

- Amb un arbre:



13. TANGRAM AMB COR

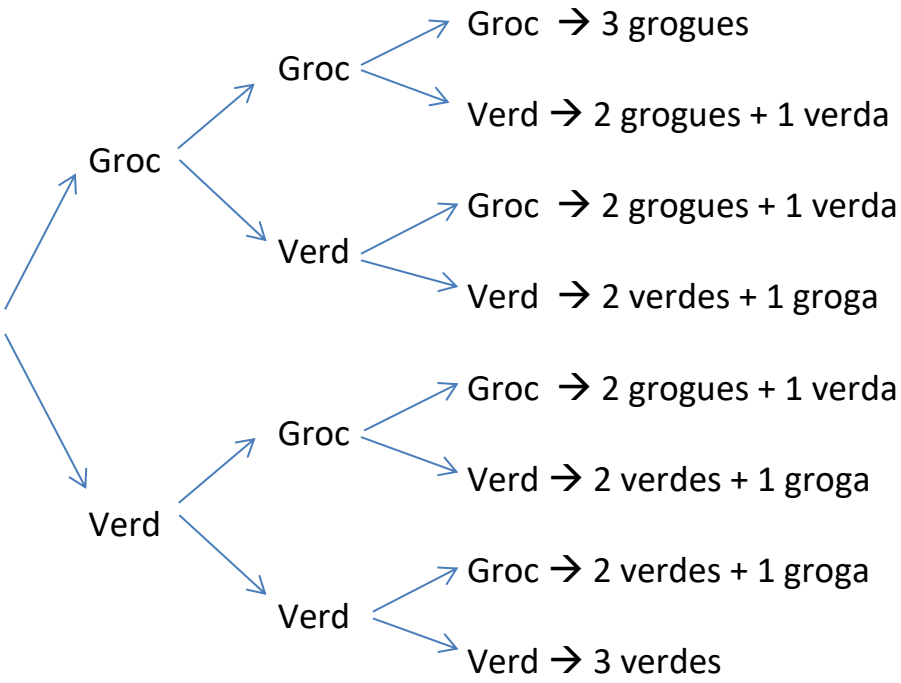
Solució:



14. CARLES I LES SEUES BALES

Solució:

a) Necessita traure'n tres perquè, si analitzem totes les possibilitats, pot passar que:



b) Per a assegurar-se diferent color cal traure 13 bales del calaix, perquè el cas més negatiu per al seu propòsit seria traure en primer lloc les 12 boles grogues (el conjunt més gran) i, en eixe cas, en necessitaria una més per a tenir-ne una verda.

15. UNA ÀREA GENS COMPLEXA

Solució: 164 cm².

En la figura hi ha 36 segments, el costat serà: $x = \frac{72}{36} = 2$ cm.

El nombre de quadrats es $2 \cdot (1 + 3 + 5 + 7) + 9 = 41$.

L'àrea : $41 \cdot 2^2 = 164$ cm^2.

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE CAMP

1. TORNEIG DE PING-PONG

Solució: 1640 partits.

Per a comptar el nombre de partits que fem en una volta:

- 1r. jugador juga contra els 19 oponents. Eliminem el jugador.
- 2n. jugador juga contra 18 que en queden. Eliminem el jugador.
- 3r. jugador juga contra 17 que en queden. Eliminem el jugador.

⋮

- 19é. jugador juga contra el que en queda. Eliminem el jugador.
- 20é. ja ha jugat contra tots.

Total $= 19 + 18 + 17 + \cdots + 1 + 0 = 190$ partits.

Com que la competició és a dues voltes: $2 \cdot 190 = 380$ partits per classe.

Amb 4 classes, $380 \cdot 4 = 1520$ partits.

La segona fase comença amb 16 jugadors. Raonant com hem fet abans, tenim: $15 + 14 + 13 + \cdots + 2 + 1 + 0 = 120$ partits.

Per tant el total de partits és: $1520 + 120 = 1640$ partits.

2. PINTAR ELS BANCS

Solució: 44 pots.

Primer cal calcular la superfície total del seient. Com que té forma de caixa (ortòedre), té 6 cares iguals dos a dos.

Mesures: 199 cm de llarg, 59,5 cm d'ample i 9,5 cm d'alt. Les àrees:

$$\text{À}_{\text{seient}} = 199 \cdot 59{,}5 = 11\,840{,}5 \text{ cm}^2 = 1{,}18405 \text{ m}^2$$

$$\text{À}_{\text{frontal}} = 199 \cdot 9{,}5 = 1890{,}50 \text{ cm}^2 = 0{,}18905 \text{ m}^2$$

$$\text{À}_{\text{lateral}} = 59{,}5 \cdot 9{,}5 = 565{,}25 \text{ cm}^2 = 0{,}056525 \text{ m}^2$$

$$\text{À}_{\text{total}} = 2 \cdot (1{,}18405 + 0{,}18905 + 0{,}056525) = 2{,}85925 \text{ m}^2$$

En total al pati hi ha 23 bancs; per tant $\text{À} = 2{,}85925 \cdot 23 = 65{,}76275 \text{ m}^2$.

Si amb un litre pintem 0,5 m^2, per a cada 1 m^2 necessitem 2 l. Per tant:

$$\text{L}_{\text{totals}} = 2 \cdot 65{,}76275 = 131{,}5255 \text{ l.}$$

Si cada pot té 3 litres de pintura, se'n necessiten $131{,}5255 \div 3$ pots, és a dir, uns 43,84 pots de pintura i, per tant, hauríem de comprar-ne 44.

3. L'HORT DE L'IES

Solució: Queda lliure 1/6 , que són 20,25 m² .

Com que 2/3 del terreny estan plantats d'arbres fruiters, queda 1/3 del terreny per a la resta. D'aquesta tercera part la meitat, que és 1/6 del total, està dedicada a hortalisses i l'altra meitat, 1/6, queda lliure.

Com que hi ha 6 parcel·les iguals, la sisena part que queda lliure representa una parcel·la. Per tant la solució es pot trobar mesurant una parcel·la i calculant-ne l' àrea.

Cada parcel·la és un rectangle i mesura 3 m × 6,75 m. Per tant, l'àrea és:

$$\text{À} = 3 \cdot 6{,}75 = 20{,}25 \text{ m}^2.$$

4. FER VOLTES AL PATI

Solució:

Primerament passarem a segons el temps que tarda cada participant a donar una volta. Obtenim que Manel tarda 45 s, Pau 30 s i Maria 65 s. Com que han eixit tots al mateix temps, podem resoldre el problema amb l'ajuda del mínim comú múltiple (m. c. m.). El trobarem amb el mètode de descomposició factorial. Tenim:

$$45 = 3^2 \cdot 5 \qquad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \qquad 65 = 5 \cdot 13$$

Per a calcular quan es troben Manel i Maria emprarem el $\text{MCM}(45, 65) = 3^2 \cdot 5 \cdot 13 = 585$ segons. Si ho passem a voltes:

Manel fa $585 : 45 = 13$ voltes i Maria fa $585 : 65 = 9$ voltes.

Per a calcular quan es troben Manel i Pau farem el $\text{MCM}(45, 30) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$ segons. Si ho passem a voltes:

Manel fa $90 : 45 = 2$ voltes i Pau fa $90 : 30 = 3$ voltes.

Per a calcular quan es troben Manel, Pau i Maria podem trobar el $\text{MCM}(45, 30, 60) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13 = 1170$ segons. Si ho passem a voltes:

Manel fa $1170 : 45 = 26$ voltes, Pau fa $1170 : 30 = 39$ voltes i Maria fa $1170 : 65 = 18$ voltes.

PROBLEMES DE NIVELL A

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA INDIVIDUAL

1. QUINS NOMBRES PRIMERS MÉS CURIOSOS

Solució: 11, 919, 9173 i 1117.

Totes les lletres han de ser xifres imparelles, ja que, si no és així, els nombres no seran primers.

Cap xifra pot ser 5, perquè les quatre lletres ocupen la posició de les unitats i convertirien el nombre en múltiple de 5.

- Si AA és primer, només pot ser l'11.
- Aleshores AAAC serà de la forma 111C. C no pot ser ni 3 ni 9, perquè si fora així 111C seria múltiple de 3. Aleshores C ha de ser necessàriament 7.
- Si B1B és primer, aleshores B ha de ser 3 o 9. Si $B = 3 \rightarrow D = 9$ i el nombre $BACD = 3179$, que és múltiple d'11. Açò no és possible perquè el nombre ha de ser primer. Aleshores, $B = 9$ i $D = 3$.

Per tant, els nombres són: 11, 919, 9173 i 1117.

2. CADA CAIXA AMB EL SEU OBJECTE

Solució:

D'esquerra a dreta les caixes i els objectes estan ordenats de la següent forma:

OBJECTE:	Petxina	Moneda	Pésol
COLOR CAIXA:	Verda	Roja	Blava

La moneda està en la caixa roja.

3. QUIN DESGAVELL DE PERCENTATGES!!

Solució: a) 62,40 € ; b) 73,333... %.

a) Si vol guanyar un 30%, vol dir que després de la rebaixa valdrà:

$$1{,}3 \cdot 36 = 46{,}8\ €$$

Si després de la rebaixa d'un 25 % val 46,8 euros, plantegem la següent equació:

$$0{,}75x = 46{,}8$$

$x = 46{,}8 : 0{,}75 = 62{,}40$ € és el preu que ha de posar en l'etiqueta.

b) Si no fa el descompte del 25% i el ven a 62,40 €, quan l'ha comprat per 36 €, el percentatge que guanyarà el podem obtenir així:

$62{,}4 : 36 = 1{,}7\hat{3} \rightarrow 1{,}7\hat{3} - 1 = 0{,}7\hat{3}$. És a dir, guanyarà un $73,\hat{3}$ %.

4. JUGANT A FRACCIONS

Solució: P[F. reductible] = 0,3888...; P[F. irreductible] = 0,6111...

Fem una graella amb tots els casos possibles:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6
2	1/2	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6
3	1/3	2/3	3/3	3/4	3/5	3/6
4	1/4	2/4	3/4	4/4	4/5	4/6
5	1/5	2/5	3/5	4/5	5/5	5/6
6	1/6	2/6	3/6	4/6	5/6	6/6

Les caselles ombrejades contenen els casos amb fracció reductible.

En total, 14 casos.

P(la fracció siga reductible) $= 14/36 = 0{,}3\hat{8}$

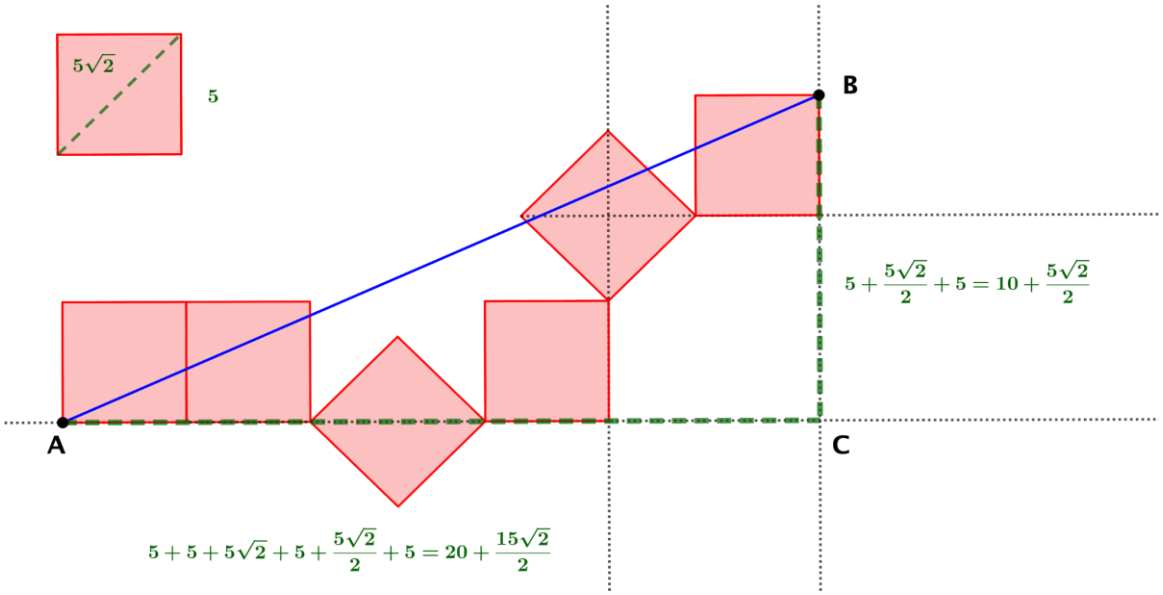
P(la fracció siga irreductible) $= 1 - 0{,}3\hat{8} = 0{,}6\hat{1}$

Com veiem, té raó Aitana.

5. LA DISTÀNCIA QUADRADA

Solució: La distància és, aproximadament, 33,47 cm.

- *Mètode 1:*



Utilitzant el teorema de Pitàgores per a calcular primer la diagonal del quadrat i després la hipotenusa del triangle rectangle ABC, tenim:

$$d(A,B)=\sqrt{\left(20+\frac{15\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(10+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{625+350\sqrt{2}}\approx 33{,}47\text{ cm}$$

- *Mètode 2:*

Com que la figura és un plànol a escala:

<u>Plànol</u>	<u>Realitat</u>
1,4 cm	5 cm
9,3 cm	x

$$\Longrightarrow x=\frac{9{,}3\cdot 5}{1{,}4}\approx 33{,}21\text{ cm}$$

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE RELLEUS

1. UNA ÀREA COMPLEXA

Solució: 4π cm².

Cal veure que els quatre semicercles ombrejats de la superfície exterior al quadrat equivalen exactament als quatre semicercles blancs que apareixen en dividir el quadrat en quatre quadrats iguals. Aleshores, la superfície total ombrejada equival a quatre quarts d'un cercle de radi 2.

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi \approx 12{,}57 \text{ cm}^2$$

2. COMPTAR LLENTILLES

Solució: 243 llentilles.

Cadascun pot equivocar-se per defecte o per excés.

	260	**274**	**234**	
Un s'equivoca de 9	269	283	**243**	El 3r. s'equivoca de 9 per defecte
	251	265	225	
Un s'equivoca de 17	277	291	251	El 1r. s'equivoca de 17 per excés
	243	257	217	
Un s'equivoca de 31	291	305	265	El 2n. s'equivoca de 31 per excés
	229	**243**	203	

Aleshores són 243 les llentilles que hi ha al pot.

3. DEL 0 AL 9

Solució: N'hi més d'una. Per exemple:

$$\begin{array}{r} 0{,}0 \\ 0{,}48 \\ 0{,}367 \\ +\ 0{,}1529 \\ \hline 0{,}9999 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}5 \\ 0{,}07 \\ 0{,}246 \\ +\ 0{,}1839 \\ \hline 0{,}9999 \end{array}$$

4. DIA DEL MES

Solució: Dilluns.

Maig és un mes de 31 dies. Té quatre setmanes senceres i tres dies més. Entre dijous i diumenge hi ha dos dies i entre diumenge i dijous tres. Per tant els tres dies han de ser dilluns, dimarts i dimecres. Si hi ha 4 dijous i 4 diumenges, el dia 1 ha de ser dilluns.

1			X			X
8			X			X
15			X			X
22			X			X
29	**30**	**31**				

Aleshores el dia 22 de maig serà dilluns.

5. DIVISORS

Solució:

Els divisors de 144 són: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144.

La seua suma és 403.

6. JOC DE CARTES

Solució:

Les cartes de Pere sumen 4. Només pot tenir l'1 i el 3.

Aleshores Carles ha de tenir el 2 i el 5, ja que l'1 i el 6 i el 3 i el 4 no són possibles perquè Pere té l'1 i el 3.

Seguint el raonament, Joan té el 4 i el 7, Manel el 6 i el 10 i Toni el 8 i el 9.

7. INCREÏBLE SUMA RARA

Solució: a) 1; b) 18198.

a) $10^{2022} = 100000000 \ldots \Rightarrow 1 + 0 + 0 + 0 + \cdots + 0 = 1$

b) $10^{2022} - 1 = 100000 \ldots - 1 = 9999 \cdots 9999$ (2022 xifres 9) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 9 + 9 + 9 + \cdots + 9 = 9 \cdot 2022 = 18\,198$$

8. MENTIDER COMPULSIU

Solució: Dilluns.

És evident que menteix, perquè diu dues frases contradictòries. Aleshores no pot ser divendres ni dimecres.

Si menteix i no és ni dimecres ni divendres, ha de tractar-se de dilluns.

9. "( ) I [ ]"

Solució:

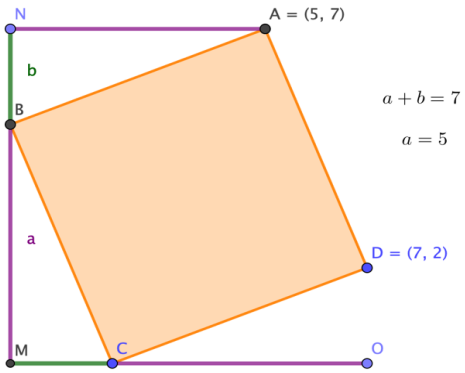
$$2 \times (1 + 2 \times 3) - 2 \times (2 - 1) = 12$$

$$2 \times 1 + 2 \times 3 - 2 \times (2 - 1) = 6$$

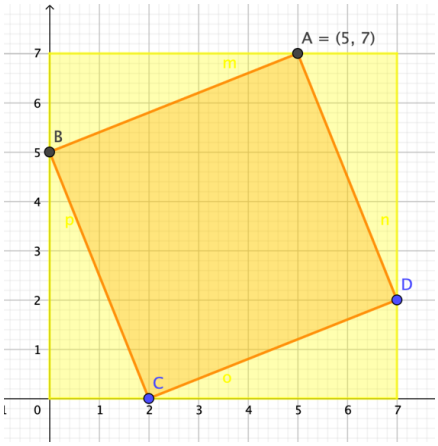
$$2 \times 1 + 2 \times (3 - 2) \times (2 - 1) = 4$$

10. QUADRAT

Solució:



Coordenades del punt D (7,2)



$$l = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29}\ \text{u}$$

$$\text{À} = l^2 = 29\ \text{u}^2$$

L'àrea és de 29 u^2.

11. QUANT MESURA DANIELA?

Solució: 161 cm.

Laura mesura ara 168 cm i com que ha crescut un 20 %:

$$a + a \cdot 0{,}20 = 168 \rightarrow a \cdot 1{,}20 = 168 \rightarrow a = 168/1{,}20 = 140 \text{ cm}$$

Laura i Daniela mesuraven 140 cm. Per tant Laura ha crescut 28 cm.

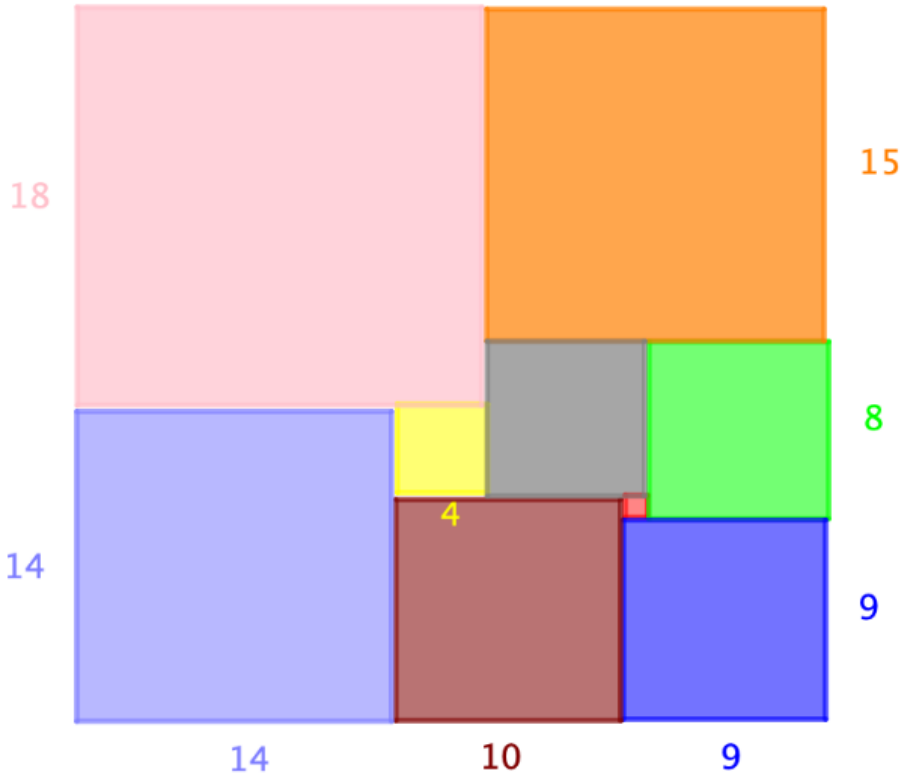
Daniela ha crescut ¾ parts de 28, ha crescut 21 cm i mesura:

$$140 + 21 = 161 \text{ cm}$$

Daniela mesura 161 cm.

12. RECTANGLE

Solució: Un costat mesura 23 cm i l'altre 32 cm.



13. QUADRAT

Solució:

Estudi amb un diagrama d'arbre de totes les possibilitats:

$$5\begin{cases}-2=3\begin{cases}+9=12\{\cdot 4=48\\ \cdot 4=12\{+9=21\end{cases}\\ +9=14\begin{cases}-2=12\{\cdot 4=48\\ \cdot 4=56\{-2=54\end{cases}\\ \cdot 4=20\begin{cases}-2=18\{+9=27\\ +9=29\{-2=27\end{cases}\end{cases}$$

El major valor possible és 54:



14. SUMANDS I PRODUCTES

Solució: 10.

$$8+8+8+\cdots+8=2\cdot 2\cdot 2\cdots 2 \text{ (N vegades)}$$

$$8\cdot 128=2^N$$

$$8\cdot 128=2^3\cdot 2^7=2^{10}=2^N$$

$$2^{10}=2^N\rightarrow \boldsymbol{N=10}$$

15. UNA D'OPERACIONS

Solució:

Usant-los tots tenim, per exemple:

$$50-3=47$$
$$47\cdot 9=423$$
$$7-5+4=6$$
$$423-6=417$$
$$(50-3)\cdot 9-(7-5+4)=417$$

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE CAMP

1. CAMPIONAT DE PING-PONG

Solució: Es jugaran 313 partides al llarg de 53 patis.

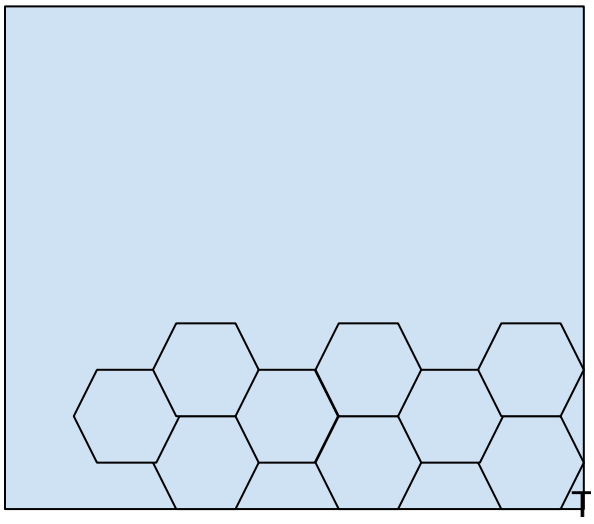
Com que cada jornada de cada grup són 9 partits i es juguen 17 jornades, són 153 partides. En total, 306. Més les 7 partides de la fase final són 313.

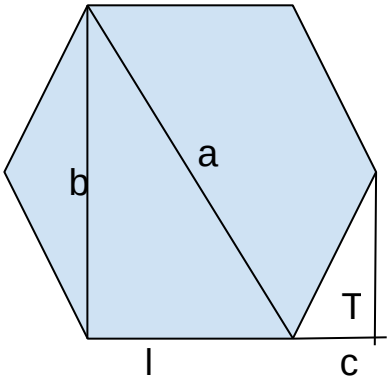
Cada jornada es juguen 18 partides, per tant, es jugarà en 3 patis. Com que hi ha 17 jornades per grup, tenim 3 × 17 jornades: 51 dies. N'afegim una jornada de quarts i semifinals, i la gran final l'últim dia: 53 patis.

2. NOU SÒL

Solució: 445 hexàgons.

El porxo mesura 46,60 × 2,50 m.





Podem calcular que l'apotema és aproximadament $\sqrt{675}$ ≈25,98 cm. Per tant, l'altura de cada hexàgon és d'uns 51,96 cm. Tenim $l = 30$ i $b \approx 52$.

Per a acabar, cal calcular el costat c del triangle T. Com que és igual al radi menys la meitat del costat, obtenim $c = 30 - 15 = 15$ cm.

Ara, si comencem des del vèrtex inferior de la part dreta i mirem de forma horitzontal, ens trobem amb dues fileres diferents. Per tant de forma horitzontal es divideix en $15 + 30 + 60 + 30 + 60 + 30 + 25$ cm. Resumint: tres fileres que comencen amb hexàgon complet i dues que comencen amb mig hexàgon.

Per a saber els hexàgons complets que tindrem del primer tipus, dividim 46,60 m entre 0,52 m, i obtenim 89 hexàgons complets.

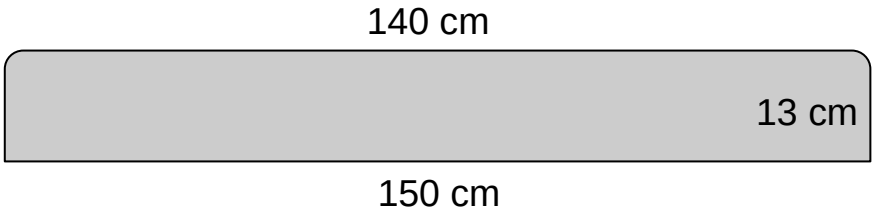
I per a saber quants en tindrem del segons tipus, dividim $46{,}60 - 0{,}26$ entre 0,52, i obtenim també 89 hexàgons complets.

Per tant, el total d'hexàgons complets és $3 \cdot 89 + 2 \cdot 89 = 445$ hexàgons.

3. XARXA DE PING-PONG

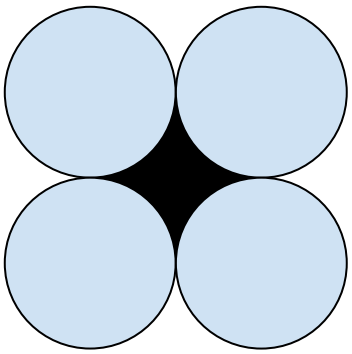
Solució: 1734,07 cm².

La forma de la xarxa és:

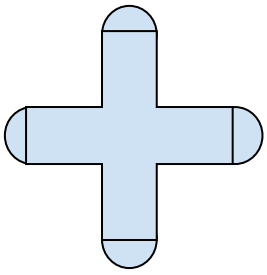


La seua superfície es pot dividir en un rectangle de 150×8 cm, un rectangle de 140×5 cm i dos quarts de cercle de radi 5 cm. En total, l'àrea serà: $1200 + 700 + 25\pi/2 \approx 1939{,}27$ cm².

Els forats de la xarxa són 120 del primer tipus i 90 del segon:



Radi dels cercles: 0,75 cm



Longitud de la creu: 1,5 cm

Radi dels cercles: 0,25 cm

El primer tipus té d'àrea $1{,}5^2 - 0{,}75^2\pi \approx 0{,}48$ cm². En el segon, l'àrea de la creu és $2 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5 - 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 1{,}25$ cm², la dels dos cercles de radi 0,25 és $2 \cdot 0{,}25^2\pi \approx 0{,}39$, i, en total, $1{,}25 + 0{,}39 = 1{,}64$ cm². Si ajuntem tots els forats: $120 \cdot 0{,}48 + 90 \cdot 1{,}64 = 205{,}2$ cm².

En total: $1939{,}27 - 160{,}2 = 1734{,}07$ cm².

4. ALTURA DE L'EDIFICI

Solució:

Quatre formes diferents:

A) En la paret de la dreta mesurem la part blava, la finestra i el taulell.

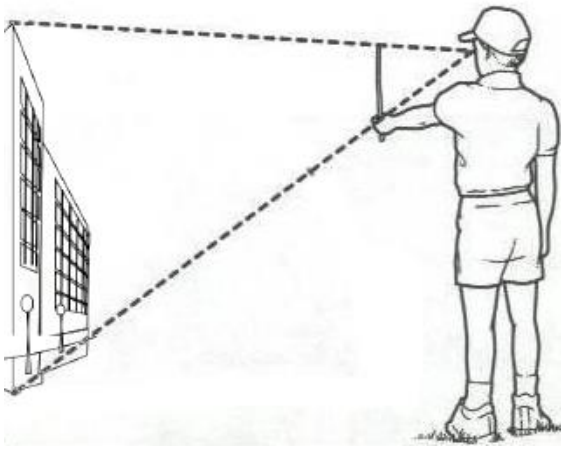
B) Amb l'ombra de l'edifici, per semblança de triangles.

C) Mitjançant el Teorema de Thales, superposant un objecte xicotet i considerant els triangles que es formen agafant l'ull de l'observador com a vèrtex, tal com es mostra a la figura de baix.

D) Amb la part frontal, per taulells.

L'altura de l'edifici és de 7,60 m (hi ha un porxo).





5. SEURE ALS BANCS DE PEDRA

Solució: 36 possibilitats.

Asseguts de dos en dos es poden combinar de tres formes diferents (12/34, 13/24 i 14/23) per a seure en dos bancs diferents. Dos grups en quatre bancs poden seure de 12 formes diferents (bancs A, B, C, D; les possibilitats són AB - BA - AC - CA - AD - DA - BC - CB - BD - DB - CD - DC). Per tant tenim en total 36 casos. També es pot raonar al revés: agrupar les persones de 6 formes diferents i considerar 6 combinacions de bancs.

PROBLEMES DE NIVELL B

FASE COMARCAL CASTELLÓ – PROVA INDIVIDUAL

1. UNA ÀREA

Solució: L'àrea és 18,5 u².

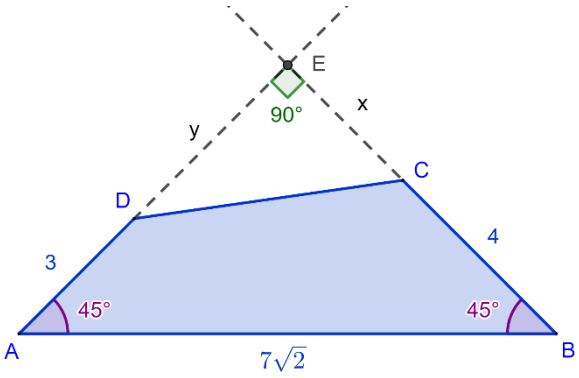
- Mètode 1:

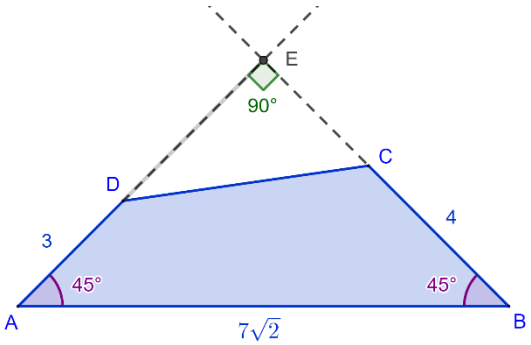
Prolonguem els segments AD i BC, i siga E el punt de tall de les prolongacions.

Com que angles iguals tenen costats oposats iguals, tindrem $AE = EB$.

Com que els angles de qualsevol triangle sumen 180°, tindrem

$\hat{E} = 180° - 45° - 45° = 90°$.





En definitiva, el triangle ΔABE és un triangle isòsceles i rectangle. Per tant:

$$AE = BE \Rightarrow 3 + y = 4 + x \Rightarrow$$
$$y = 1 + x$$

$$(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = \left(7\sqrt{2}\right)^2$$

Substituint: $(x + 4)^2 + (1 + x + 3)^2 = 49 \cdot 2$. Tenim:

$$2 \cdot (x + 4)^2 = 49 \cdot 2 \Rightarrow (x + 4)^2 = 49 \Rightarrow x + 4 = 7 \Rightarrow x = 3$$

La solució del sistema és, doncs, $x = 3$ i $y = 1 + 3 = 4$.

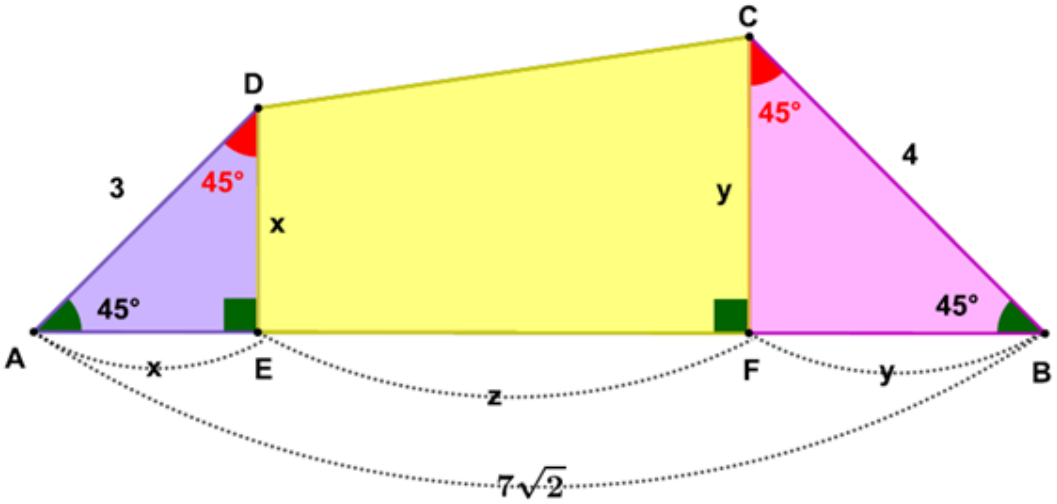
Per últim: $A_{ABCD} = A_{\Delta ABE} - A_{\Delta DCE}$:

$A_{\Delta ABE} = \frac{(y+3)\cdot(x+4)}{2} = \frac{49}{2}$ u² $A_{\Delta DCE} = \frac{y \cdot x}{2} = \frac{12}{2} = 6$ u²

Per tant, $A_{ABCD} = \frac{49}{2} - 6 = \frac{37}{2} = 18{,}5$ u²

- Mètode 2:

Dibuixem en la figura els segments DE i CF de manera que formen 45° amb AD i CB, respectivament:



D'aquesta manera, la figura es descompon en dos triangles, ΔADE i ΔCFB, i un trapezi rectangle, EFCD. Els dos triangles són isòsceles i rectangles. Isòsceles, perquè a angles iguals se'ls oposen costats iguals; i rectangles perquè els angles en E i en F valen $180° - (45° + 45°) = 90°$. Per tant, si $\mathrm{AE} = \mathrm{DE} = x$, $\mathrm{CF} = \mathrm{FB} = y$ $\mathrm{EF} = z$, tenim:

$$x^2 + x^2 = 3^2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3\sqrt{2}}{2}; y^2 + y^2 = 4^2 \quad \Rightarrow \quad y = 2\sqrt{2}$$

$z = 7\sqrt{2} - x - y = \frac{7\sqrt{2}}{2}$. Aleshores:

$$\mathrm{A_{ABCD}} = \mathrm{A_{\Delta ADE}} + \mathrm{A_{\Delta CFB}} + \mathrm{A_{EFCD}} = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{x+y}{2} z =$$

$$= \frac{9}{4} + 4 + \frac{7\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{37}{2}\ \mathrm{u^2} = 18{,}5\ \mathrm{u^2}$$

2. A CALCULAR

Solució:

Assignant valors a n en l'expressió donada, tenim:

$$a_2 - a_1 = 5 \cdot 1 - 3$$
$$a_3 - a_2 = 5 \cdot 2 - 3$$
$$a_4 - a_3 = 5 \cdot 3 - 3$$
$$\vdots$$
$$a_n - a_{n-1} = 5 \cdot (n-1) - 3$$

Al sumar totes aquestes igualtats, queda:

$$a_n - a_1 = 5 \cdot 1 - 3 + 5 \cdot 2 - 3 + 5 \cdot 3 - 3 + \cdots + 5 \cdot (n-1) - 3$$

(hi ha $2 \cdot (n-1)$ sumands en total)

$$a_n - a_1 = 5 \cdot \big(1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1)\big) - 3 \cdot (n-1) =$$

$$= 5 \cdot \frac{1+n-1}{2} \cdot (n-1) - 3 \cdot (n-1) = \frac{5n^2 - 5n}{2} - 3n + 3 =$$

$$= \frac{5n^2 - 5n - 6n + 6}{2} = \frac{5n^2 - 11n + 6}{2}$$

$$a_n = \frac{5n^2 - 11n + 6}{2} + a_1 = \frac{5n^2 - 11n + 6}{2} + 1$$

$$a_n = \frac{5n^2 - 11n + 8}{2}$$

I, aplicant aquesta fórmula per al cas $n = 2022$:

$$a_{2022} = \frac{5 \cdot 2022^2 - 11 \cdot 2022 + 8}{2} = 10\,210\,093$$

3. BUSCANT LES SOLUCIONS

Solució: $a = 0, b = 2$; $a = 4, b = 7$; $a = 3, b = 5$.

Estudiarem les solucions segons els possibles valors de a:

- Si $a = 0 \to 3 \cdot 2^0 + 1 = b^2 \to 4 = b^2 \to b = 2$. Solució: $(0\ ,\ 2)$
- Si $a = 1 \to 3 \cdot 2^1 + 1 = b^2 \to 7 = b^2$; però $b \notin \mathbb{Z}$.
- Si $a = 2 \to 3 \cdot 2^2 + 1 = b^2 \to 13 = b^2$, però $b \notin \mathbb{Z}$.
- Si $a > 2$: $\quad 3 \cdot 2^a + 1 = b^2 \to 3 \cdot 2^a = \ b^2 - 1 = (b+1) \cdot (b-1)$

Observem que $(b-1)$ i $(b+1)$ han de ser dos parells consecutius i que un d'ells contindrà un únic 3 en la seua descomposició en factors primers.

Si $a > k \geq 1$, podem distingir dos casos, segons quin factor continga el 3:

(i) $\left.\begin{matrix} b - 1 = 3 \cdot 2^k \\ b + 1 = 2^{a-k} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \ 3 \cdot 2^k + 2 = 2^{a-k} \ \Rightarrow \ 3 \cdot 2^{k-1} + 1 = 2^{a-k-1}$

I, necessàriament, $k - 1 = 0$ (d'altra manera, el primer membre de l'última equació és imparell (parell $+$ 1), mentre que el segon membre és parell. Absurd!)

$Si\ k = 1 \Rightarrow b - 1 = 6 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow\ b + 1 = 8 = 2^3\ \Rightarrow a - 1 = 3\ \Rightarrow a = 4$

Hem trobat una segona solució: (4 , 7). Analitzem ara l'altra possibilitat:

$$\text{(ii)}\ \left.\begin{matrix} b - 1 = 2^k \\ b + 1 = 3 \cdot 2^{a-k} \end{matrix}\right\} \Rightarrow\ 2^k + 2 = 3 \cdot 2^{a-k}\ \Rightarrow\ 2^{k-1} + 1 = 3 \cdot 2^{a-k-1}$$

Amb un raonament paral·lel al del cas anterior, trobem que, necessàriament, $k - 1 = 1$ i $a - k - 1 = 0$.

$$\text{Si } k = 2 \Rightarrow b - 1 = 4 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow\ b + 1 = 6 = 3 \cdot 2^{a-2}\ \Rightarrow a = 3$$

Tercera solució: (3 , 5).

4. TRANSPORT DE CAIXES DE TARONGES

Solució: 32 caixes.

- Mètode 1:

Inicialment:	x caixes	
	ENTREGADES	QUEDEN AL CAMIÓ
1r. magatzem	$x/2$	$x/2$
2n. "	$x/4$	$x/4$
3r. "	$x/8$	$x/8$
4t. "	$x/16$	$x/16$
5é. "	$x/32$	$x/32\ =\ 1$

$$x/32 = 1 \rightarrow x = 32 \text{ caixes}$$

- Mètode 2:

Considerem la successió a_n de les quantitats que queden al camió al magatzem n– èsim.

Tenint en compte que en cada magatzem la quantitat de caixes que queden al camió es redueix a la meitat, es tracta d'una progressió geomètrica de raó ½.

Si designem amb la lletra x la quantitat de caixes inicial:

$$a_1 = x/2, a_2 = a_1 \cdot r = x/2^2, \ldots, a_5 = a_1 \cdot r^4 = x/2^5$$

Per tant: $x/2^5 = 1 \Longrightarrow x = 2^5 = 32$ caixes.

5. COEFICIENTS DEL POLINOMI

Solució:

$$\left.\begin{aligned} P(m) = a\cdot m^2 + b\cdot m + c = \dot{3}\\ P(m+1) = a\cdot (m+1)^2 + b\cdot (m+1) + c = \dot{3}\\ P(m+2) = a\cdot (m+2)^2 + b\cdot (m+2) + c = \dot{3}\end{aligned}\right\}$$

Desenvolupant la segona i tercera equacions, obtenim:

$$P(m+1) = a\cdot m^2 + b\cdot m + c + 2m\cdot a + a + b = \dot{3};$$
$$P(m+2) = a\cdot m^2 + b\cdot m + c + 4m\cdot a + 4a + 2b = \dot{3}$$

Per tant, restant les equacions 2a. menys 1a., i 3a. menys 2a.:

$$P(m+1) - P(m) = (2m+1)\cdot a + b = \dot{3} \quad [1]$$
$$P(m+2) - P(m+1) = (2m+2)\cdot a + b = \dot{3} \quad [2]$$

Restant ara les expressions $[2]-[1]$ obtenim $a = \dot{3}$.

Tornant a [1], serà $b = \dot{3} - (2m+1)\cdot a = \dot{3} - (2m+1)\cdot \dot{3} = \dot{3}$.

I, de l'expressió de $P(m)$, $c = \dot{3} - a\cdot m^2 - b\cdot m = \dot{3} - \dot{3}\cdot m^2 - \dot{3}\cdot m = \dot{3}$.

Els tres coeficients de P són, doncs, múltiples de 3.

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE RELLEUS

1. A COL·LOCAR NOMBRES

Solució: ***Sí que és possible (es tracta d'un* quadrat màgic*).***

Com que $1+2+3+4+5+6+7+8+9=\frac{1+9}{2}\cdot 9=45$ i hem de formar tres grups que tinguen la mateixa suma per a omplir les tres files de la graella, la suma dels tres nombres de cada fila ha de ser $45/3=15$. La mateixa suma tindran les columnes i les diagonals. Per tant:

2	7	***6***	(15)
		1	

$\Rightarrow$

2	7	6	
		1	
		8	(15)

$\Rightarrow$

2	7	6	
	5	1	
		8	(15)

$\Rightarrow$

2	7	6	
9	5	1	(15)
		8	

$\Rightarrow$

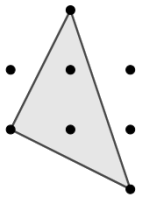
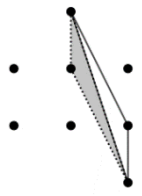
2	7	6	
9	5	1	
4		8	(15)

$\Rightarrow$

2	7	6	
9	5	1	
4	***3***	8	(15)

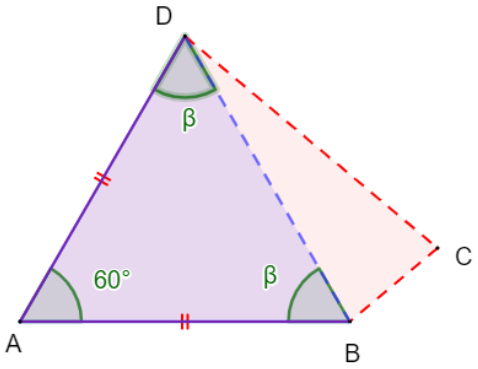
2. ÀREES I PERÍMETRES

Solució:

	Triangle	**Àrea**	**Perímetre**
Àrea màxima		$\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}{2}=\frac{5}{2}$ cm^2	$\sqrt{10}+2\sqrt{5}$ cm
Àrea mínima		$\frac{1\cdot 1}{2}=\frac{1}{2}$ cm^2	$\sqrt{10}+\sqrt{5}+1$ cm

3. BUSQUEM UN ANGLE

Solució: 80°.



Considerem en primer lloc el triangle ΔABD.

Com que AD = BA els angles en B i en D són iguals (els representarem per β).

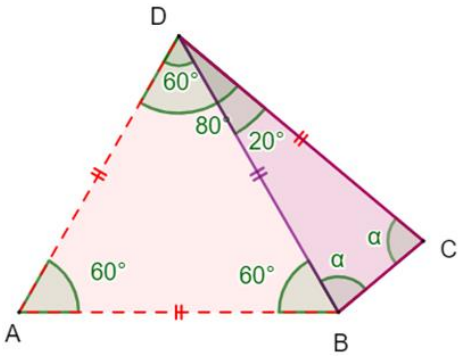
Com que $2\beta + 60° = 180°$, obtenim $\beta = \frac{180°-60°}{2} = 60° \rightarrow$ ΔABD és un triangle equilàter.

També podem deduir:

$$\widehat{BDC} = \widehat{ADC} - \widehat{ADB} = \widehat{ADC} - \beta = 80° - 60° = 20°$$

Considerem ara el triangle ΔDBC. Com que DC = AD = DB, tenim que ΔDBC és isòsceles i l'angle en C és igual a l'angle en B.

A més a més, $2\alpha + 20° = 180°$. Aleshores, $\alpha = \frac{180°-20°}{2} = 80°$.

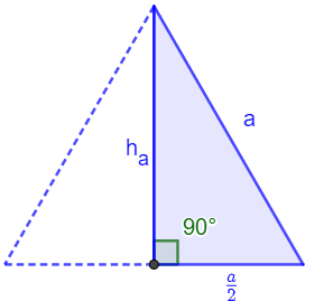


4. CÀLCUL D'UNA ÀREA

Solució: 25 u².

- *Mètode 1:*

Siga a el costat del quadrat i h_a l'altura dels triangles equilàters. Aplicant el teorema de Pitàgores:



$$h_a = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}a}{2}. \quad (*)$$

L'àrea de la figura, en funció de a, serà:

$$\text{À} = A_Q + 2 \cdot A_T$$

(On A_Q és l'àrea del quadrat i A_T l'àrea d'un triangle equilàter.)

$$\text{À} = a^2 + 2 \cdot \frac{a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a}{2} = a^2 + \frac{\sqrt{3} a^2}{2} \Rightarrow \text{À} = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot a^2 \quad (**)$$

$$\text{Però: } a + 2 \cdot h_a = 10 \text{ i, aplicant (*), } a + 2 \cdot \frac{\sqrt{3} a}{2} = 10 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a \cdot \left(1 + \sqrt{3}\right) = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{1+\sqrt{3}}$$

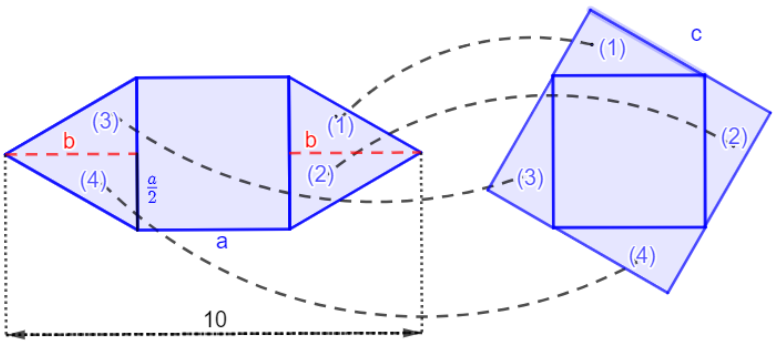
Substituint aquest resultat en (**):

$$\text{À} = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\frac{10}{1+\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{100}{(1+\sqrt{3})^2} = \frac{(2+\sqrt{3}) \cdot 100}{2 \cdot (4+2\sqrt{3})} = \frac{(2+\sqrt{3}) \cdot 100}{4 \cdot (2+\sqrt{3})} = 25\ u^2.$$

- *Mètode 2:*

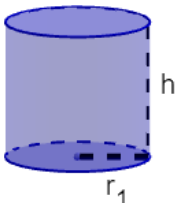
Efectuant els moviments que es mostren en el gràfic transformem la figura en un quadrat que tindrà la mateixa àrea. El costat del nou quadrat mesura $c = \frac{a}{2} + b = \frac{a+2b}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow c = 5$.

Per tant $A = c^2 = 25\ u^2$.

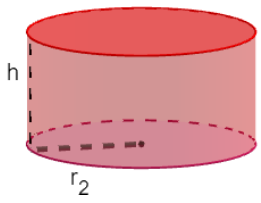


5. COMPARANT VOLUMS

Solució: No. El volum es multiplica per 4.



$$V_{C1} = \pi \cdot r_1^2 \cdot h$$



$$V_{C2} = \pi \cdot r_2^2 \cdot h$$



$$A_{L2} = 2 \cdot A_{L1} \Rightarrow \ 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot h = 2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot h) \Rightarrow \ r_2 = 2r_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow V_{C2} = \pi \cdot (2r_1)^2 \cdot h = 4 \cdot \ \pi \cdot r_1^2 \cdot h = 4 \cdot V_{C1}$$

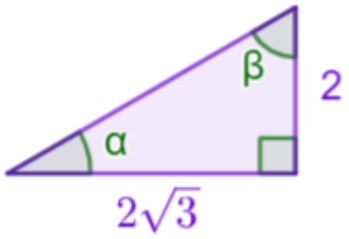
Per tant Dani no té raó; la seua afirmació resulta ser falsa: el volum del segon cilindre és quatre vegades el volum del primer cilindre.

6. ELS ANGLES DEL TRIANGLE

Solució: 30°, 60° i 90°.

- *Mètode 1:*

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \ \alpha = 30°$$
$$\beta = 90° - 30° = \ 60°$$



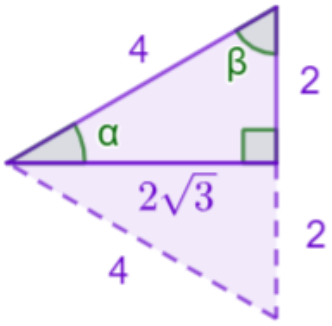
- *Mètode 2:*

Aplicant el teorema de Pitàgores, la hipotenusa del triangle serà :

$$\sqrt{2^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{4 + 12} = 4$$

Dibuixem el simètric del triangle respecte del catet major i completem un triangle equilàter. Per tant:

$$\beta = 60° \ ; \ \alpha \ = \ 90° - 60° = \ 30°$$



7. FENT UNA PARTICIÓ

Solució:

Suposem que A, B i C són els subconjunts de la partició i a, b, c, respectivament, els corresponents productes dels seus elements.

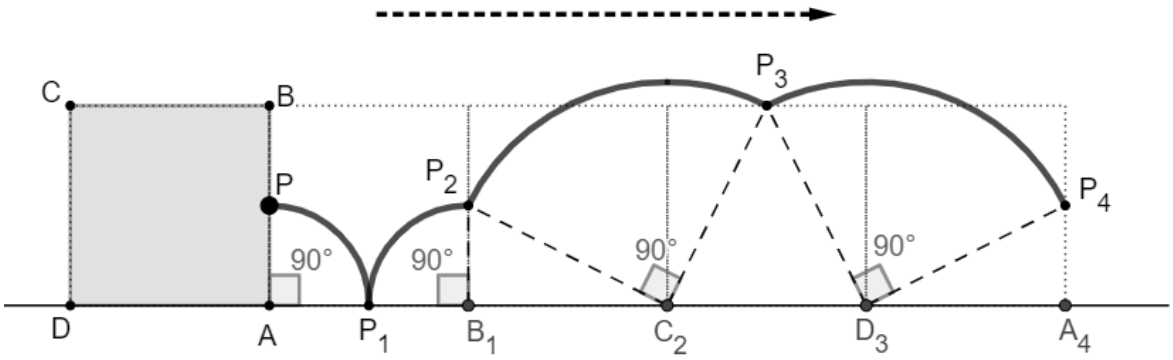
$$a \cdot b \cdot c \ = \ 9! \ \text{(producte de tots els elements del conjunt inicial)}$$

Si suposem $a, b, c \leq 71 \Rightarrow a \cdot b \cdot c \leq 71^3$ i es compliria que $9! \leq 71^3$. Però $9! = 362\,880 \ > \ 71^3$.

Hem arribat a un absurd. Per tant, algun dels productes a, b o c és major que 71.

8. GIRANT

Solució: La longitud és $\boldsymbol{(1+\sqrt{5})\cdot\pi/2}$***.***



La trajectòria és una successió de quatre arcs de 90° d'amplitud; els dos primers trams tenen radi:

$$r = \frac{1}{2}$$

I els dos últims:

$$R = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Per tant, la longitud de la trajectòria serà:

$$L = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(2\pi \cdot \frac{1}{2} + 2\pi \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{2}\pi \text{ unitats.}$$

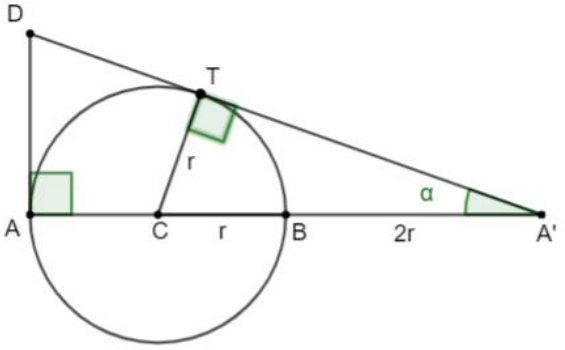
9. DOS TRIANGLES

Solució: La raó és 3.

- *Mètode 1:*

Si C és el centre de la circumferència i T el punt de tangència de la hipotenusa:

$$\mathrm{CA'} = 3r$$



Els triangles AA'D i TA'C són semblants perquè tenen angles iguals dos a dos; per tant, els seus costats són proporcionals:

$$\frac{\mathrm{DA'}}{\mathrm{DA}} = \frac{\mathrm{CA'}}{\mathrm{TC}} = \frac{3r}{r} = 3.$$

- *Mètode 2:*

Siga $\alpha = \widehat{AA'D}$. En el triangle $\Delta AA'D$, $\sin\alpha = \frac{DA}{DA'}$.

Si calculem en $\Delta TA'C$, tenim $\sin\alpha = \frac{TC}{CA'} = \frac{r}{3r} = \frac{1}{3}$.

Així, $\frac{DA}{DA'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DA'}{DA} = 3$.

10. QUANTITATS GRANS

Solució: $12^{150} < 4^{300}$.

- *Mètode 1:*

$12^{150} = 3^{150} \cdot 4^{150} < 4^{150} \cdot 4^{150} = 4^{300}$.

Per tant, $12^{150} < 4^{300}$.

- *Mètode 2:*

Siga $L = 12^{150}$ i $R = 4^{300}$.

Aplicant logaritmes als dos membres de les igualtats tenim:

$$\left.\begin{array}{l} \ln L = 150 \cdot \ln 12 \approx 372{,}74 \\ \ln R = 300 \cdot \ln 4 \approx 415{,}89 \end{array}\right\} \Rightarrow \ln L < \ln R \Rightarrow L < R$$

ja que la funció $y = \ln x$ és una funció creixent.

- *Mètode 3:*

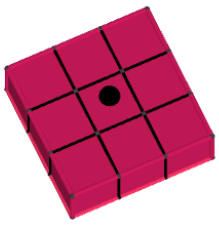
Comparem 4^{30} i 12^{15}, amb l'ajuda de la calculadora:

$$\left.\begin{array}{l} 4^{30} \approx 1{,}15 \times 10^{18} \\ 12^{15} \approx 1{,}54 \times 10^{16} \end{array}\right\} \Rightarrow 4^{30} > 12^{15} \Rightarrow 4^{300} > 12^{150}$$

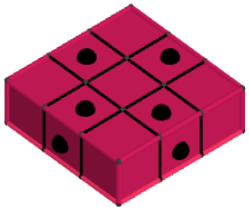
ja que $y = x^{10}$ és creixent.

11. UN CUB PINTAT DE ROIG

Solució: a) 6 cubs; b) 12 cubs; c) 8 cubs; d) 1 cub.

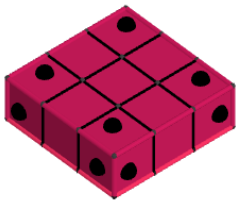


a) Tindran pintada sols una cara els situats en el centre de cada cara del cub gran. En total, 6 cubets.



b) Els cubets situats en el centre de cada aresta del cub gran són els que tindran dues cares pintades. En total, 12 cubets.

c) Tindran pintades tres cares els situats en els vèrtexs del cub gran. En total, 8 cubets.



d) $27-(6+12+8)=1$. Un cubet no tindrà pintada cap cara. És el cubet situat al nucli del cub gran.

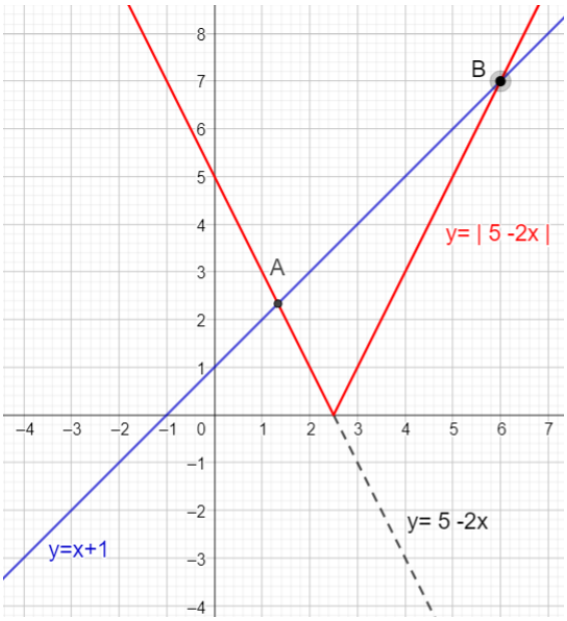
12. UNA EQUACIÓ

Solució: El conjunt de solucions és {4/3, 6}.

- *Mètode 1:*

Les solucions de l'equació seran les abscisses dels punts de tall de les gràfiques de les funcions:

$$y=x+1;\ y=|5-2x|\,.$$



El punt A és la solució del sistema:

$$\begin{cases} y=x+1 \\ y=5-2x \end{cases}$$

Per igualació:

$$x+1=5-2x \Rightarrow 3x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$$

Comprovació:

$$\frac{7}{3}=\frac{4}{3}+1=\left|5-\frac{8}{3}\right|=\left|\frac{15-8}{3}\right|=\frac{7}{3}$$

El punt B és la solució del sistema: $\begin{cases} y=x+1 \\ y=-(5-2x) \end{cases}$.

Per igualació: $x+1=2x-5 \Rightarrow x=6$.

Comprovació: $7=6+1=|5-12|=|-7|=7$.

- *Mètode 2:*

$$x+1=|5-2x| \Rightarrow \begin{cases} x+1=2x-5 & \text{si } 5-2x<0 \\ x+1=5-2x & \text{si } 5-2x\geq 0 \end{cases}$$

- Si $5-2x<0 \Rightarrow 5<2x \Rightarrow \frac{5}{2}<x \Rightarrow x\in\left]\frac{5}{2},+\infty\right[$.

$x+1 = 2x-5 \Rightarrow x = 6$ i com que $6 \in \left]\frac{5}{2}, +\infty\right[$, l'equació té solució $x = 6$ en $\left]\frac{5}{2}, +\infty\right[$.

- Si $5-2x \geq 0 \Rightarrow 5 \geq 2x \Rightarrow \frac{5}{2} \geq x \Rightarrow x \in \left]-\infty, \frac{5}{2}\right]$.

  $x+1 = 5-2x \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ i com que $\frac{4}{3} \in \left]-\infty, \frac{5}{2}\right]$, l'equació té solució $x = \frac{4}{3}$ en $\left]-\infty, \frac{5}{2}\right]$.

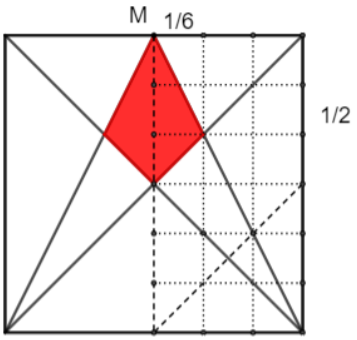
En definitiva, $x = 6$ i $x = \frac{4}{3}$ són les solucions de l'equació.

13. UNA FRACCIÓ

Solució: 1/12.

Considerant com a unitat l'àrea del quadrat, l'àrea del quadrilàter serà:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}.$$



14. UNA RESTA

Solució: a) Sí ; b) Sí.

Efectuem la resta:

$$\begin{array}{r} 2\overbrace{111\ldots111}^{50}\overbrace{000\ldots000}^{50} \\ - \qquad\qquad 555\ldots555 \\ \hline 2\underbrace{111\ldots11}_{49}0\underbrace{444\ldots44}_{49}5 \end{array}$$

I obtenim: $R = 2\underbrace{111\ldots11}_{49}0\underbrace{444\ldots44}_{49}5$.

a) Com que R acaba en 5, R és un múltiple de 5.

b) Com que la suma de les xifres de R és $2+1\cdot 49+4\cdot 49+5 = 252 = \hat{9} \Rightarrow R = \widehat{9\cdot 5} = \widehat{45}$.

FASE PROVINCIAL CASTELLÓ – PROVA DE CAMP

1. FIBONACCI I L'EDIFICI

Solució:

El mòdul edifici mesura $43{,}60 \times 7{,}50$ m. Per tant, hem de recórrer aproximadament 102,20 m. Si cada pas fa 0,80 m, hem de fer en total 127,75 passos; és a dir, 128.

Passos:	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55
Passos totals:	1	2	4	7	12	20	33	54	88	143
Minuts:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Construint la successió de Fibonacci amb totes les dades, obtenim que necessitem entre 9 i 10 minuts.

Per a calcular-ne el temps exacte, podem emprar la recta que passa per $(88, 9)$ i $(143, 10)$ per a calcular el punt $(128, x)$ (interpolació lineal). Obtenim $x = 9, \widehat{72}$. Per tant, la mitjana és $128/9, \widehat{72} \approx 13{,}16$ passos.

2. ASSEURE'S EN ELS BANCS DE PEDRA

Nota prèvia: En la prova de camp de l'Olimpíada es va preguntar si l'ordre importava. Pensàvem que en l'enunciat quedava clar que l'ordre en què seuen junts un grup d'alumnes en el mateix banc no importava; però com que part del professorat que ajudava en la realització de la prova va contestar que sí que importava, es van corregir els dos plantejaments com a bons. En la solució següent només es té en compte la pregunta original.

Solució: 256 possibilitats.

Dividim en casos:

CAS A: Seieu els quatre en un banc. En aquest cas, com que hi ha quatre bancs, tindríeu 4 possibilitats**.**

CAS B: Tres assegut junts i un a soles. Podeu combinar-vos de 4 formes diferents i seuríeu en dos bancs diferents. Dos grups poden seure en dos bancs de 12 formes diferents: Si els bancs són A, B, C i D, les possibilitats són AB - BA - AC - CA - AD - DA - BC - CB - BD - DB - CD - DC. Per tant, tenim 48 possibilitats.

CAS C: Asseguts de dos en dos. Us podeu combinar de 3 formes diferents i seuríeu en dos bancs diferents. Com hem vist en el cas anterior, dos grups

poden seure en dos bancs de 12 formes diferents. Tenim ara 36 possibilitats.

CAS D: Asseguts dos junts en un banc i dos a soles en bancs diferents. Podeu combinar-vos de 6 formes diferents i seuríeu en tres bancs diferents. Tres grups en tres bancs poden seure de 24 formes diferents: El banc amb dues persones pot ser A, B, C o D. Si, per exemple és el banc A, els altres dos bancs poden ser BC - CB - BD - DB - CD - DC. De manera que tenim $4 \cdot 6 = 24$ casos. En total, $6 \cdot 24 = 144$ possibilitats.

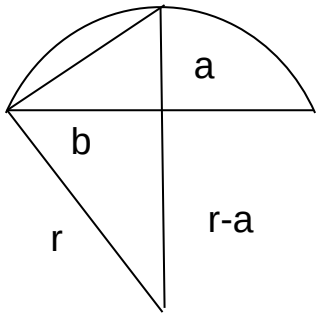
CAS E: Asseguts d'un en un. Sabent que és 4! o fent el recompte al ser pocs casos, tenim 24 possibilitats.

Total: $4 + 48 + 36 + 144 + 24 = 256$ casos.

3. CERCLE EN LA TAULA DE PING-PONG

Solució: El radi, 105,32 cm; l'arc, 120,79 cm; l'àrea, 2202,04 cm².

De forma esquemàtica el problema el podem representar com es veu en el dibuix. Per a calcular el radi s'ha de resoldre el triangle rectangle de baix format per la hipotenusa r i els catets b i $r - a$.



$$r^2 = b^2 + (r-a)^2$$
$$r^2 = b^2 + r^2 + a^2 - 2ar$$
$$r = (b^2 + a^2)/2a$$

Les mesures reals són $a = 62$ cm i $b = 96$ cm. Per tant, $r \approx 105{,}32$ cm.

Per a calcular l'arc i l'àrea, necessitem l'angle del triangle. Utilitzant trigonometria i a partir de qualsevol de les fórmules bàsiques, calculem l'angle. Per exemple:

$$\sin A = \frac{b}{r} \Rightarrow \sin A \approx 0.9115 \Rightarrow A \approx 65{,}71°$$

A partir d'ací:

$$\mathrm{L_{arc}} \approx \frac{65{,}71°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \approx 120{,}79 \text{ cm}$$

$$\text{Àrea}_{\text{seg. circular}} \approx \frac{65{,}71°}{360°} \cdot \pi \cdot r^2 - \frac{192 \cdot (105{,}32 - 62)}{2} \approx$$
$$\approx 6361{,}09 - 4158{,}97 = 2202{,}12 \text{ cm}^2$$

4. VOLUM

Solució:* V*olum del banc, 162 520 cm³; altura de la paperera, 123,48 cm.

El banc està format per tres ortoedres, dos d'ells iguals i foradats.

El prisma que forma el seient mesura $200 \cdot 60 \cdot 10 = 120\,000 \text{ cm}^3$.

Cada un dels dos prismes que formen les potes mesura $40 \cdot 20 \cdot 34 = 27\,200 \text{ cm}^3$; i el forat, $20 \cdot 33 \cdot 9 = 5940 \text{ cm}^3$.

Per tant, el volum total és $120\,000 + 2(27\,200 - 5940) = 162\,520 \text{ cm}^3$.

Per a la segona part hem d'analitzar la paperera. Aquesta té tres parts, de les quals dues són fixes i una s'ha de calcular. Les parts fixes son la base cilíndrica i l'acabament de dalt. I la part que cal calcular és la central.

La base és un cilindre de radi 32 cm i altura 7 cm. Per tant el seu volum és $32^2 \cdot \pi \cdot 7 \approx 22\,518{,}94 \text{ cm}^3$.

La part de dalt és un anell cilíndric de radis 27 cm i 20 cm, i altura 3 cm. Per tant, el seu volum és, $(27^2 - 20^2) \cdot \pi \cdot 3 \approx 3100{,}75 \text{ cm}^3$.

La part central, de la qual hem de calcular l'altura, és també un anell cilíndric de radis 28 cm i 20 cm, i altura a determinar. Per tant, el seu volum és $(28^2 - 20^2) \cdot \pi \cdot l \approx 1206{,}37 \cdot l \text{ cm}^3$, on l és l'altura desconeguda.

Ajuntant-ho tot:

$$162\,520 \approx 22\,518{,}94 + 3100{,}75 + 1206{,}37 \cdot l$$
$$l \approx \frac{162\,520 - (22\,518{,}94 + 3100{,}75)}{1206{,}37} \approx 113{,}48 \text{ cm.}$$

Sumant l'altura del disc inferior, 7 cm, i la de la part superior, 3 cm, l'altura total és, aproximadament, 123,48 cm.

CONTACTEU AMB NOSALTRES...!!!

SI VOLS ENVIAR-NOS SOLUCIONS DE PROBLEMES OBERTS, PROPOSTES DE PROBLEMES O DE TEMES, COMENTARIS I SUGGERIMENTS POTS ENVIAR UNA CARTA A L'ADREÇA:



SEMCV "AL-KHWARIZMI"

PROBLEMA OBERT

APARTAT 22045

46071 VALÈNCIA

TAMBÉ POTS ENVIAR UN MISSATGE AL CORREU ELECTRÒNIC:



problemesolimpics@semcv.org

ESPEREM LES VOSTRES COL·LABORACIONS!!!

S.
E.
M.
C.
V.
AL-KHWARIZMI

Vols formar part de la nostra societat? Emplena la següent butlleta d'inscripció i ens l'envies a la nostra seu. Anima els teus companys i les teues companyes o inscriu el teu centre en la nostra societat.

INSCRIPCIÓ I DOMICILIACIÓ BANCÀRIA

S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "Al-Khwarizmi"

Facultat de Magisteri "Ausiàs March"
Departament de Didàctica de la Matemàtica
Apartat 22045 46071 VALÈNCIA

Cognoms:

Nom: DNI/NIF:

Domicili particular:

Població: CP:

Carrer: Telèfon:

Correu-e:

Centre de treball:

Nom del centre:

Carrer:

Població: CP:

Correu-e: Telèfon:

Entitat bancària (on es farà el càrrec de la quota)

Nom complet del titular:

Carrer:

Població: CP

Codi IBAN compte client																							
IBAN				Entitat				Oficina				D.C.		Número de Compte									
E	S																						

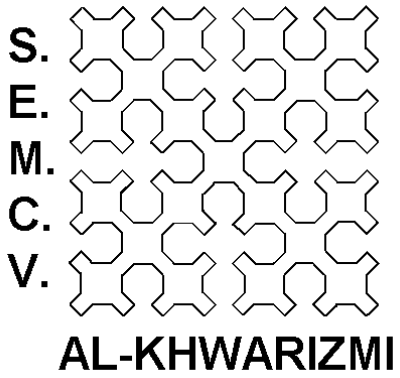
Data i signatura:

Esta revista es publica amb el suport de l'Acadèmia Valenciana de la Llengua

Amb la col·laboració de la Conselleria d'Educació, Cultura i Esport de la Generalitat Valenciana

Trobaràs tota la informació en la nostra web.

Visiteu-la: www.semcv.org



Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"