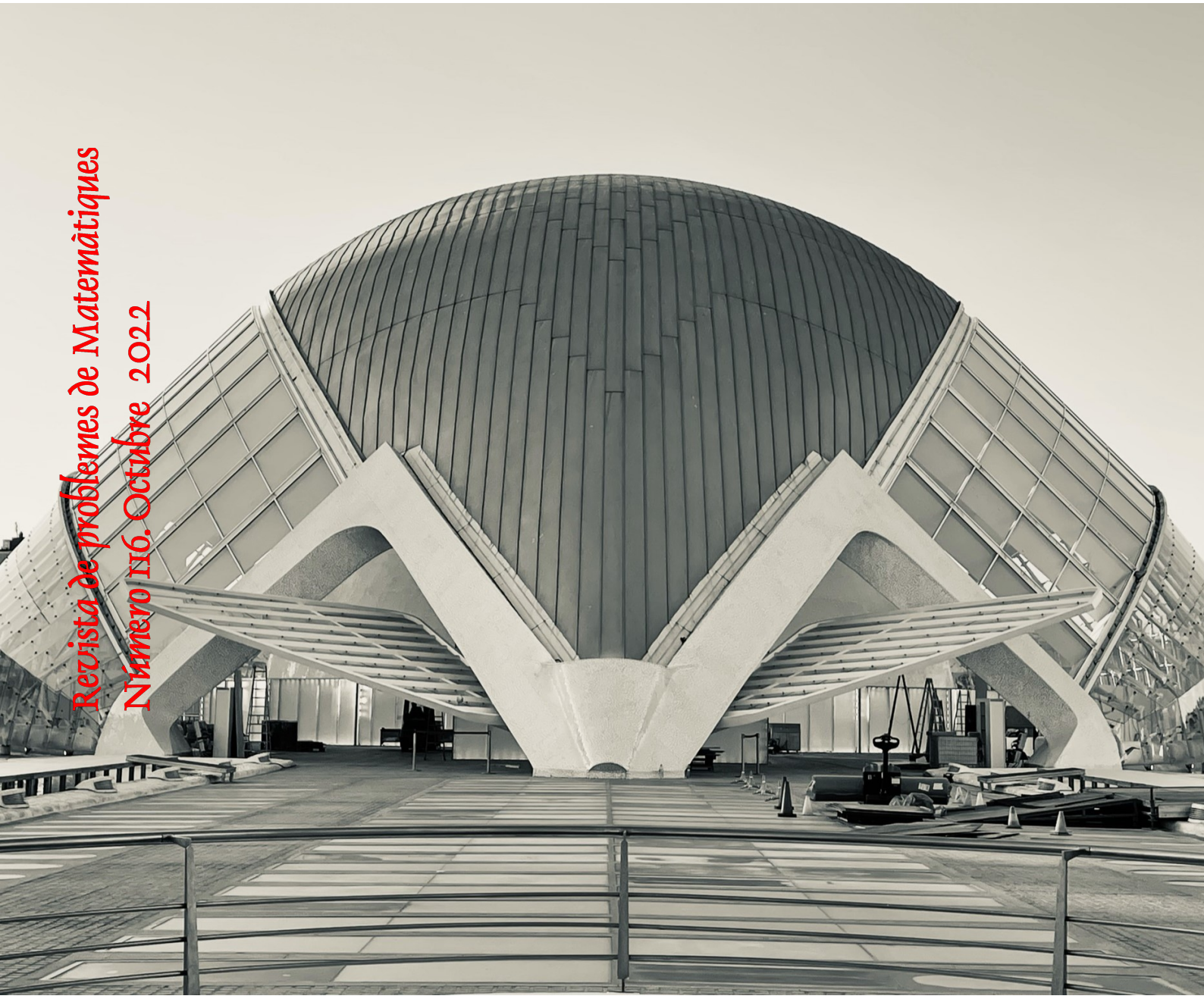
S.
E.
M.
C.
V.

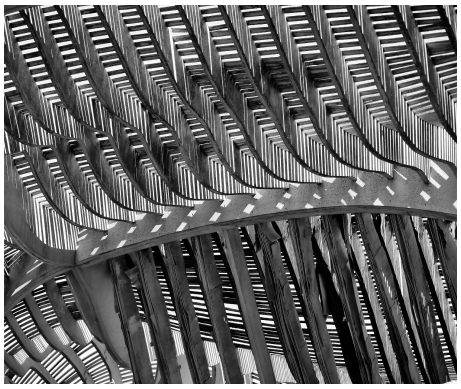
AL-KHWARIZMI

Problemes Olímpics

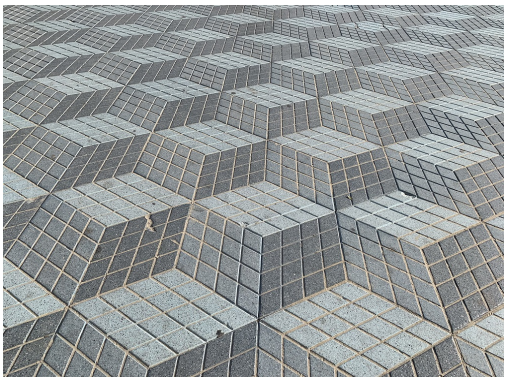


Revista de problemes de Matemàtiques
Número 16. Octubre 2022

GALERIA DE FOTOS PARTICIPANTS EN EL XVIII CONCURS DE FOTOGRAFIA "MATEMÀTICA A LA VISTA"



"Enjambre de curvas"
Elvira García Fernández. CFPA Babel (Alacant)



"¿2D o 3D?"
Carlos Esteve Vinagre. Col. Gençana (Godella)



"Más allà del rectángulo"
Elena Camarasa Badal. IES María Moliner (Port de Sagunt)



"Círculos en la piedra"
Mª Belén Gómez. CFPA Giner de los Ríos (Alacant)



"Fibonacci en la naturaleza"
Aitana Matas Ferrer. IES María Enríquez (Gandia)



"Jugando entre números y geometría"
Adriana Arnal Martín. IES San Antonio de Benagéber



"El tubo infinito". Martí Calvo Blanquer
IES Rodolfo Llopis (Callosa d'en Sarrià)



"Fractal vegetal". Pablo Luna Genovés
IES La Patacona (Alboraia)



"Parábolas góticas". Bruno Pérez Pérez.
Col. Salesianos San Juan Bosco (València)

Ací teniu el número 116 de la revista **PROBLEMES OLÍMPICS** corresponent al mes d'octubre de 2022, amb les proves proposades a la Fase Provincial de l'Olimpíada Matemàtica 2022 de València, que es van celebrar a l'IES Jaume I d'Ontinyent.

El passat mes de juliol van tindre lloc a València les XX JAEM, amb gran èxit de participació. Al voltant de 600 professionals de l'Educació Matemàtica participaren en aquest event que va organitzar la nostra Societat del 3 al 6 de juliol en l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria del Disseny de la UPV. El testimoni el va prendre la Societat Càntabra, encarregada d'organitzar la XXI edició a Santander en 2024.

PROBLEMES OLÍMPICS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"
Apartat 22045
46071 València

Director: Tomàs Queralt Llopis

Coordinador de redacció: Jorge Luján Mora

Correcció lingüística: José Fernando Juan García

Consell de redacció:

Juan Francisco Aguirre Nuñez, José María Ajenjo Vento, José María Alavedra Creixell, Mercedes Albert Gil, Carmen Albert Yáñez, Noelia Aleixandre Bonanad, Jaime Aparici Cruz, Fernando Arenas Planelles, José Manuel Arnau Pilar, Montserrat Belmonte García, Encarna Benalte Carnicell, Fernando Boïls Sais, Nicolau Borja Sanz, José Antonio Caja Borredá, Nieves Camáñez Navarro, Mónica Carbó Colecha, María Dolores Candela Oliver, Adrián Cuenca Avi, Vicente Diago Ortells, Rosa Felipe Orts, Francisco Fernández-Arévalo, Óscar Forner Gumbau, David Galiana Gázquez, Laura Gandía Ferrero, Davinia Gómez Sanchis, Ana Gomis Rubio, Hortensia González del Cerro, Julio César Jiménez Espejo, José Fernando Juan García, Joan López Piella, Mª Jesús Lozano Lacalle, Jorge Luján Mora, Eduardo Llopis Castelló, María José Mañanós Portolés, Raül Martínez Sendra, Jorge Mateu Alabort, Mireia Minyana Pastor, David Miravet Fortuño, Beatriz Misó Sánchez, Gloria Molina Torres, José Antonio Mora Sánchez, Yolanda Mora Vila Julia Muñoz Martínez, Mª Paz Muñoz Pérez, Montserrat Navarro Mateu, M. Teresa Navarro Moncho, Fco. Borja Navas Santamaría, Mari Carmen Olivares Iñesta, Remedios Payá Poveda, Juan Antonio Pérez Poquet, Laura Peris Ballester, Mª José Peris Cerdá, Carmina Peris Martí, Aitor Pereira Loidi, José Aurelio Pina Romero, Rebeca Reynau Planes, Mireia Polo Tamarit, Arturo Prieto Pérez, Tomás Queralt Llopis, Silvia Quilis Marco, Francisco A. Rodríguez Mayol, Isabel Roig Salvador, Lorena Roig Añó, Lledó Rosas Beltrán, Susana Rosell Tena, Roberto Royo Sancho, Domingo Rueda Morales, Mª Jesús Ruiz Maestro, Amparo Sáiz Sapena, Patricia Salvador Selma Lluis Evarist Sebastiá Giner, Josep Pasqual Segura Alares, Mariano Segura Mármol, Roberto Selva Gomis, David Sequi Martínez, Míriam Serrano González, Manuel Simón Montesa, Carles Teruel Ferragud, Marta I. Trapero Navarro, Pilar Usach Soriano, Manuel Valero Zamora, F. José Vicente Ferrández, Loreto Vidal Pitarch, Ángel Luis Zafrilla Villena.

D.L.: V-3026-2001
ISSN: 1578-1771

Portada: "Simetría Marvel". Quart premi compartit de l'Apartat I, del XVIII Concurs de fotografia matemàtica. Autora: Carmen Monfort Pastor, del Col·legi Gençana, de Godella.

Et falta algun exemplar de la revista Problemes Olímpics? Si vols ens el pots demanar i te l'enviem a la teua adreça.

S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

SOL·LICITUD D'ENVIAMENT DE NÚMEROS ANTERIORS DE "PROBLEMES OLÍMPICS"

Nom: _____ Cognoms: _____

Adreça: _____ Telèfon: _____

C.P. _____ Població: _____ Província: _____

Correu-e: _____ Tasca docent (curs, nivell, etc.)_____

Desitge rebre els següents números de la revista "Problemes Olímpics" a la meua adreça:

□ Problemes Olímpics Nº 11	□ Problemes Olímpics Nº 45	□ Problemes Olímpics Nº 84
□ Problemes Olímpics Nº 12	□ Problemes Olímpics Nº 46	□ Problemes Olímpics Nº 85
□ Problemes Olímpics Nº 13	□ Problemes Olímpics Nº 47	□ Problemes Olímpics Nº 86
□ Problemes Olímpics Nº 14	□ Problemes Olímpics Nº 48	□ Problemes Olímpics Nº 87
□ Problemes Olímpics Nº 15	□ Problemes Olímpics Nº 49	□ Problemes Olímpics Nº 88
□ Problemes Olímpics Nº 16	□ Problemes Olímpics Nº 50	□ Problemes Olímpics Nº 89
□ Problemes Olímpics Nº 17	□ Problemes Olímpics Nº 51	□ Problemes Olímpics Nº 90
□ Problemes Olímpics Nº 18	□ Problemes Olímpics Nº 52	□ Problemes Olímpics Nº 91
□ Problemes Olímpics Nº 19	□ Problemes Olímpics Nº 53	□ Problemes Olímpics Nº 92
□ Problemes Olímpics Nº 20	□ Problemes Olímpics Nº 54	□ Problemes Olímpics Nº 93
□ Problemes Olímpics Nº 21	□ Problemes Olímpics Nº 55	□ Problemes Olímpics Nº 94
□ Problemes Olímpics Nº 22	□ Problemes Olímpics Nº 56	□ Problemes Olímpics Nº 95
□ Problemes Olímpics Nº 23	□ Problemes Olímpics Nº 57	□ Problemes Olímpics Nº 96
□ Problemes Olímpics Nº 24	□ Problemes Olímpics Nº 58	□ Problemes Olímpics Nº 97
□ Problemes Olímpics Nº 25	□ Problemes Olímpics Nº 59	□ Problemes Olímpics Nº 98
□ Problemes Olímpics Nº 26	□ Problemes Olímpics Nº 60	□ Problemes Olímpics Nº 99
□ Problemes Olímpics Nº 27	□ Problemes Olímpics Nº 61	□ Problemes Olímpics Nº 100
□ Problemes Olímpics Nº 28	□ Problemes Olímpics Nº 64	□ Problemes Olímpics Nº 101
□ Problemes Olímpics Nº 29	□ Problemes Olímpics Nº 65	□ Problemes Olímpics Nº 102
□ Problemes Olímpics Nº 30	□ Problemes Olímpics Nº 67	□ Problemes Olímpics Nº 103
□ Problemes Olímpics Nº 32	□ Problemes Olímpics Nº 68	□ Problemes Olímpics Nº 104
□ Problemes Olímpics Nº 33	□ Problemes Olímpics Nº 69	□ Problemes Olímpics Nº 105
□ Problemes Olímpics Nº 34	□ Problemes Olímpics Nº 70	□ Problemes Olímpics Nº 106
□ Problemes Olímpics Nº 35	□ Problemes Olímpics Nº 73	□ Problemes Olímpics Nº 107
□ Problemes Olímpics Nº 36	□ Problemes Olímpics Nº 74	□ Problemes Olímpics Nº 108
□ Problemes Olímpics Nº 37	□ Problemes Olímpics Nº 75	□ Problemes Olímpics Nº 109
□ Problemes Olímpics Nº 38	□ Problemes Olímpics Nº 76	□ Problemes Olímpics Nº 110
□ Problemes Olímpics Nº 39	□ Problemes Olímpics Nº 77	□ Problemes Olímpics Nº 111
□ Problemes Olímpics Nº 40	□ Problemes Olímpics Nº 78	□ Problemes Olímpics Nº 112
□ Problemes Olímpics Nº 41	□ Problemes Olímpics Nº 79	□ Problemes Olímpics Nº 113
□ Problemes Olímpics Nº 42	□ Problemes Olímpics Nº 80	□ Problemes Olímpics Nº 114
□ Problemes Olímpics Nº 43	□ Problemes Olímpics Nº 81	□ Problemes Olímpics Nº 115
□ Problemes Olímpics Nº 44	□ Problemes Olímpics Nº 83	

Ens envies aquesta butlleta emplenada a la nostra adreça: Societat d'Educació Matemàtica "Al-Khwarizmi", Apartat 22045, 46071-València, indicant en el sobre "Revista Problemes Olímpics", o ens envies la comanda a la nostra adreça electrònica:

problemesolimpics@semcv.org

SUMARI

ENUNCIATS

FASE PROVINCIAL DE VALÈNCIA

NIVELL C..... p. 5
NIVELL A..... p. 12
NIVELL B..... p. 20

SOLUCIONS

FASE PROVINCIAL DE VALÈNCIA

NIVELL C..... p. 30
NIVELL A..... p. 39
NIVELL B..... p. 51
SOLUCIONS D'ALUMNES ..... p. 66

ENUNCIATS



XXXII OLIMPÍADA MATEMÀTICA
FASE PROVINCIAL - VALÈNCIA

PROBLEMES DE NIVELL C

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA INDIVIDUAL

1. TEMPS DE REBAIXES

Anàrem a les rebaixes i a la botiga comprovàrem que:

- 6 camises i 4 pantalons valen igual que 2 abrics.
- 2 camises i 3 pantalons valen igual que 1 abric.

Si una camisa val 20 €:

a) Què costaran uns pantalons?

b) Què costarà comprar una camisa, uns pantalons i un abric?



2. RESTAURANT CA FOURIER

Fourier va obrir un restaurant la setmana passada. El seu amic Bolzano li va regalar les taules i les cadires.

Si Fourier posa les taules de manera que cada taula tinga 4 cadires, necessita 6 cadires més.

Si les posa dobles, de manera que cada parella de taules utilitze 6 cadires, aleshores li sobren 6 cadires.

Quantes taules li va regalar Bolzano, si sabem que en el restaurant de Fourier caben com a mínim 8 taules i com a màxim 16?

3. ELS RELLOTGES

A Miquel i a Amanda els han regalat pel seu aniversari un rellotge digital a cadascun, i observen que el de Miquel endarrereix 7 segons per dia i el d'Amanda avança 42 segons per setmana.

El dia 31 de desembre de 2021, la Nit de Cap d'Any, els van posar els dos en hora a les 12 de la nit.

a) Quina diferència de temps, expressada en hores, minuts i segons, hi haurà entre el dos rellotges la pròxima Nit de Cap d'Any, quan tornen a sonar les campanades?

b) Quina hora apareixerà en la pantalla del rellotge de cadascun?



4. LES BALES DE XAVI

Xavi té una col·lecció de bales: 3 blaves, 4 roges, 4 verdes i 5 morades. També són de diferents grandàries: 6 grans, 5 mitjanes i 5 menudes. No li agraden ni les menudes ni les verdes.

a) Si no hi ha cap bala que complisca les dues propietats a la vegada, quina probabilitat té d'escollir a l'atzar una bala que siga verda i gran, si només hi ha una bala verda mitjana?

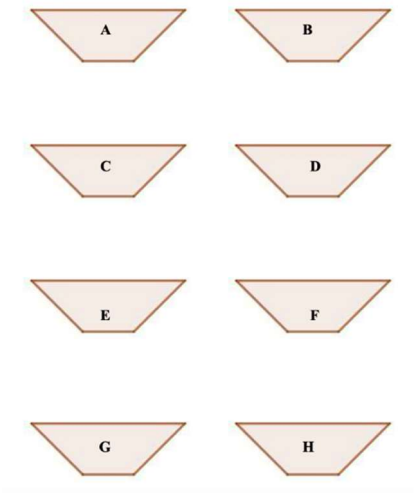
b) Quines combinacions de colors poden tindre les bales mitjanes si sabem que n'hi ha dues grans morades?

5. TRENCACLOSQUES HEXAGONAL

Quim vol formar un hexàgon regular amb les peces de la dreta.

Però les peces amb lletres consecutives no poden tocar-se ni pels vèrtexs ni pels costats.

Com seria el trencaclosques?



6. A L'ESCOLA

A l'escola de Beniarrés 4 de cada 5 estudiants van caminant, 3 de cada 4 es queden a dinar i 1 de cada 5 va caminant i no es queda a dinar.

Quin és el percentatge d'alumnes que es queden a dinar i no van caminant?

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE VELOCITAT

1. NOMBRE MÀGIC

Vicent s'ha inventat els nombres matemàgics. Aquests són nombres de quatre xifres diferents, en què la suma de les seues xifres sempre és 16 i el producte de les seues xifres és 0.

Quins seran el nombre matemàgic més gran i el més xicotet?

2. ELS TRES AMICS

Miquel, Amaia i Marta són tres amics. Empleneu la taula següent tenint en compte que:

- Miquel és menor que Marta i el seu aniversari és el mateix dia de la tornada a l'escola.
- El dia de Reis d'aquest any coincideix amb el setzé aniversari d'Amaia.
- Amaia té 4 anys més que el mitjà i 6 més que el menor dels tres.
- Les classes acaben el mes de l'aniversari de Marta.

NOM	EDAT	MES DE L'ANIVERSARI

3. BATUTS DE FRUITES

Per a fer un batut, Sílvia posa llet i tres fruites diferents. Pot triar entre albercoc, kiwi, plàtan, maduixa i taronja.

Quants batuts diferents pot fer?

4. PASSOS

Laura cada 6 passes fa 4 metres.

a) Quantes passes fa Laura en 100 metres?

b) I en un quilòmetre?

Per cada 3 passes que fa Laura, la seua germana en fa 2.

c) Quantes passes necessitarà la germana de Laura per a fer 100 metres?

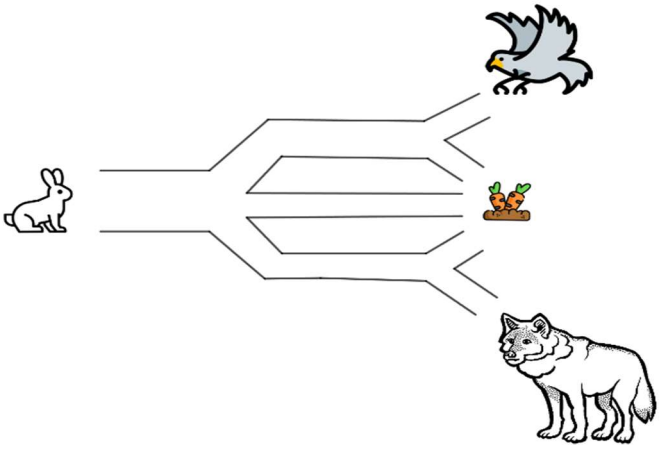
5. MÚLTIPLES DE 3?

Amb els dígits 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 formeu tres nombres *A*, *B*, *C*, de tres dígits diferents cadascun, fent servir els nou dígits i de manera que cap dels tres nombres formats siga múltiple de 3.

6. CAMÍ AL MENJAR

Una família de 12 conills ha eixit a menjar. Es distribueixen per igual en cada encreuament.

Quants conills arribaran a les carlotes?



7. ESCALONS



Miquel puja per les escales del Micalet botant els escalons de tres en tres i el seu amic Jesús de dos en dos, per la qual cosa necessita donar 30 passos més.

Quants escalons té l'escala que puja al Micalet?

8. EL CODI

Necessiteu un codi per a desbloquejar el mòbil. El codi es compon de quatre xifres del zero al nou. Cap xifra s'ha fet servir més d'una vegada.

Per raons de seguretat, si feu servir un codi erroni tres vegades seguides, el mòbil romandrà bloquejat durant una hora. Heu oblidat el codi. Només recordeu que comença amb un 3, després un 5, i esteu segurs que el codi no té cap 0.

Per tant, el codi és:

3	5		

(cap zero ni cap dígit repetit)

Quina és la probabilitat que encerteu el codi en el primer intent?

9. VELA LLATINA

En una competició de vela llatina en l'Albufera de València, s'inscriuen inicialment 13 homes i 20 dones. Han de formar 9 equips, de manera que cada equip tinga el mateix nombre d'homes que de dones.

Quantes dones i quants homes més s'han d'inscriure en la competició, com a mínim, per tal que això siga possible?

10. LA LECTURA

Pau té un llibre nou de 288 pàgines. Vol llegir-ne 2 pàgines cada dia entre setmana i 7 pàgines cada dissabte i cada diumenge. Si comença a llegir dissabte:

a) Quantes setmanes completes tardarà a llegir el llibre?

b) Quin dia de la setmana l'acabarà de llegir?

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE CAMP

1. PACMAN

A la part més alta del parc trobem un consultori mèdic. A la porta hi ha pintat un logotip. Aquest logotip està format per 4 sectors de cercle de color groc. Quin percentatge de la porta està pintat de color groc?



2. ENS POSEM A COBERT

Com que enguany ha plogut molt, volem posar un sostre de fusta en les dues estructures que trobem al parc Mestre Ferrero (n'hi ha una enfront de l'altra). El preu per cada metre quadrat de fusta és de 15 €. Quants diners necessitarà l'Ajuntament per a pagar aquests dos sostres?



3. BOMBETES DE COLORS

En la barana que hi ha situada en la part més baixa del parc Mestre Ferrero, es volen col·locar bombetes de colors, de manera que per cada dos metres n'hi haja 5 de color vermell, 2 de color verd i 3 de color blau. Si arrodonim la longitud de la barana a metres:

a) Quantes bombetes de cada color necessitarem?
b) Quin percentatge del total n'hi haurà de cada color?



4. L'ESCALA

En aquest parc trobem una escala ben gran, amb molts escalons.

Tenim un baló de bàsquet i volem pujar l'escala botant-lo de la següent manera:



- En el primer escaló botarem el baló 10 vegades, i pujarem al segon escaló.
- Al segon escaló farem 5 bots més de baló que en l'anterior. I pujarem al tercer.
- Al tercer escaló 5 bots més que al segon.
- I així successivament.

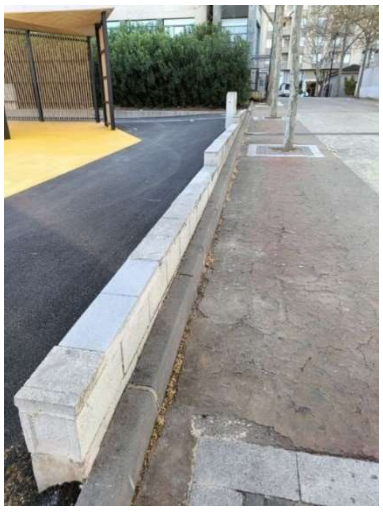
Quantes vegades en total haurem botat el baló quan arribem dalt?

5. LA CLAU DE LA WIFI DE L'IES JAUME I

Per fi hem arribat de nou a l'IES Jaume I; ací acaba la competició, però ens queda l'última prova.

Trobem un mur baixet amb tres altures diferents, on podem seure a intentar endevinar la contrasenya de la Wifi de l'institut. Ens han donat les següents pistes:

La clau està formada pel nom de l'institut (en majúscules, tot junt i amb lletra) seguit de dues xifres numèriques. Per a saber les dues xifres hem de resoldre el següent problema:



Som un equip de quatre components: Albert, Beatriu, Carla i Damià (A, B, C, D).

Comptem totes les combinacions que hi ha per a seure en les tres parts del mur de manera que cap d'elles quede buida ni cap component sense seure.

Sempre hi haurà almenys dues persones en una mateixa part, i no tindrem en compte l'ordre. (És a dir, Albert-Beatriu és el mateix que Beatriu-Albert).

El nombre total de possibilitats correspon a les dues xifres de la clau de la Wifi.

PROBLEMES DE NIVELL A

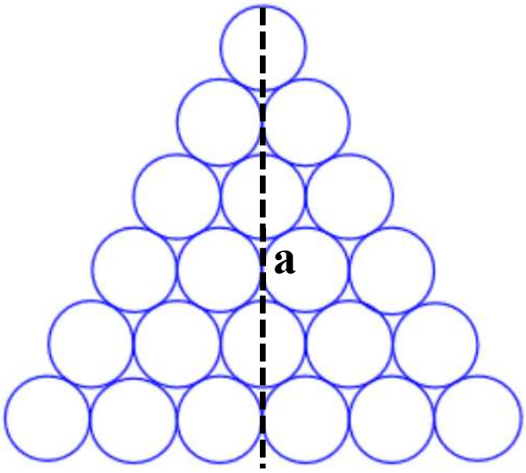
FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA INDIVIDUAL

1. FITXES

Hem format aquest triangle utilitzant fitxes redones. Si sabem que cada fitxa té una mida de 2 cm de diàmetre:

a) Calcula el perímetre del triangle que es forma unint els centres dels cercles que estan en els vèrtexs.

b) Calcula l'altura "a" assenyalada en el dibuix.



2. LA PISCINA

Joan i Miquel estan asseguts en punts diametralment oposats d'una piscina circular, en què la profunditat de l'aigua és de 2 metres. Quan Carla s'asseu en la vora de la piscina, els dos es llancen a nadar en línia recta cap a ella. Quan han nadat 10 metres, Miquel ja ha arribat on es troba Carla, mentre que a Joan encara li falten 14 metres per a arribar. Quants litres d'aigua hi ha en la piscina?



3. SOBRE 10

Matilde, la professora de matemàtiques d'un grup de 25 alumnes, els ha fet respondre a un qüestionari tipus test de 10 preguntes per tal que la valoren com a professora i així poder millorar les seues classes. En cada pregunta, els alumnes han de marcar un nombre de l'1 al 4 de manera que marcar l'1 significa "molt bé", marcar 2 és "bé", el 3 és "regular" i el 4 és "malament". Matilde ha vist que té una puntuació mitjana de 14,05 punts. Quina nota sobre 10 ha obtingut Matilde?

4. SUMA D'EDATS

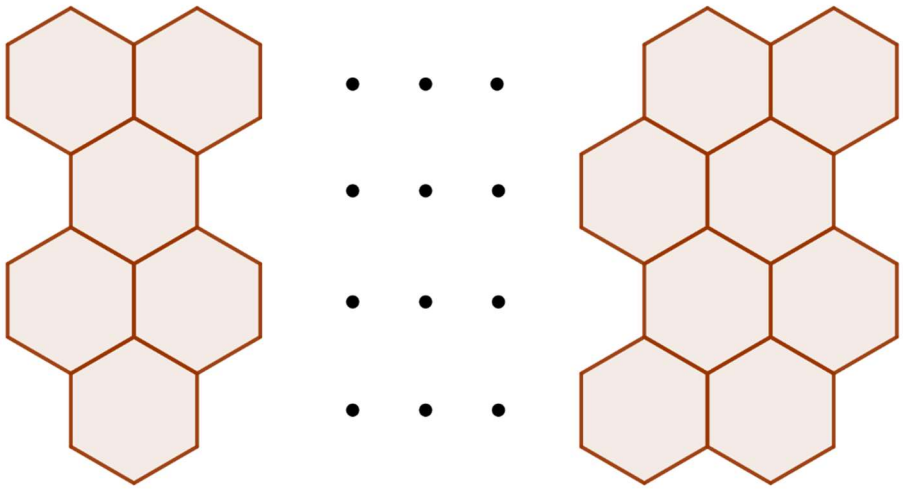
La suma de les edats dels 144 estudiants que participaren l'any passat en la fase provincial de l'Olimpíada Matemàtica va ser de 2022 anys. Demostra que n'hi ha almenys un grup de 3 alumnes en el qual la suma de les seues edats no és inferior a 43 anys.

5. LA CLASSE

He realitzat un examen a 35 estudiants de la classe i ha resultat que la mitjana de les qualificacions de les xiques és 6 i la dels xics és 4,75. Sabent que la mitjana de totes les qualificacions de la classe és de 5,25: Quantes xiques hi ha en la classe?

6. XARXA HEXAGONAL

Volem construir una xarxa de 2022 hexàgons amb barretes de ferro (cada barreta de ferro és un costat de l'hexàgon) tal com mostra la figura. Quantes barretes necessitem per a poder construir-la tota?



FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE VELOCITAT

1. PARTIT DE RIVALITAT LOCAL

En un poble hi ha dos equips, l'equip A i l'equip B. En l'últim partit el resultat final va ser $2-2$.

a) De quantes maneres diferents es pot arribar al resultat final?

b) Quins marcadors possibles es poden donar al descans?

c) Si el resultat final és $m-n$, amb quants marcadors possibles es pot arribar al descans?

2. ENCRIPTACIÓ PER NOMBRES PRIMERS

Desencripteu el següent missatge:

19.47. 19.2.67. 2.5.47.43.67.11.17.73.23.71.!!

Cal saber que el títol del problema és una pista per a resoldre'l i que cada grup de xifres seguit d'un punt, correspon a una única lletra.

3. TANQUES

Un hort circular estava circumdat amb 251,33 metres de cable, fins que els veïns es van queixar perquè es van adonar que havien utilitzat 2 m de radi més dels que els pertocava. Quina superfície té l'hort després d'envoltar-lo correctament?

4. EL CINEMA

Quatre amics van al cine però sols tres han pagat l'entrada. El porter els pregunta per tal de saber qui és el que no ha pagat.

- *Jo no he sigut*, diu Amparo.
- *Ha sigut Joan*, diu Carles.
- *Ha sigut Josep*, diu Joan.
- *Carles menteix*, diu Josep.

Sabent que sols un d'ells menteix:

a) Qui menteix?

b) Qui no ha pagat l'entrada?

5. CONTRASENYA

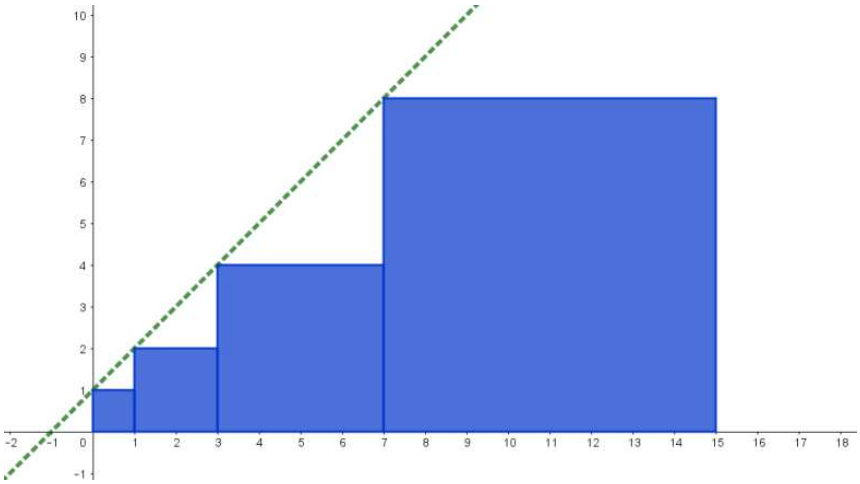
La mare de Manel li ha posat contrasenya a la wifi i li ha donat unes pistes perquè puga descobrir-la:

a) Per a poder trobar la contrasenya, sa mare li diu que ha de saber quins són els nombres primers de dues xifres. Podríeu ajudar Manel i escriure quins són?

b) La wifi té per contrasenya 4 xifres no repetides de major a menor (d'esquerra a dreta) que sumen 24 i el nombre format per les dues primeres xifres i el format per les dues últimes són ambdós primers. Quina és la contrasenya?

6. QUADRATS JUXTAPOSATS

Col·loquem quadrats consecutius "a l'ombra" d'una recta, tal com es veu a la imatge següent:



Quines seran les coordenades dels vèrtexs del següent quadrat?

7. L'ESPORTISTA TOTAL

Cinc atletes participen en la fase final d'una competició que consta de cinc proves individuals. En cadascuna de les cinc proves, el guanyador aconsegueix 5 punts, el segon 4, el tercer 3, etc. Mai hi ha empats, ni a les proves individuals ni a la classificació final.

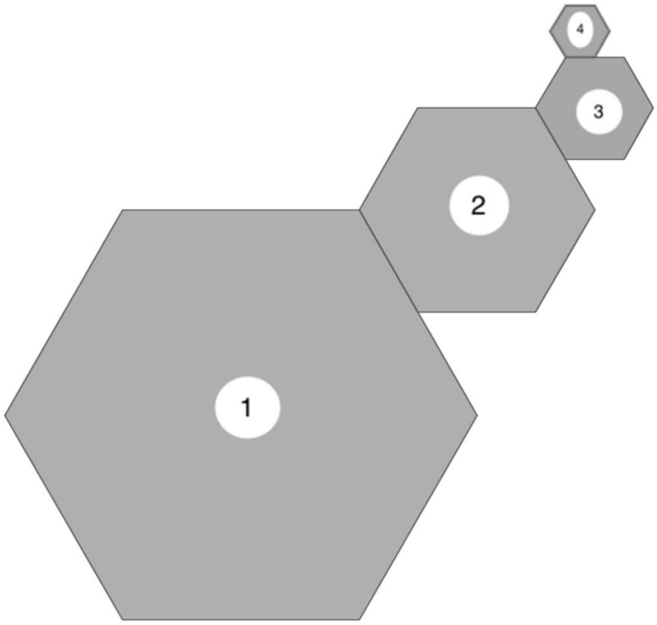
Albert ha quedat guanyador amb un total de 24 punts, el segon classificat ha sigut Bernat, el tercer Miquel (que ha quedat a la mateixa posició en quatre de les cinc proves), el quart classificat ha sigut Joan i, finalment, Pere (tot i haver guanyat en natació i haver estat tercer en la prova de tir). En quin lloc ha quedat Joan en natació?

8. L'HEXÀGON INFINIT

En la següent successió d'hexàgons, sabent que el costat del primer té una unitat de longitud i que en cada terme la longitud del costat és la meitat que en l'anterior:

a) Calcula l'apotema de l'hexàgon número 4.

b) Si continuarem fent hexàgons successius, quina seria l'apotema de l'hexàgon número 10?



9. BALLEM?

En una festa hi ha 22 persones. Júlia balla amb 7 xics, Sílvia amb 8, Núria amb 9, i així, successivament, fins a arribar a Neus, que balla amb tots. Quantes xiques i quants xics hi ha a la festa?

10. QUADRE ALFABÈTIC

Completa una taula de 3 × 3 amb lletres gregues, seguint les instruccions següents:

a) **β**, **ε**, **θ** es troben en l'horitzontal superior.

b) **ρ**, **μ**, **λ** es troben en l'horitzontal inferior.

c) **β**, **γ**, **ρ**, **θ**, **μ**, **π** no estan en la vertical esquerra.

d) **α**, **β**, **ρ**, **ε**, **λ**, **π** no estan en la vertical dreta.

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE CAMP

1. PRIMERS I CAPICUES

Moltes vegades, passejant, observem algunes matrícules de cotxes, i més si som a un pàrquing. Algunes són nombres capicues. És a dir, que es llegeixen igual d'esquerra a dreta que de dreta a esquerra.

Sense comptar els nombres d'un sol dígit:

a) Quin és el menor nombre primer capicua?

b) Quin és el menor nombre capicua que és també quadrat perfecte?

c) Quins són els cinc primers nombres primers capicues entre 100 i 200?

d) Existeix alguna matricula de cotxe (4 dígits) capicua i nombre primer?

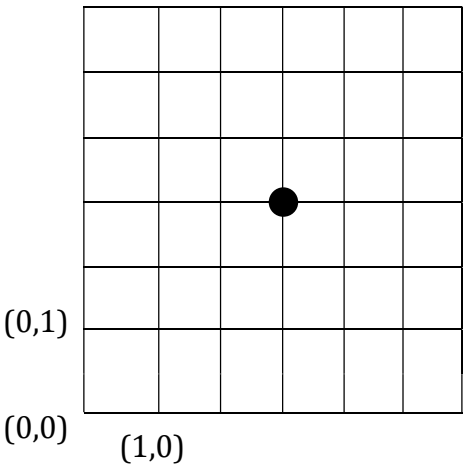


2. AÇÒ VA DE COORDENADES

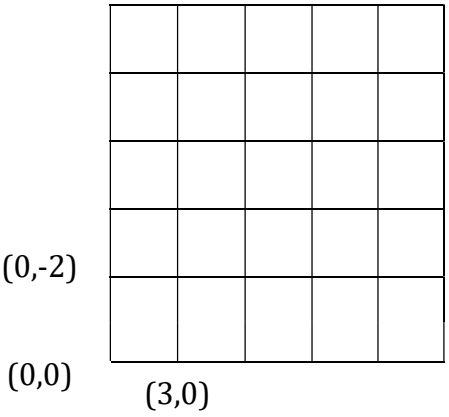
Laura i Maria es trobaren amb la següent graella de punts formats per línies horitzontals de color verd i línies verticals de color roig. Laura va pensar que els punts grocs de la graella serien un bon lloc on amagar cartes i així poder comunicar-se de manera secreta.



a) Aleshores Laura, per a poder dir-li a Maria en quin lloc ha deixat la carta, proposa considerar el primer lloc on es creuen una línia verda i una roja com l'origen d'un sistema de coordenades cartesianes, és a dir, el punt (0,0). Així, si cada vegada que recorren un segment de color verd afegeixen una unitat a la coordenada de les x i si és de color roig afegeixen una unitat a la coordenada de les y, Laura podria dir-li a Maria quines serien les coordenades del punt groc on ha deixat la carta. Si Laura deixa la carta en el punt central de la graella, quines serien les coordenades que hauria de dir-li a Maria? Observa la figura de la dreta.



b) Però Maria s'adona que, d'aquesta manera, seria molt senzill trobar on està situada la carta si algú descobreix les coordenades. Així que decideixen encriptar les coordenades de la següent manera: començant en l'origen (0,0), cada vegada que recorren un segment de color verd afegeixen tres unitats a la coordenada de les x i, si és de color roig, resten dues unitats a la coordenada de les y, com pots observar a la figura de la dreta. D'aquesta manera, quines serien les coordenades que Laura hauria de dir-li a Maria si deixa la carta en el punt central de la graella?



c) Fixa't que aquesta encriptació provoca que Laura mai podrà dir-li a Maria les coordenades (1,0) per a referir-se a un punt groc de la graella. Aleshores, si poguérem allargar de manera infinita la graella, seria possible que Laura li diguera a Maria algun dels punts (27, –16), (312, –422), (4, –20) i (72, –11)? Per què?

3. LA FONT DEL PARC

Ontinyent és conegut també per la quantitat de fonts que té i que ha tingut. Al parc Mestre Ferrero n'hi ha un parell. Segons els últims mesuraments dels tècnics de l'ajuntament, l'aixeta té un cabal de 12,5 litres per minut, mentre que la font desaigua a un ritme d'un octau de litre per segon. Però quan la font està a més de la meitat del seu volum, l'aigua esguita i cau fora un 8% del cabal de l'aixeta.

Amb tot açò, quant de temps tardarà a desbordar la font?



4. CUBICANT INSTRUMENTS



Ontinyent té una gran tradició musical. El nom del parc on estem és en honor del músic ontinyentí José María Ferrero, més conegut com el *Mestre Ferrero*. El seu instrument era la trompa, la qual està representada en l'escultura que trobem al parc.

a) Quant aire cabrà en la part de l'escultura de la foto (sols l'arc), sabent que el metall té un grossor de 3 mm?

b) Quina és la superfície exterior del metall?

5. LA PALMERA MÉS ALTA



Aquesta prova té lloc al costat de la palmera més alta de tot el parc. Sense pujar dalt d'ella, sabries dir quina és l'altura del tronc de la palmera?

PROBLEMES DE NIVELL B

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA INDIVIDUAL

1. EL NOMBRE FANTASMA

a) Troba un nombre de cinc xifres tal que si li col·loquem un 1 davant (formant-ne així un de sis xifres), obtenim un nombre que és la tercera part del que construïm si li col·loquem l'1 al final.

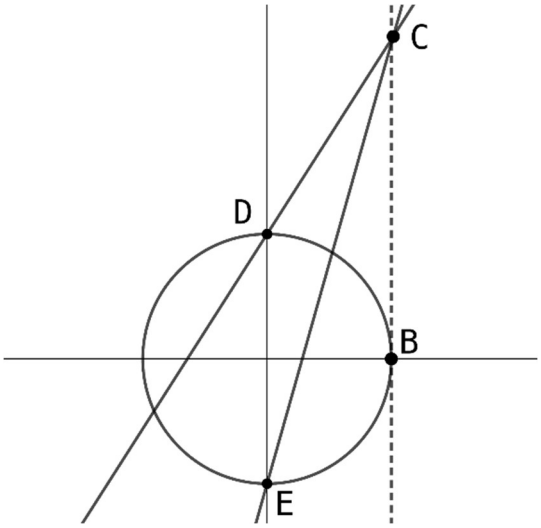
b) Existeix la solució, en les mateixes condicions, si és un dos el que posem davant i al final?

c) I amb la resta de dígits fins al nou?



2. ORDENADA 2022

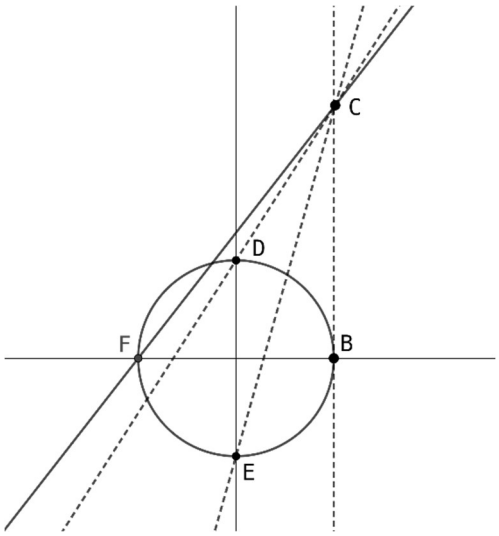
Dues rectes es tallen en un punt que té ordenada 2022.



Les rectes tenen pendents 5 i 7. Només sabem que els punts D, B i E estan en la mateixa circumferència. D i E són els punts d'intersecció de les dues rectes amb l'eix OY i B és la intersecció amb l'eix OX de la perpendicular a aquest eix que passa pel punt C.

a) Quant val el radi de la circumferència?

b) Si dibuixem una recta que passe pels punts F i C, quina en serà l'equació?



Nota: El dibuix és solament indicatiu de les posicions relatives dels objectes, però no de les mesures exactes de la solució.

3. EL CODI NOMIO

La famosa agent secreta Polly Nomio, de l'agència ALFA, ha ideat un mètode d'encriptació per a les paraules clau que utilitza l'agència en les seues missions.

Quan Polly ha d'encriptar una paraula clau, substitueix cada lletra pel número de la seua posició en l'abecedari:

A → 1
B → 2
C → 3

Després, utilitza aquests nombres com a coeficients d'un polinomi. Per exemple, la paraula ALFA es convertiria en el següent polinomi:

$$x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

Com que cada agent té el seu número d'identificació, Polly els dona a cadascun dels seus companys i companyes un nombre que obté com el valor numèric d'aquest polinomi quan se substitueix la lletra x pel nombre d'identificació de la persona en qüestió.

Per exemple, per a la paraula ALFA, l'agent 007 rebria el nombre 974:

$$7^3 + 12 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7 + 1 = 974$$

D'aquesta manera, cap agent coneix la paraula clau, però, si s'ajunta el nombre suficient d'agents, poden deduir-la a partir dels nombres que han rebut.

Com més llarga siga la paraula, més agents hauran d'unir-se per a descobrir-la.

Per a la missió de hui, s'ha triat una paraula de quatre lletres.



Amb la següent informació, has de ser capaç de trobar-la:

- L'agent 000 ha rebut el nombre 1.
- L'agent 001 ha rebut el nombre 54.
- L'agent 002 ha rebut el nombre 263.
- L'agent 003 ha rebut el nombre 742.

4. INTERCANVI PLANETARI

En el dia d'avui ha aterrat l'alumnat d'intercanvi **de l'IES Jaume I d'Ontinyent** de la seua estada al planeta **ClarPou**.

Aquest planeta gira al voltant de la seua estrella, **Clariana 50**, i tarda a fer-ho el mateix temps que la Terra al voltant del Sol. El nostre any té 365 dies, però en **ClarPou** cada any té 500 dies, cada dia té 50 hores, cada hora 50 minuts i cada minut 50 segons.

a) Calcula les equivalències entre les diferents unitats de temps en la Terra i en el planeta ClarPou.

b) Isabel, alumna de 4t d'ESO, per a integrar el seu company d'intercanvi, li pregunta: "On duren més els segons, en el teu planeta o en el meu?"

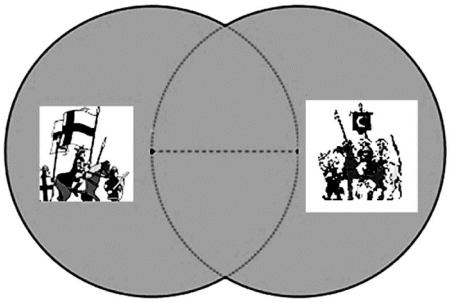
c) "I si me'n vaig al teu planeta en juliol i agost de la Terra, quant de temps estaré (comptant dies, hores, minuts i segons) del temps del teu planeta?"



Ajuda la curiosa Isabel i respon les seues preguntes.

5. LA GRAN BATALLA

La ***Societat de festers d'Ontinyent*** prepara una Gran Batalla aquest any per a les seues festes. La batalla enfrontarà els dos bàndols, moro i cristià, en un espai limitat per dues circumferències iguals de radi $75/\pi$ metres, secants, cadascuna de les quals passa pel centre de l'altra, tal com indica la figura.

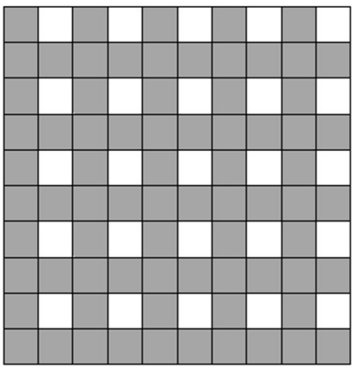


a) Calcula el perímetre del recinte d'aquesta batalla.

b) Calcula quin percentatge de l'àrea del cercle de l'esquerra correspon a la superfície que coincideix amb la del cercle de la dreta.

6. ENRAJOLANT UNA HABITACIÓ

Hem decidit enrajolar una habitació quadrada amb rajoles grises i blanques. Començarem per un cantó (l'inferior esquerre en la figura) i posarem rajoles de color gris en la fila i columna que conflueixen en eixe cantó. Després, per files o per columnes indistintament, afegirem fileres de dos dissenys: una filera en què s'alternen els dos colors, la següent amb totes les rajoles de color gris, i així successivament fins a omplir el quadrat, com es pot veure en la figura.



Intenta contestar ara les següents preguntes:

a) Quantes rajoles de cada tipus necessitem per a enrajolar una habitació quadrada de 20 rajoles per costat?

b) I per a enrajolar-ne una que tinga 51 per costat?

c) Series capaç de trobar una fórmula que ens done el nombre de rajoles de cada tipus en funció del nombre de rajoles per costat que tinga l'habitació quadrada?

d) I per a enrajolar una habitació rectangular de 20×30 rajoles?

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE VELOCITAT

1. CAPICUES AL 2022

Si considerem la data del dos d'abril d'enguany amb el format DDMMAAAA, podem observar que la data 02042022 no és capicua.

La pregunta és: quantes dates del segle XXI, amb aquest format, són capicues?

2. DEL MÉS XICOTET AL MÉS GRAN

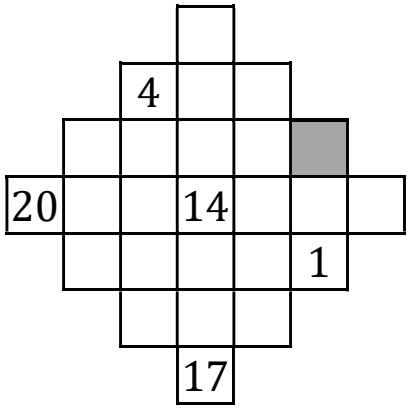
Ordeneu els següents nombres en ordre creixent, sabent que $a > 1$:

$$-\frac{1}{a}\ ,\ a^{-2}\ ,\ -\frac{1}{a^2}\ ,\ a^3\ ,\ \frac{1}{\sqrt{a}}\ ,\ a^{-\frac{3}{2}}\ ,\ -a^{-3}\ ,\ a^{\frac{1}{3}}\ ,\ -\frac{1}{a^{-1}}\ ,\ a^{\pi}$$

3. CASELLA INCÒGNITA

Heu de col·locar nombres enters en les caselles de la figura, de manera que per cada tres quadrats consecutius (en horitzontal o en vertical) el valor central siga la mitjana aritmètica dels seus veïns.

Alguns d'ells ja estan escrits. Calculeu el nombre que estarà situat a la casella ombrejada.

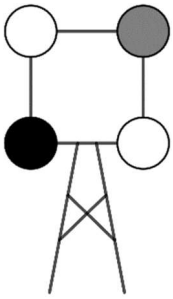


4. BUSCANT EL MAJOR RESULTAT

a) Utilitzant una sola vegada cadascun dels cinc següents nombres: 1, 3, 4, 7, 8 i amb les operacions addició, subtracció, multiplicació i divisió, es tracta d'aconseguir el resultat més gran. (Si creieu que és necessari, podeu utilitzar parèntesis).

b) Si els nombres són ara 1, 1, 2, 3, 5, escriviu com aconseguir el resultat major.

5. TORRE DE SENYALS



En cada vèrtex de la torre de senyals de la figura adjunta es pot posar un cercle de color negre, de color gris o de color blanc.

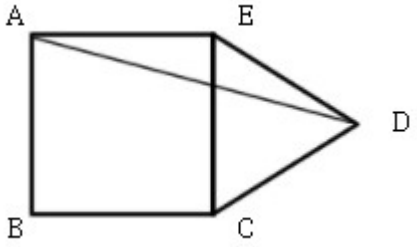
Calculeu quants senyals diferents es poden fer de manera que, com en l'exemple, els colors dels cercles de dos vèrtexs veïns siguen, en tots els casos, de diferent color.

6. TRIANGLES I RECTES PARAL·LELES

En dues rectes paral·leles marquem quatre punts sobre una d'elles i dos sobre l'altra. Quants triangles es poden dibuixar amb els vèrtexs situats en tres d'aquests punts?

7. UNA ÀREA I UN PERÍMETRE NO GAIRE COMPLICATS

Calculeu l'àrea i el perímetre del triangle EAD suposant que el costat del quadrat mesura 1 m i que el triangle ECD és equilàter.



8. ESTRANYA OPERACIÓ

Tenim una operació definida així: $a \otimes b = a \cdot b + a + b$. Es demana:

a) $3 \otimes 5 =$

b) El valor de x si $2 \otimes x = 3 \otimes 5$

c) Els diferents valors enters positius que pot tenir x de manera que $m \otimes x = 3 \otimes 5$, on m és un nombre enter i $m > 0$.

9. NUMERLÀNDIA

A Numerlàndia els mesos son de 40 dies. Tots els números de dia divisibles entre 6 són festius i també ho són tots els dies que corresponen a nombres primers. Si considerem la setmana com una sèrie de dies laborables entre dies festius, respon:

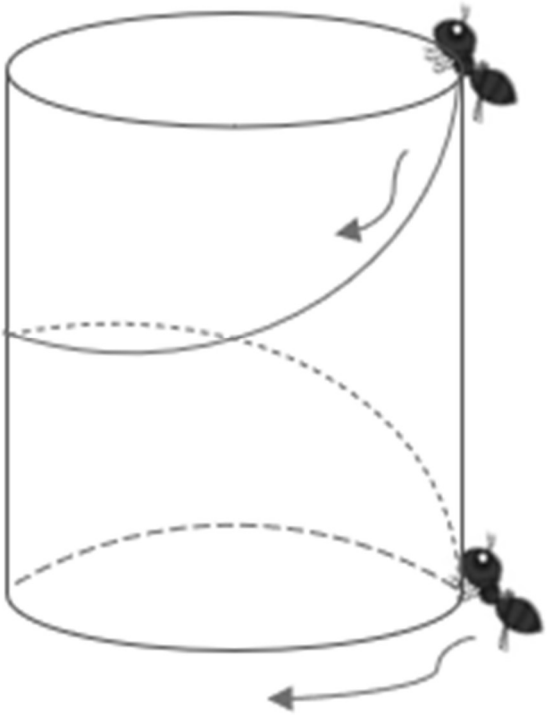
a) Quantes setmanes hi ha al mes amb només un dia laborable?

b) Si considerem els caps de setmana com un conjunt d'un o més dies festius consecutius, quants caps de setmana hi ha amb tres dies festius?

10. LES FORMIGUES

Dues formigues estan sobre la superfície d'un cilindre de radi 6 cm i altura 16π cm, com es veu a la figura següent. Les dues volen pegar una volta al cilindre, però una comença a la banda de dalt i baixa al temps que pega la volta (sempre pel camí mes curt). L'altra només pega la volta a la base inferior.

Calcula la raó entre la longitud del camí que fa la formiga de dalt i la del que fa la formiga de baix.



FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE CAMP

1. DECOREM LES PAPERERES

Al parc Benarrai d'Ontinyent trobem unes papereres fetes amb llistons de fusta. Per tal de decorar el parc s'ha decidit pintar els llistons de colors.



Disposem de 4 colors diferents i volem pintar els llistons de tres en tres; és a dir, tindrem 3 llistons consecutius del mateix color, a continuació tres llistons d'altre color diferent, i així successivament, de manera que no puguen haver 6 llistons consecutius pintats del mateix color.

De quantes maneres diferents podem pintar la paperera?

2. PENDENTS DE LA PASSAREL·LA



Ens trobem a la passarel·la que utilitza tots els dies l'alumnat de l'IES l'Estació per a arribar a l'institut. A la classe de Matemàtiques els expliquen la relació entre el senyal de tràfic que indica el pendent mitjà d'una carretera i les raons trigonomètriques de l'angle.



Volem posar aquest senyal a l'entrada de la passarel·la per a indicar el pendent mitjà que hi ha des de l'inici de la rampa fins al sisé fanal que trobem en ella. Podries dibuixar com quedaria el senyal?

3. PROPORCIÓ



Al parc en què ens trobem venen els més menuts a passar la vesprada. A les torres que hi ha al castell, trobem unes baranes per tal que el xiquets no caiguen. Aquestes baranes tenen quatre forats. Quin percentatge ocupen aquests forats sobre tota la peça?

4. CUBICANT INSTRUMENTS

Ontinyent té una gran tradició musical. El nom del parc on estem és en honor del músic ontinyentí José María Ferrero, més conegut com el *Mestre Ferrero*. El seu instrument era la trompa, la qual està representada en l'escultura que trobem al parc.

a) Quant aire cabrà en la part de l'escultura de la foto (l'oval i el seu suport), sabent que el metall té un grossor de 3 mm?

b) Quina és la superfície exterior del metall?



5. UN JOC DE PILOTES MOLT GEOMÈTRIC

Marc s'ha inventat un joc amb una pilota de 2 cm de radi en aquesta reixa tan geomètrica. Vol llençar-la i encertar-la dintre de la reixa. Quina és la probabilitat d'encert cada vegada que llancem la pilota?



SOLUCIONS



XXXII OLIMPÍADA MATEMÀTICA
FASE PROVINCIAL - VALÈNCIA

PROBLEMES DE NIVELL C

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA INDIVIDUAL

1. TEMPS DE REBAIXES

Solució: a) Uns pantalons, 20 €; b) Camisa, pantalons i abric, 140 €.

Tenim que,

- 6 camises i 4 pantalons valen igual que 2 abrics: $6C + 4P = 2A$
- 2 camises i 3 pantalons valen igual que 1 abric: $2C + 3P = 1A$

Com que $6C + 4P = 2A$ equival a $3C + 2P = 1A$, tenim:

$$2C + 3P = 1A = 3C + 2P$$

I podem afirmar que la camisa i el pantaló tenen el mateix preu.

Si la camisa val 20 €, el pantaló també. Aleshores l'abric, que equival a cinc peces de roba, valdrà $20 \cdot 5 = 100$ €.

2. RESTAURANT CA FOURIER

Solució: Li va regalar 12 taules.

Temptegem el nombre de taules que podem tindre amb el nombre de cadires que tindrem amb les dues possibilitats que ens donen.

Si tenim 4 cadires per taula, en falten 6:	Si tenim 6 cadires cada dues taules, que és el mateix que 3 cadires per taula, en sobren 6:
$8 \cdot 4 = 32 \longrightarrow 32 - 6 = 26$	$8 \cdot 3 = 24 \longrightarrow 24 + 6 = 30$
$9 \cdot 4 = 36 \longrightarrow 36 - 6 = 30$	$9 \cdot 3 = 27 \longrightarrow 27 + 6 = 33$
$10 \cdot 4 = 40 \longrightarrow 40 - 6 = 34$	$10 \cdot 3 = 30 \longrightarrow 30 + 6 = 36$
$11 \cdot 4 = 44 \longrightarrow 44 - 6 = 38$	$11 \cdot 3 = 33 \longrightarrow 33 + 6 = 39$
$12 \cdot 4 = 48 \longrightarrow 48 - 6 = \mathbf{42}$	$12 \cdot 3 = 36 \longrightarrow 36 + 6 = \mathbf{42}$

Per tant, Bolzano li va regalar 12 taules.

3. ELS RELLOTGES

Solució: : a) La diferència serà 1 hora 19 minuts i 5 segons; b) El de Miquel marcarà les 23:17:25 i el d'Amanda les 00:36:30.

a) La diferència en segons és:
$(7 + 6) \cdot 365 = 4745$ s $= 1$ hora 19 minuts *i* 5 segons.

b) El rellotge de Miquel endarrereix: $7 \cdot 365 = 2555$ s $= 42$ min 35 s
Per tant, marcarà les 23 hores 17 minuts i 25 segons.
El rellotge d'Amanda avança: $6 \cdot 365 = 2190$ s $= 36$ min 30 s
Per tant, el seu rellotge marcarà les 0 hores 36 minuts i 30 segons.

4. LES BALES DE XAVI

Solució: a) La probabilitat n'és 3/16; b) N'hi ha 13 combinacions.

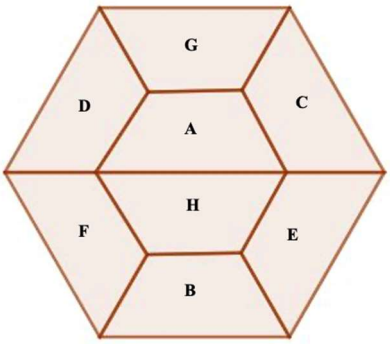
a) Com que una bala verda és mitjana, i no hi ha cap bala verda menuda, tenim que, de les quatre bales verdes, n'hi ha tres grans. Com que en total tenim 16 bales, la probabilitat d'escollir una bala verda gran és 3 de 16. En termes de probabilitat, 3/16 = 0,1875.

b) Com que sabem que una de les bales mitjanes és verda i dues de les morades són grans, les possibles 5 bales mitjanes les extraurem d'un conjunt format per una bala verda, tres blaves, quatre roges i tres morades. Les possibilitats són:

Tres blaves	Dues blaves	Una blava	Cap blava
VBBBR	VBBRR	VBRRR	VRRRR
VBBBM	VBBRM	VBRRM	VRRRM
	VBBMM	VBRMM	VRRMM
		VBMMM	VRMMM

5. TRENCACLOSQUES HEXAGONAL

Solució:



6. A L'ESCOLA

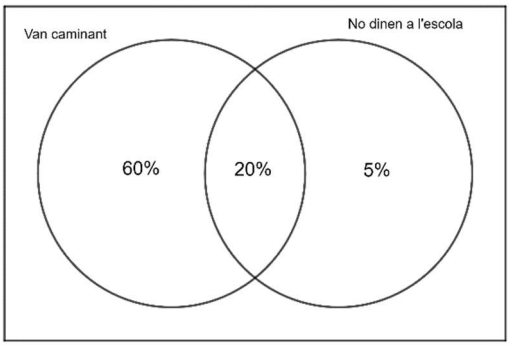
Solució: el 15% dina a l'escola i no va caminant.

Atés que la solució es demana en percentatge, es pot resoldre passant les dades a percentatges.

El 80% de l'alumnat va a l'escola caminant; el 75% es queda a dinar i el 20% va caminant i no es queda a dinar.

Fent un diagrama de Venn, s'observa que:

1. El 60% va caminant i dina en l'escola.
2. El 20% va caminat i no dina a l'escola.
3. El 5% ni dina en l'escola ni va caminant.



En total fa un 85%. El 15% restant, dina a l'escola i no va caminant.

En una taula es visualitza millor:

	D	No D	
C	60%	20%	80%
No C	15%	5%	20%
	75%	25%	100%

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE VELOCITAT

1. NOMBRE MÀGIC

Solució: el nombre més gran és el 9610 i el més xicotet és el 1069.

Les xifres que podem utilitzar són 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9.

Una de les xifres és el 0, ja que el producte de les quatre ha de ser 0.

Ara, amb la resta de xifres que ens queden, fem les possibles sumes de tres xifres que donen 16, començant en el primer cas per les xifres més grans i després, en el segon, per les més menudes, ja que només ens demanen el nombre més gran i el més menut.

$9 + 6 + 1 + 0 = 16 \rightarrow \mathbf{9610}$ el més gran.

$1 + 0 + 6 + 9 = 16 \rightarrow \mathbf{1069}$ el més menut.

2. ELS TRES AMICS

Solució:

NOM	EDAT	MES DE L'ANIVERSARI
Miquel	10	Setembre
Marta	12	Juny
Amaia	16	Gener

3. BATUTS DE FRUITES

Solució: Es poden fer 10 batuts diferents.

Anomenem A l'albercoc, K el kiwi, P el plàtan, M la maduixa i T la taronja.

Fem una enumeració per a trobar els 10 batuts diferents que pot fer Sílvia:

AKP AKM AKT APM APT AMT

KPM KPT KMT

PMT

4. PASSOS

Solució: a) Laura en 100 metres fa 150 passes; b) Laura en 1000 metres fa 1500 passes; c) La seua germana fa 100 passes en 100 metres.

a) Amb una taula de raons: multiplicant per 25, reduint a la unitat...

Passes	6	3	1,5	150
Metres	4	2	1	100

b) Amb una taula de raons: multiplicant per 10

Passes	150	1500
Metres	100	1000

c) Amb una taula de raons: reduint a la unitat, multiplicant per 50...

Passes Laura	3	1,5	150
Passes germana	2	1	100

5. MÚLTIPLES DE 3?

Solució: N'hi ha moltes respostes correctes.

Algunes de les quals són:

- 124, 379 i 568 (i totes les que ixen de canviar l'ordre de les xifres de cada nombre. Per exemple: 142, 379 i 568; 214, 379 i 568; 241, 379 i 568...).
- 125, 368 i 479;
- 127, 349 i 568;
- 128, 347 i 569;
- 134, 257 i 689;
- 134, 278 i 569 ...

6. CAMÍ AL MENJAR

Solució: Hi arribaran 8 conills.

En el primer encreuament es reparteixen quatre conills per cada camí; dels quatre del camí superior, 2 van cap a l'àguila i 2 cap a les carlotes; els quatre del camí del mig arriben tots a les carlotes; i per últim, pel camí inferior, arriben 2 a les carlotes i 2 al llop.

Per tant, a les carlotes arriben $2 + 4 + 2 = 8$ conills.

7. ESCALONS

Solució: L'escala del Micalet té 180 escalons.

Busquem un nombre divisible per 3 i per 2, i per tant múltiple de 6, de manera que en dividir-lo per 3 s'obtinga un quocient 30 unitats menor que en dividir-lo per 2.

D'altra banda, Jesús puja un escaló més per cada escaló que puja Miquel, i quan acaba, a Miquel encara li falten 30 passos, la qual cosa suposa 60 escalons. Es tracta, aleshores, d'un múltiple de 6 major que 60.

Si unim totes aquestes condicions, el nombre d'escalons és 180.

(També es pot resoldre l'equació suggerida en el primer paràgraf.)

8. EL CODI

Solució: La probabilitat d'encertar el codi al primer intent és 1/42.

Per al tercer nombre queden 7 possibilitats, i 6 per al quart, ja que no es poden repetir els dígits i no es pot fer servir el zero. Així doncs, hi ha 42 combinacions diferents i només una desbloqueja el telèfon. Per tant, la probabilitat que el primer intent siga correcte és $1/42$ (aproximadament un 2,4%).

3 5 __ __ (cap zero ni cap dígit repetit)

Es pot fer servir una taula per fer el recompte de possibilitats:

3512	3521	3541	3561	3571	3581	3591
3514	3524	3542	3562	3572	3582	3592
3516	3526	3546	3564	3574	3584	3594
3517	3527	3547	3567	3576	3586	3596
3518	3528	3548	3568	3578	3587	3597
3519	3529	3549	3569	3579	3589	3598

9. VELA LLATINA

Solució: Hi calen 7 dones i 14 homes.

El nombre de dones i d'homes ha de ser múltiple de 9 i major que 20.

Per tant, necessitem com a mínim 27 dones i 27 homes (54 persones).

Aleshores falten 7 dones i 14 homes.

[Si no cal que les tripulacions tinguen el mateix nombre de persones, basta amb 6 homes.]

10. LA LECTURA

Solució: a) 12 setmanes completes; b) Divendres.

Com que cada setmana llig $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 7 + 7 = 24$ pàgines, fem la divisió euclidiana de 288 entre 24, i obtenim 12 de quocient i 0 de residu. Aleshores:

a) Necessitarà 12 setmanes completes per a llegir el llibre.

b) Acabarà el dia de la setmana anterior al que en començà la lectura; per tant, divendres.

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE CAMP

1. PACMAN

Solució: La superfície groga ocupa aproximadament el 5,13 %.

El radi de cadascuna de les circumferències és 22,5 cm.

L'àrea pintada correspon a tres cercles complets.

L'àrea de la persiana és l'àrea d'un rectangle de 300 cm × 310 cm.

Per tant:

$$\text{Àrea pintada} = 3 \cdot \pi \cdot 22{,}5^2 \approx 4771{,}29 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea persiana} = 300 \cdot 310 = 93\,000 \text{ cm}^2$$

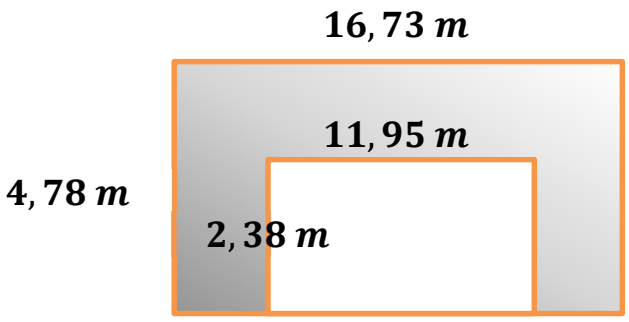
$$\text{Percentatge} = \frac{\text{Àrea pintada}}{\text{Àrea persiana}} \cdot 100 \approx \frac{4771{,}29}{93\,000} \cdot 100 \approx 5{,}13\ \%$$

2. ENS POSEM A COBERT

Solució: El sostre costarà uns 1546 €.

Vista des de dalt, cada superfície té forma de U. Per tant podem calcular-ne l'àrea restant-li a l'àrea del rectangle gran, la del rectangle menut:

Les mesures preses són les següents:



Per tant, l'àrea és:

$$A = 4{,}78 \cdot 16{,}73 - 2{,}38 \cdot 11{,}95 = 51{,}5284 \text{ m}^2$$

El preu total, com que hi ha dues estructures a cobrir, serà:

$$51{,}52 \cdot 2 \cdot 15 = 1545{,}85\ €, \text{ aproximadament}$$

3. BOMBETES DE COLORS

Solució: a) En necessitarem 120 de color vermell, 48 de color verd i 72 de color blau; b) Vermell, el 50 %; verd, el 20 %; i blau, el 30%.

a) La barana té, arrodonint a metres, 54 m, per la qual cosa se'n necessiten $5 \cdot \frac{54}{2} = 135$ vermelles, $2 \cdot \frac{54}{2} = 54$ verdes i $3 \cdot \frac{54}{2} = 81$ blaves.

b) Com que en total són necessàries $10 \cdot \frac{54}{2} = 270$ bombetes, el percentatge sobre el total de cada color és:

- Vermell: $135/270 \cdot 100 = 50\ \%$
- Verd: $54/270 \cdot 100 = 20\ \%$
- Blau: $81/270 \cdot 100 = 30\ \%$

4. L'ESCALA

Solució: Haurem botat el baló 2170 vegades.

En total tenim 28 escalons. Per tant, el nombre total de bots de baló serà:

$$10 + 15 + 20 + 25 + \cdots + (27 \cdot 5 + 10) = 10 + 15 + \cdots + 145 = 2170$$

5. LA CLAU DE LA WIFI DEL TEATRE

Solució: JAUMEPRIMER36.

Al no quedar cap banc buit, i ser quatre components per a tres espais (bancs), sempre hi haurà un banc amb dues persones i les altres dues tindran dues possibles posicions als bancs. Per tant, si al banc 1 estan A i B, cada una de les altres dues persones podrà ocupar el banc 2 o el 3. A partir d'eixa premissa construïm la taula:

1r. banc:	AB		AC		AD		BC		BD		CD	
2n. banc:	C	D	B	D	B	C	A	D	A	C	A	B
3r. banc:	D	C	D	B	C	B	D	A	C	A	B	A

Aquesta taula correspon al primer banc amb dues persones; per al segon banc i per al tercer les possibilitats seran les mateixes. Per tant, el nombre total de possibilitats és $12 \cdot 3 = 36$.

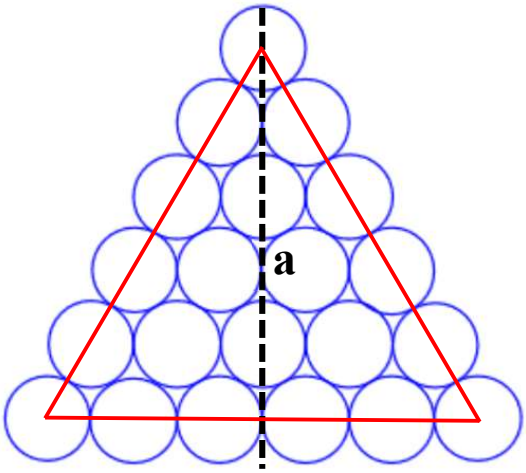
La clau de la WIFI és JAUMEPRIMER36.

PROBLEMES DE NIVELL A

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA INDIVIDUAL

1. FITXES

Solució: a) Perímetre: 30 cm; b) Altura: $a \approx 10{,}66$ cm.



a) Com que el radi de cada cercle és d'1 cm, aleshores cada costat del triangle equilàter mesura 10 cm. Per tant: $\mathbf{10 \cdot 3 = 30}$ cm.

b) Si ens fixem en el triangle equilàter de la figura, observem que $\boldsymbol{a}$, l'altura que desitgem esbrinar, és igual a l'altura del triangle més dos radis dels cercles. Si anomenem $\boldsymbol{h}$ l'altura del triangle, tenim que $\boldsymbol{a = h + 2}$.

Per a obtenir l'altura $\boldsymbol{h}$ del triangle equilàter, utilitzarem el teorema de Pitàgores:

$$\mathbf{10^2 = h^2 + 5^2 \rightarrow h^2 = 100 - 25 = 75 \rightarrow h = \sqrt{75} \approx 8{,}66} \text{ cm}$$

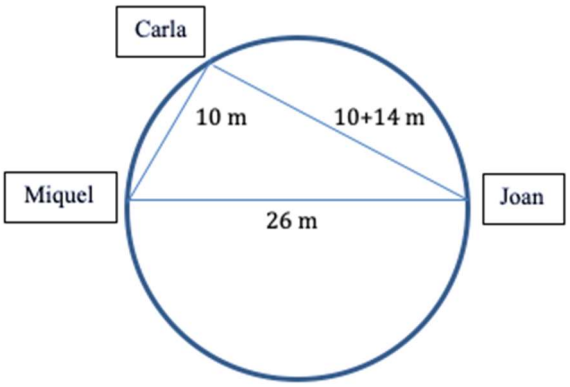
Per tant, l'altura serà $\boldsymbol{a \approx 8{,}66 + 2 = 10{,}66}$ cm.

2. LA PISCINA

Solució: La piscina conté 1 061 858 litres.

Joan i Miquel ocupen posicions diametralment oposades de la circumferència. Aleshores, qualsevol angle inscrit en la circumferència que passe per eixos dos punts és un angle recte. Per tant, les posicions de Carla, Joan i Miquel formen un triangle rectangle, els catets del qual

mesuren 10 i 24 m, mentre que la hipotenusa és el diàmetre de la piscina circular.



Aplicant el teorema de Pitàgores, obtenim el diàmetre de la piscina:

Diàmetre: $\sqrt{10^2 + 24^2} = 26$ m.

I el volum de la piscina serà: $\pi \cdot 13^2 \cdot 2 \approx 1061{,}858\ \text{m}^3 == 1061858$ l.

3. SOBRE 10

Solució: Matilde ha obtingut un 8,65.

La puntuació mínima que pot obtenir Matilde és 40 i la màxima és 10. Per tant, això significa que si tinguera 40 punts, hauria tret de nota un 0 en l'escala de 0 a 10; i si tinguera 10 punts, hi hauria tret un 10.

Veurem ara quanta nota li hem de restar per cada punt que passe de 10:

Com que entre 10 i 40 hi ha 30 punts, a cada punt d'aquests 30 li correspondrà una nota sobre 10 de $-\frac{10}{30}$ o, el que és el mateix, $-\frac{1}{3}$.

Per tant, si té 14,05 punts, la seua nota serà $10 - 4{,}05 \cdot \frac{1}{3} = 8{,}65$.

4. SUMA D'EDATS

Solució: Sí que és possible. Una possible demostració:

Si hi ha 144 alumnes, el nombre total de grups de tres alumnes que es pot fer és de: $144/3 = 48$ grups de 3 alumnes.

Si considerem que la suma de les edats de cadascun d'aquests grups és com a molt de 42 anys (és a dir, tots són inferiors a 43 anys), aleshores totes les edats (dels 144 alumnes) sumarien com a molt $48 \cdot 42 = 2016$ anys.

Per tant, com que la suma de les 144 edats és 2022, necessàriament ha d'haver com a mínim un grup de tres alumnes en el qual la suma de les edats siga almenys de 43 anys.

5. LA CLASSE

Solució: Hi ha 14 xiques.

Siga x el nombre de xiques i, per tant, $35 - x$ el nombre de xics.

Es resol l'equació $6x + 4{,}75\ (35 - x) = 5{,}25 \cdot 35$ i s'obté que $x = 14$. Per tant, en la classe hi ha 14 xiques i 21 xics.

6. XARXA HEXAGONAL

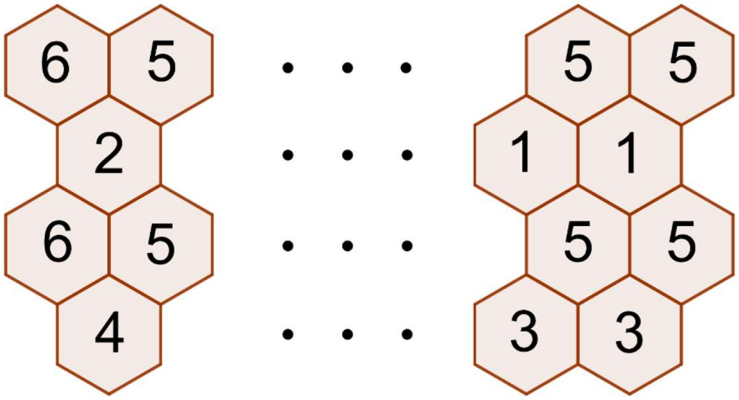
Solució: 7084 barretes de ferro.

Per a saber quants hexàgons tenim a cada fila plantegem la següent equació, on x és el nombre d'hexàgons de la primera fila:

$$x + x - 1 + x + x - 1 = 2022$$

$$4x - 2 = 2022 \rightarrow x = 506$$

Una manera de comptar quantes barretes es necessiten és fixar-se en les files més llargues. Per a construir el primer hexàgon calen 6 barretes. Per al que està a la seua dreta només en calen 5 més, ja que comparteixen un costat. Així successivament. Després ens fixem en les files més curtes i comptem els costats que encara no estan fets.



Fila 1: $6 + 5 \cdot 505 = 2531$

Fila 2: $2 + 1 \cdot 504 = 506$

Fila 3: $6 + 5 \cdot 505 = 2531$

Fila 4: $4 + 3 \cdot 504 = 1516$

Total: $2531 + 506 + 2531 + 1516 = 7084$ barretes de ferro.

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE VELOCITAT

1. PARTIT DE RIVALITAT LOCAL

Solució: a) 6 camins possibles; b) 9 formes possibles; c) Formes possibles per al cas general: $(\boldsymbol{m+1}) \times (\boldsymbol{n+1})$***.***

a) Hi ha 6 camins possibles

$0-0 \to 0-1 \to 0-2 \to 1-2 \to 2-2$ $\quad BBAA$

$0-0 \to 0-1 \to 1-1 \to 1-2 \to 2-2$ $\quad BABA$

$0-0 \to 0-1 \to 1-1 \to 2-1 \to 2-2$ $\quad BAAB$

$0-0 \to 1-0 \to 1-1 \to 1-2 \to 2-2$ $\quad ABBA$

$0-0 \to 1-0 \to 1-1 \to 2-1 \to 2-2$ $\quad ABAB$

$0-0 \to 1-0 \to 2-0 \to 2-1 \to 2-2$ $\quad AABB$

b) Els resultats possibles al descans són 9:

$0-0$	$0-1$	$0-2$
$1-0$	$1-1$	$1-2$
$2-0$	$2-1$	$2-2$

c) Els resultats possibles al descans, si el resultat final és $m-n$, els podem col·locar en una taula de $(m+1)$ files i $(n+1)$ columnes, i per tant són $(m+1) \times (n+1)$:

$0-0$	$\cdots$	$0-n$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
$m-0$	$\cdots$	$m-n$

2. ENCRIPTACIÓ PER NOMBRES PRIMERS

Solució: Ho has aconseguit!!

Com que ens diu que estem encriptant per nombres primers, farem correspondre cada lletra de l'abecedari a un nombre primer, de menor a major:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101

Aleshores, per a desencriptar el missatge, només cal fer correspondre cada grup de nombres, amb una lletra:

19.47. 19.2.67. 2.5.47.43.67.11.17.73.23.71. !!
H O H A S A C O N S E G U I T !!

3. TANQUES

Solució: 4536,36 m^2, aproximadament.

Com que el cable mesura 251,33 metres i aquesta longitud és també la de la circumferència, deduirem quin n'és el radi:

$$2\pi r = 251{,}33 \rightarrow r = \frac{251{,}33}{2\pi} \rightarrow r \approx 40 \text{ m}$$

Com que han agafat 2 m de radi que no eren seus, la mesura correcta del radi és 38 m. Aleshores, l'àrea del cercle:

$$\pi r^2 = \pi \cdot 38^2 \approx 4536{,}46 \text{ m}^2$$

4. CINEMA

Solució: a) Carles menteix; b) Josep no ha pagat.

No són possibles a la vegada les afirmacions "Ha sigut Joan" i "Ha sigut Josep"; per tant, com que sabem que sols una persona ha mentit, aquesta ha de ser o Carles o Joan.

Josep, per tant, diu la veritat; i com que diu que Carles menteix, ja sabem qui ha estat el mentider: Carles menteix. Joan també diu la veritat; per tant ha sigut Josep qui no ha pagat l'entrada.

5. CONTRASENYA

Solució: La contrasenya és 9753.

a) Els nombres primers de dues xifres són: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

b) Com que la contrasenya va de major a menor, els nombres primers candidats han de tenir les xifres en ordre decreixent. Són: 31, 41, 43, 53, 61, 71, 73, 83, 97. Per a les dues primeres xifres de l'esquerra sols podem elegir el 97 perquè com que les quatre xifres van de major a menor, és l'únic que permet seguir amb xifres menors:

$$\underline{9}\ \underline{7}\ _\ _$$

Les possibilitats que tenim i les sumes de les seues xifres són:

Possibilitats	Suma	És la contrasenya?
9731	$9+7+3+1=20$	NO
9741	$9+7+4+1=21$	NO
9743	$9+7+4+3=23$	NO
9753	$9+7+5+3=24$	SÍ
9761	$9+7+6+1=23$	NO

La contrasenya del portàtil és: 9753 perquè la suma ha de ser 24.

6. QUADRATS JUXTAPOSATS

Solució: (15,0), (31,0), (31,16), (15,16).

La mesura del costat de cada quadrat és el doble de la de l'anterior. Per això, el costat del següent quadrat mesurarà 16 unitats, i les coordenades dels vèrtexs seran les següents:

(15, 0), (31, 0), (31, 16), (15, 16)

7. L'ESPORTISTA TOTAL

Solució: Joan ha quedat quart en la prova de natació.

Comencem calculant els punts que es reparteixen entre tots els participants. Com que les puntuacions van d'1 a 5 punts, en cada prova es lliuraran: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ punts. I com que la competició consta de 5 proves, en total es repartiran: $15 \cdot 5 = 75$ punts.
Tenint en compte la informació continguda en l'enunciat, construïm la taula següent:

	Natació	Tir	P_3	P_4	P_5	Total
Albert	4	5	5	5	5	**24**
Bernat	1	4	2	4	4	**15**
Miquel	3	1	3	3	3	**13**
Joan	2	2	4	2	2	**12**
Pere	5	3	1	1	1	**11**
					Total	**75**

En conseqüència, Joan ha quedat quart en la competició de natació.

8. L'HEXÀGON INFINIT

Solució: **a)** $\frac{\sqrt{3}}{16}$; **b)** $\frac{\sqrt{3}}{1024}$.

a) En l'hexàgon 4 el costat mesura $\frac{1}{8}$. Si considerem el triangle rectangle format per l'apotema, el radi i la meitat d'un costat, tenim:

$$\text{Apotema hexàgon 4: } \sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2 - \left(\frac{1}{16}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{16}$$

b) Per a calcular l'apotema de l'hexàgon 10, podem observar la seqüència formada per les longituds de les apotemes dels diferents hexàgons:

$$apotema\ hexàgon\ 1 = \sqrt{(1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$apotema\ hexàgon\ 2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$apotema\ hexàgon\ 3 = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$apotema\ hexàgon\ 4 = \sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2 - \left(\frac{1}{16}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{16}$$

Per tant:

$$\text{Apotema hexàgon 10: } \sqrt{\left(\frac{1}{2^9}\right)^2 - \left(\frac{1}{2^{10}}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2^{10}} = \frac{\sqrt{3}}{1024}$$

9. BALLEM?

Solució: 8 xiques i 14 xics.

Com que en total hi ha 22 persones:

Júlia balla amb 7 xics:	1 xica i 7 xics: 8 persones
Sílvia balla amb 8 xics:	2 xiques (Júlia i Sílvia) i 8 xics: 10
Núria balla amb 9 xics:	3 xiques i 9 xics: 12 persones
	4 xiques i 10 xics: 14 persones
	5 xiques i 11 xics: 16 persones
	6 xiques i 12 xics: 18 persones
	7 xiques i 13 xics: 20 persones
Neus balla amb 14 xics:	8 xiques i 14 xics: 22 persones

Per tant, en total hi ha 8 xiques i 14 xics.

10. QUADRE ALFABÈTIC

Solució:

ε	**β**	***θ***
α	**π**	**γ**
λ	**ρ**	**μ**

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE CAMP

1. PRIMERS I CAPICUES

Solució: a) 11; b) 121; c) 101, 131, 151,181, 191; d) No.

a) 11 és el primer nombre de dos dígits que és primer i capicua.

b) Per a ser quadrat perfecte ha de ser el quadrat d'un nombre. El primer nombre elevat al quadrat que dona un nombre capicua és l'11. Per tant $121 = 11^2$ serà el menor capicua i quadrat perfecte.

c) Els nombres capicues entre 100 i 200 són: 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181 i 191.

Però s'observa que 111 és múltiple de 3, 121 múltiple d'11, 141 múltiple de 3, 161 múltiple de 7 i 171 múltiple de 3; per tant no són primers. Els primers capicues seran: 101, 131, 151, 181 i 191.

d) No és possible trobar cap matrícula que siga un nombre primer i capicua, ja que totes seran múltiples d'11:

En efecte, els nombres capicues de quatre xifres són de la forma $xyyx$. Com que $(x + y) - (y + x) = 0$, tenim que són múltiples d'11.

2. AÇÒ VA DE COORDENADES

Solució: a) (2,2); b) (6,–4); c) Sols (27,–16), (312,–422) i (4,–20).

a) Per a aplegar fins al punt central de la graella hem de recórrer dos segments verds i dos rojos. Aleshores, es tracta del punt (2,2).

b) Amb les coordenades encriptades el punt central serà el $(6, -4)$, ja que cal sumar dues vegades 3 per a x i restar dues vegades 2 per a y.

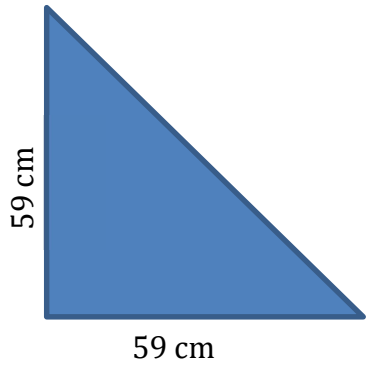
c) La manera d'encriptar les coordenades genera valors de x que són sempre múltiples de 3, i valors de y que són nombres parells negatius, és a dir, múltiples de -2. Aleshores és fàcil comprovar que el $(27, -16)$ i el $(312, -422)$ compleixen aquesta condició, però el (4,-20) i que el $(4, -20)$ i el $(72, -11)$ no la compleixen, perquè 4 no és múltiple de 3 i -11 no és múltiple de -2, respectivament.

3. LA FONT DEL PARC

Solució: Tardarà aproximadament 5 minuts i 5,4 segons.

L'aixeta té un cabal de 12,5 litres per minut i la font desaigua a un ritme de 0,125 litres per segon o, el que és el mateix, 7,5 litres per minut. Per tant, és com si estiguérem emplenant a un ritme de 5 litres per minut la primera meitat de la pila.

Anem a calcular ara el volum de la pila de la font. És un prisma la base de qual és un triangle rectangle. Aleshores, necessitem primer l'àrea del triangle:



$$\text{À}_\text{T} = \frac{59^2}{2} = 1740{,}5 \text{ cm}^2$$

El volum total de la pila serà:

$$\text{V} = 1740{,}5 \cdot 13 = \ 22\,626{,}5 \text{ cm}^3$$

Ara bé, la primera meitat de la pila (11 313,25 cm^3) s'ompli a un ritme de 5 litres per minut, o 5000 cm^3 per minut. Aleshores, amb una divisió obtindrem el temps en què s'ompli la meitat:

$$\text{T}_1 = 11\,313{,}25 : 5000 \approx 2{,}26 \text{ minuts}$$

Per a la segona meitat de la pila, la situació equival a considerar que el cabal disminueix un 8%, és a dir, passa de 12,5 litres per minut a 11,5 litres per minut. Tan sols cal repetir el procés, sabent que ara la meitat que queda de la pila s'emplena a un ritme de 4 litres per minut o 4000 cm^3per minut. Llavors:

$$\text{T}_2 = 11313{,}25 : 4000 \approx 2{,}83 \text{ minuts}$$

Sumant els dos temps tindrem el temps total:

$$T_1 + T_2 \approx 2{,}26 + 2{,}83 = 5{,}09 \ \approx 5 \text{ minuts i } 5{,}4 \text{ segons}$$

4. CUBICANT INSTRUMENTS

Solució: a) 30 888,125 cm^3; b) 13 241,745 cm^2.

Per a calcular el volum interior, primer podem desdoblar la figura i considerar-la com un cilindre recte. Per a això, considerem una línia imaginaria que passa pel centre del cilindre, la qual emprarem per a tindre la llargària total. De les soldadures al terra, hi ha 175 centímetres d'una part i 176 de l'altra. Ara bé, per a calcular la llargària de la part circular, mesurem com s'indica en la figura:



La distància entre eixos dos punts (32 cm) és el diàmetre de la semicircumferència que fa l'arc. Aleshores, el radi fa 16 cm, i la longitud de la semicircumferència:

$$\text{Llargària}_{\text{arc}} = \frac{2\pi \cdot 16}{2} \approx 50{,}265 \text{ cm}$$

Sumant-ho tot, tenim la llargària del cilindre:

$$\text{Llargària}_{\text{total}} \approx 175 + 176 + 50{,}265 = 401{,}265 \text{ cm}$$

Ara tan sols necessitem el radi del cilindri. Al radi del cilindre exterior li llevarem els 3 mm de la grossària del metall. Mesurant sobre l'escultura s'obté un perímetre de 33 cm. Aleshores:

$$2\pi r = 33 \rightarrow r = \frac{33}{2\pi} \approx 5{,}25 \text{ cm}$$

Descomptant els 3 mm del metall, 4,95 cm de radi. Finalment, calculem el volum:

$$\text{Volum}_{\text{escultura}} \approx \pi \cdot 4{,}95^2 \cdot 401{,}265 \approx 30\,888{,}125 \text{ cm}^3$$

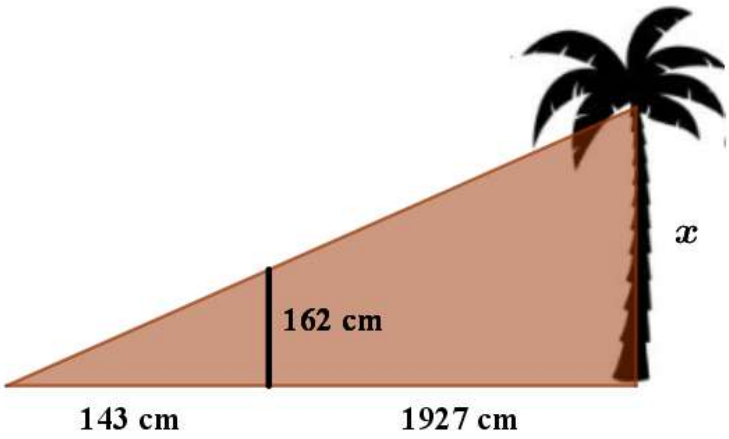
Per a respondre a l'apartat b), és calcular l'àrea de la superfície exterior del cilindre. Llavors:

$$\text{Àrea}_{\text{cilindre}} \approx 33 \cdot 401{,}265 = 13\,241{,}745 \text{ cm}^2$$

5. LA PALMERA MÉS ALTA

Solució: El tronc mesura uns 23,45 m.

Per a aproximar l'altura del tronc de la palmera prenem les següents mesures i apliquem el Teorema de Thales:



$$\frac{x}{143+1927}=\frac{162}{143}\rightarrow x=\frac{162\cdot 2070}{143}\approx 2345\text{ cm}=23{,}45\text{ m}$$

PROBLEMES DE NIVELL B

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA INDIVIDUAL

1. EL NOMBRE FANTASMA

Solució: a) 42 857; b) 85 714; c) No hi ha cap nombre a partir del 3.

a) Si designem amb x el nombre buscat, en afegir-li un 1 a l'esquerra tindrem: $100\,000 + x$. Si li afegim l'1 al final, obtindrem: $10x + 1$. Ara només queda imposar la condició de l'enunciat:

$$3(100\,000 + x) = 10x + 1 \Leftrightarrow 299\,999 = 7x \Leftrightarrow x = 42\,857$$

Es pot comprovar que 428 571 és el triple de 142 857.

b) Seguint el mateix raonament, però ara amb $200\,000 + x$ i $10x + 2$, arribem a determinar el nombre $85\,714 = 2 \cdot 42\,857$. I comprovem que, efectivament, $857\,142 = 3 \cdot 285\,714$.

c) En general, els nombres que trobem en resoldre l'equació corresponent, $3(100\,000d + x) = 10x + d$, són de la forma $42\,857 \cdot d$. Si $d \geq 3$, aquests nombres tenen sis xifres; per tant, no es compleixen les condicions de l'enunciat.

2. ORDENADA 2022

Solució: : a) 337 unitats; b) $y = 3x + 1011$.

a) Si el radi de la circumferència val m, les equacions de les rectes seran $y = 5x + m$ i $y = 7x - m$, i el punt C serà $(m, 2022)$.

Per tant, usant l'equació $y = 7x + m$, tenim $2022 = 7m - m = 6$. I, per tant, $m = 2022/6 = 337$ unitats de longitud.

Comprovem que $2022 = 5 \cdot 337 + 337$

b) Per a trobar l'equació de la recta per F i C, en calcularem primer el pendent:

$$m = \frac{2022}{337 + 337} = 3$$

L'equació serà $y = 3x + b$. Amb les coordenades del punt C, obtenim:

$2022 = 3 \cdot 337 + b \Rightarrow b = 1011$. Aleshores l'equació és $y = 3x + 1011$.

3. EL CODI NOMIO

Solució: La paraula clau és SUMA.

Com que la paraula té quatre lletres, busquem un polinomi de la forma $ax^3 + bx^2 + cx + d$. Així, podem traduir les pistes en equacions:

- L'agent 000 ha rebut el nombre 1:

$$a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 1 \rightarrow d = 1$$

- L'agent 001 ha rebut el nombre 54:

$$a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 54 \rightarrow a + b + c + d = 54$$

- L'agent 002 ha rebut el nombre 263:

$$a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 263 \rightarrow 8a + 4b + 2c + d = 263$$

- L'agent 003 ha rebut el nombre 742:

$$a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 742 \rightarrow 27a + 9b + 3c + d = 742$$

Per a resoldre el sistema, substituïm $d = 1$ i obtenim un sistema de tres equacions amb tres incògnites:

$$\left\{\begin{matrix} a + b + c = 53 \\ 8a + 4b + 2c = 262 \\ 27a + 9b + 3c = 741 \end{matrix}\right\}$$

Resolent-lo, obtenim $a = 19, b = 21,\ c = 13$ i $d = 1$ que, traduïts a lletres, donen la paraula buscada: SUMA.

4. INTERCANVI PLANETARI

Solució:

a) En la **Terra** anomenarem A_T, D_T, H_T, Min_T, i S_T la durada dels anys, mesos, dies, hores, minuts i segons, respectivament.

I en **ClarPou**: A_C, D_C, H_C, Min_C, i S_C.

Com que els dos planetes tarden el mateix en el gir al voltant de la seua estrella, tenim $A_T = A_C$; per tant, en dies: $365\ D_T = 500\ D_C$

Un dia en la Terra equival a quasi 1,37 dies en ClarPou. I en hores:

$$365 \times 24\ H_T = 500 \times 50\ H_C$$

Una hora en la Terra equival a un poc més de 2,85 hores en ClarPou. Per als minuts, tenim:

$$365 \times 24 \times 60\ Min_T = 500 \times 50 \times 50\ Min_C$$

Un minut en la Terra equival a uns 2,38 minuts en ClarPou. Ara, per a trobar l'equivalència entre la durada dels segons d'ambdós planetes:

$$365 \times 24 \times 60 \times 60\ \mathrm{S_T} = 500 \times 50 \times 50 \times 50\ \mathrm{S_C}$$

Si aïllem $\mathrm{S_T}$, obtenim que un segon en la Terra equival a uns 1,98 segons en ClarPou.

b) Com hem vist, els segons en la Terra duren més que en ClarPou.

c) Els mesos de juliol i agost sumen 62 dies terrestres:

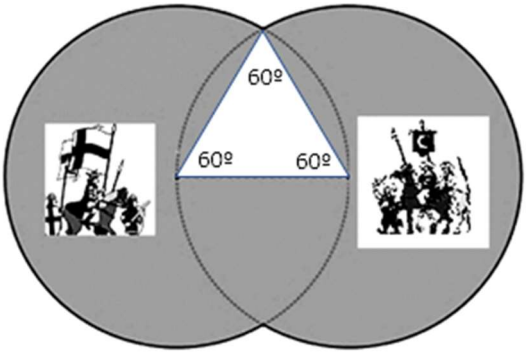
$$62\ \mathrm{D_T} = 62 \cdot 500/365\ \mathrm{D_C} = 84\ \mathrm{D_C} + 340/365\ \mathrm{D_C} =$$
$$= 84\ \mathrm{D_C} + 50 \cdot 340/365\ \mathrm{H_C} = 84\ \mathrm{D_C} + 46\ \mathrm{H_C} + 210/365\ \mathrm{H_C} =$$
$$= 84\ \mathrm{D_C} + 46\ \mathrm{H_C} + 50 \cdot 210/365\ \mathrm{Min_C} =$$
$$= 84\ \mathrm{D_C} + 46\ \mathrm{H_C} + 28\ \mathrm{Min_C} + 280/365\ \mathrm{Min_C} =$$
$$= 84\ \mathrm{D_C} + 46\ \mathrm{H_C} + 28\ \mathrm{Min_C} + 50 \cdot 280/365\ \mathrm{S_C} =$$
$$= 84\ \mathrm{D_C} + 46\ \mathrm{H_C} + 28\ \mathrm{Min_C} + (38 + 130/365)\ \mathrm{S_C}$$

Aquest és el temps que estarà Isabel en el planeta ClarPou.

5. LA GRAN BATALLA

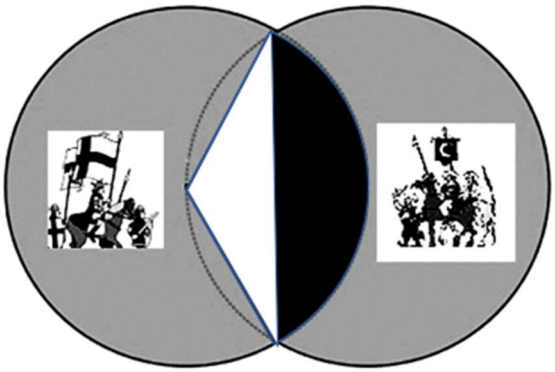
Solució: a) 152 m; b) 39,10 %.

a) Com que el radi dels dos cercles es el mateix, $75/\pi$ m, es pot veure fàcilment que els costats del triangle del següent dibuix mesuren el mateix que el radi de les circumferències. Aleshores, el triangle és equilàter i, per tant, l'angle central amb extrems en els punts on s'intersequen les circumferències és un angle de 120°. Deduïm així que els arcs exteriors tenen ambdós un angle central de 240°.



Amb això el perímetre serà $2 \cdot (\ 2 \cdot \pi \cdot 75/\ \pi\ ) \cdot \left(\frac{240}{360}\right) = 200$ m.

b) L' àrea de la meitat de la zona coincident es pot obtenir restant a l'àrea de un sector circular d'angle central 120°, l'àrea del triangle que es veu en la figura següent i que té com a base el doble de la altura del triangle equilàter de la figura anterior i com a altura la meitat del radi dels cercles. L'àrea de la superfície comuna serà, per tant, el doble de la que obtindríem amb aquest procediment.



La base del triangle blanc és el doble de la altura del triangle equilàter de costat $R = 75/\pi$:

$$\text{Base triangle blanc} = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{75}{\pi}\right)^2 - \left(\frac{75}{2\pi}\right)^2} = \frac{75}{\pi}\sqrt{3} \approx 41{,}35 \text{ m}$$

$$\text{Àrea superposada } = 2 \cdot \left(\pi \cdot \left(\frac{75}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{120}{360} - \frac{\frac{75}{\pi}\sqrt{3} \cdot \frac{75}{2\pi}}{2} \right) =$$

$$= \frac{75^2}{6\pi^2} \cdot \left(4\pi - 3\sqrt{3}\right) \approx 700{,}09 \text{ m}^2$$

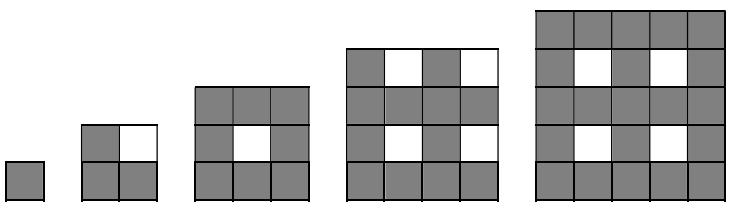
El que ens demanen, el percentatge de l'àrea superposada respecte del total d'àrea d'un dels cercles, serà:

$$\text{Percentatge: } \frac{\frac{75^2}{6\pi^2} \cdot \left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)}{\pi \cdot \left(\frac{75}{\pi}\right)^2} = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{6\pi} \approx 0{,}3910 \rightarrow 39{,}10\ \%$$

6. ENRAJOLANT UNA HABITACIÓ

Solució:

Fem càlculs per a diversos costats de l'habitació quadrada:



Costat	Rajoles grises	Rajoles blanques
2	3	1
3	8	1
4	12	4
5	21	4
6	27	9
7	40	9
8	48	16
9	65	16
10	75	25
15	176	49
20	300	100
50	1875	2500
100	7500	2500

Observant els resultats, arribem a la conclusió que:

a) Tindrà 300 rajoles grises i 100 blanques.

b) $51 = 2 \cdot 25 + 1 \Longrightarrow 25^2 = 625$ blanques i $51^2 - 625 = 1976$ grises.

c) A les habitacions amb un nombre parell de rajoles per costat, $2n$, hi ha $(2n)^2$ rajoles, de les quals són blanques n^2. Per tant, una habitació amb $2n$ rajoles per costat té n^2 rajoles blanques i $4n^2 - n^2 = 3n^2$ rajoles grises.

   Si el nombre de rajoles per costat és imparell, $(2n + 1)$, tindrem en total $(2n + 1)^2$ rajoles, de les quals seran blanques n^2 i seran grises $(2n + 1)^2 - n^2 = 4n^2 + 4n + 1 - n^2 = 3n^2 + 4n + 1$.

d) En el cas de l'habitació rectangular de 20×30, la podem dividir en un quadrat de 20×20 i dos de 10×10, ja que la disposició de les grises i blanques ho permet. I tindríem:

   $10^2 + 2 \cdot 5^2 = 150$ blanques i $20 \cdot 30 - 150 = 450$ grises.

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE VELOCITAT

1. CAPICUES AL 2022

Solució: En el segle XXI hi ha 29 dates capicua.

El segle XXI comença el dia 01/01/2001 i acaba el 31/12/2100.

Amb una senzilla cerca, comencem per l'any 2001:

Les dates capicua tindran la forma $ab/02/20ba$.

10/02/2001 – 20/02/2002 – ~~30/02/2003~~. Aquest no pot ser perquè febrer de 2003 té 28 dies. Per tant, la cerca es redueix a comptar els dies menors que 30 (les desenes seran 2 o menys) i, consegüentment, els anys que acaben com en 0, en 1 o en 2. Així, tenim:

10/02/2001	01/02/2010	02/02/2020	03/02/2030
20/02/2002	11/02/2011	12/02/2021	13/02/2031
~~30/02/2003~~	21/02/2012	22/02/2022	23/02/2032
04/02/2040	05/02/2050	06/02/2060	07/02/2070
14/02/2041	15/02/2051	16/02/2061	17/02/2071
24/02/2042	25/02/2052	26/02/2062	27/02/2072
08/02/2080	09/02/2090		
18/02/2081	19/02/2091		
28/02/2082	29/02/2092	=> Vàlid (2092 és múltiple de 4)	

En l'any 2100 no n'hi ha cap, ja que el dia seria "00". En total, 29.

2. DEL MÉS XICOTET AL MÉS GRAN

Solució: $-\dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a^{-1}}}$, $-\dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a}}$, $-\dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a^2}}$, $\boldsymbol{-a^{-3}}$, $\boldsymbol{a^{-2}}$, $\boldsymbol{a^{-\frac{3}{2}}}$, $\dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\sqrt{a}}}$, $\boldsymbol{a^{\frac{1}{3}}}$, $\boldsymbol{a^3}$, $\boldsymbol{a^{\pi}}$.

Si escrivim tots el nombres en forma de potència, tenim:

$$-a^{-1},\ a^{-2},\ -a^{-2},\ a^3,\ a^{-\frac{1}{2}},\ a^{-\frac{3}{2}},\ -a^{-3},\ a^{\frac{1}{3}},\ -a,\ a^{\pi}$$

I com que $a > 1$, tenim la següent ordenació en ordre creixent:

$$-a,\ -a^{-1},\ -a^{-2},\ -a^{-3},\ a^{-2},\ a^{-\frac{3}{2}},\ a^{-\frac{1}{2}},\ a^{\frac{1}{3}},\ a^3,\ a^{\pi}$$

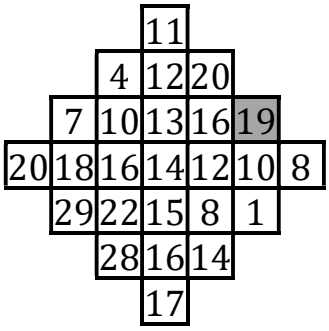
És a dir, amb la notació de l'enunciat:

$$-\frac{1}{a^{-1}},\ -\frac{1}{a},\ -\frac{1}{a^2},\ -a^{-3},\ a^{-2},\ a^{-\frac{3}{2}},\ \frac{1}{\sqrt{a}},\ a^{\frac{1}{3}},\ a^3,\ a^{\pi}$$

3. CASELLA INCÒGNITA

Solució: El nombre demanat és el 19.

És fàcil deduir que en cada fila o columna els nombres hauran d'estar en progressió aritmètica, és a dir, les seus diferències seran les mateixes. Per tant, sabent dos nombres d'una fila o columna podem saber-ne la resta. Així doncs, la solució serà la que presentem en la imatge .



4. BUSCANT EL MAJOR RESULTAT

Solució: a) 896; b) N'hi ha vàries solucions.

a) $(3+1)\times 4\times 7\times 8=896$

b) N'hi ha vàries solucions: $(1+1+2)\times 3\times 5=60$

$(1+1)\times 2\times 3\times 5=60$

$(1+2)\times(1+3)\times 5=60$

5. TORRE DE SENYALS

Solució: S'hi poden fer 18 senyals diferents.

Calculem quants senyals diferents podem fer amb el primer cercle de l'esquerra-dalt blanc. Primer amb negre a la seua dreta i després amb gris.

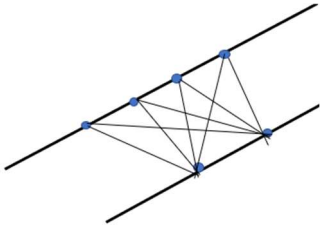
En tenim 6 per a blanc, 6 per a negre i sis més per a gris. En total, 18 senyals diferents.

B	**N**		**B**	**N**		**B**	**N**
N	**B**		**G**	**B**		**N**	**G**
B	**G**		**B**	**G**		**B**	**G**
G	**B**		**G**	**N**		**N**	**B**

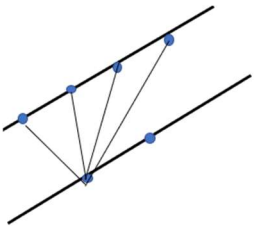
6. TRIANGLES I RECTES PARAL·LELES

Solució: 16 triangles diferents.

Utilitzant com a vèrtex de cada triangle només un dels quatre punts que estan en la mateixa recta, podem dibuixar quatre triangles diferents amb vèrtexs en els dos punts de l'altra recta.



Per cada un dels dos punts de l'altra recta, podem dibuixar sis triangles diferents si emprem per als altres dos vèrtexs una de les sis combinacions dels quatre punts de la primera recta. Per tant, $2 \times 6 = 12$ triangles diferents. En total: $12 + 4 = 16$.

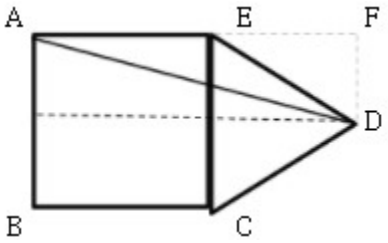


7. UNA ÀREA I UN PERÍMETRE NO GAIRE COMPLICATS

Solució: L'àrea és 0,25 m² i el perímetre, aproximadament, 3,93 m.

Per al càlcul de l'àrea del triangle EAD, considerarem com a base el costat AE i com a altura el segment FD:

$$\text{Àrea} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \text{ m}^2$$



Per a determinar-ne el perímetre, començarem per obtenir l'altura del triangle equilàter:

$$h = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

El costat AD del triangle en qüestió:

$$\overline{\text{AD}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \text{ m}$$

Tenim així que el perímetre del triangle EAD és:

$$\text{Perímetre} = 1 + 1 + \sqrt{2 + \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}} \approx 3{,}93 \text{ m}$$

8. ESTRANYA OPERACIÓ

Solució: a) 23; b) $x = 7$; c) 11, 7, 5, 3, 2, 1.

a) $3 \otimes 5 = 3 \cdot 5 + 3 + 5 = 23$

b) $2 \otimes x = 23 \Longrightarrow 2 \cdot x + 2 + x = 23 \Longrightarrow 3x = 21 \Longrightarrow x = 7$

c) Si $m \otimes x = 3 \otimes 5 = 23 \Longrightarrow mx + m + x = 23 \Longrightarrow (m+1)x = 23 - m$

Provarem amb els possibles valors enters positius de m, per a veure quins són els corresponents valors de x, que també han de ser enters positius i han de complir la igualtat $(m+1)x = 23 - m$:

$m = 1 \Longrightarrow 2x = 22 \Longrightarrow x = 11$	$m = 2 \Longrightarrow 3x = 21 \Longrightarrow x = 7$
$m = 3 \Longrightarrow 4x = 20 \Longrightarrow x = 5$	$m = 4 \Longrightarrow 5x = 19 \Longrightarrow x = \frac{19}{5}$

$m = 5 \Longrightarrow 6x = 18 \Longrightarrow x = 3$	$m = 6 \Longrightarrow 7x = 17 \Longrightarrow x = \frac{17}{7}$
$m = 7 \Longrightarrow 8x = 16 \Longrightarrow x = 2$	$m = 8 \Longrightarrow 9x = 15 \Longrightarrow x = \frac{5}{3}$
$m = 9 \Longrightarrow 10x = 14 \Longrightarrow x = \frac{7}{5}$	$m = 10 \Longrightarrow 11x = 13 \Longrightarrow x = \frac{13}{11}$
$m = 11 \Longrightarrow 12x = 12 \Longrightarrow x = 1$	

Per a valors de m majors que 12 trobarem valors de x menors que 1, que no són enters i no ens serviran com a solucions.

9. NUMERLANDIA

Solució: a) Sols una setmana té un únic dia laborable (el dia 4); b) Hi ha 4 caps de setmana amb 3 dies festius (5-6-7, 11-12-13, 17-18-19 i 29-30-31).

35	36	37	38	39	
1	**2**	**3**	4	**5**	**6**
7	8	9	10	**11**	**12**
13	14	15	16	**17**	**18**
19	20	21	22	**23**	**24**
25	26	27	28	**29**	**30**
31	32	33	34	35	**36**
37	38	39	40	1	2

10. LES FORMIGUES

Solució: La raó entre les dues longituds és 5/3.

La formiga de baix camina: $L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 6 = 12\pi$ cm.

La formiga de dalt anirà per la diagonal d'un rectangle que té com a altura l'altura del cilindre, 16π, i com a base L_1:

$$L_2 = \sqrt{(16\pi)^2 + (12\pi)^2} = 20\pi \text{ cm}$$

La raó entre les longituds és: $\frac{L_2}{L_1} = \frac{20\pi}{12\pi} = \frac{5}{3}$

FASE PROVINCIAL VALÈNCIA – PROVA DE CAMP

1. DECOREM LES PAPERERES

Solució: La paperera es pot pintar de 6552 maneres diferents.

Podem reduir el problema a un altre pràcticament equivalent si considerem que la paperera té 7 llistons en lloc de 21, i que es pinten d'un en un. Numerem els llistons des d'aquell que imaginem pintar en primer lloc:



El llistó 1 el podem pintar de quatre colors diferents i, una vegada pintat 1, cada un dels llistons 2 i 3 el podrem pintar de tres colors diferents per a no coincidir amb 1. Veiem que això dona 9 possibilitats per a cada color emprat en el llistó 1 i observem també que, d'aquestes 9 possibilitats, en 3 d'elles tindrem el mateix color en els llistons 2 i 3.

Per cada una d'aquestes 9 també tindrem 9 opcions per als llistons 4 i 5. Però per al raonament que desenvoluparem és important fer notar que, d'aquestes 9 possibilitats, el nombre de casos amb el mateix color en 4 i 5 depén de si en 2 i 3 tenim el mateix color o no. Concretament: si hem pintat 2 i 3 del mateix color, tindrem tres casos amb el mateix color en els llistons 4 i 5, i sis casos amb colors diferents; però si hem emprat colors diferents en 2 i 3, trobarem sols dues possibilitats amb el mateix color en 4 i 5 i, aleshores, 7 possibilitats per a colors diferents. Tenim:

$3 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 21$ casos amb el mateix color i $3 \cdot 6 + 6 \cdot 7 = 60$ casos amb colors diferents en els llistons 4 i 5.

Ara determinarem les possibilitats per als llistons 6 i 7, els quals són contigus i no es poden pintar del mateix color.

Si en 4 i 5 coincideixen els colors, en tenim tres per al llistó 6 i dos per al llistó 7: $3 \cdot 2 = 6$ en total. Però si són colors diferents, en tenim 7 (si, per exemple 4 té color A i 5 té color B, les possibilitats per a 6-7 són: B-A, B-C, B-D, C-A, C-D, D-A, D-C). Per tant, per cada color en el llistó1, tenim $21 \cdot 6 + 60 \cdot 7 = 546$ casos. En total, $4 \cdot 546 = 2184$ possibilitats.

Si ara tornem al problema inicial i ens adonem que les particions del conjunt de 21 llistons en grups de tres consecutius es pot fer de tres formes diferents, tenim un total de $3 \cdot 2184 = 6552$ possibilitats.

Observeu que $2184 = (3^6 - 1) \cdot 3$, fet que suggereix que pot haver-hi un altre raonament més directe que el que hem emprat.

2. PENDENTS DE LA PASSAREL·LA

Solució: El pendent és, aproximadament, del 7 %.

La longitud total de la passarel·la és 80 m, i ascendim 5,48 m.

El pendent és:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5{,}48}{80} = 0{,}0685 \rightarrow 6{,}85\ \%$$

Al senyal posarem 7 %, que és el valor enter més pròxim.

3. PROPORCIÓ

Solució: Els forats ocupen el 10 % de la superfície de la barana.

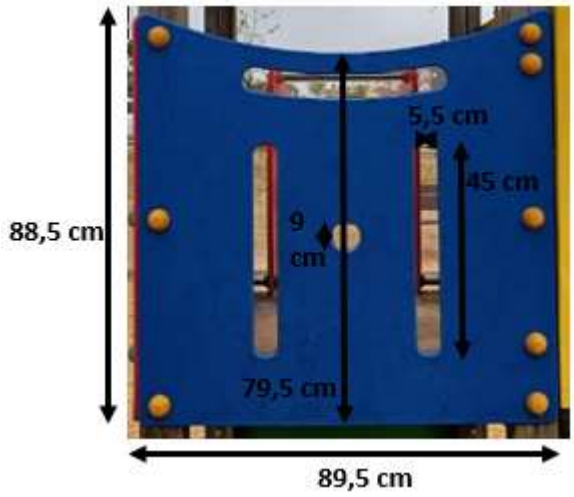
Per a calcular el percentatge que hi ocupen els forats, necessitem aproximar l'àrea de tota la figura i la de cadascun dels forats.

Per tal d'aproximar l'àrea de tota la figura (com si no tinguera forats), traçarem una recta paral·lela al costat inferior que passe pel vèrtex de la paràbola. D'aquesta forma tindrem dos triangles iguals i un rectangle.

$$\text{À}_\text{T} = 2 \cdot \frac{44{,}75 \cdot 9}{2} = 402{,}75\ \text{cm}^2$$

$$\text{À}_\text{R} = 89{,}5 \cdot 79{,}5 = 7115{,}25\ \text{cm}^2$$

$$\text{À}_\text{TOTAL} = \text{À}_\text{T} + \text{À}_\text{R} = 7518\ \text{cm}^2$$



Com que la superfície del triangle és superior a la buscada, aproximem a la baixa el resultat, per tal de millorar-ne l'aproximació:

$$\text{À}_\text{TOTAL} \approx 7500\ \text{cm}^2$$

Vegem ara els forats. N'hi ha de dos tipus: la circumferència central i tres *rectangles* (considerarem el de dalt igual que els altres dos):

$$\text{À}_\text{F} = 3 \cdot (5{,}5 \cdot 45) + \pi \cdot 2{,}75^2 \approx 766\ \text{cm}^2$$

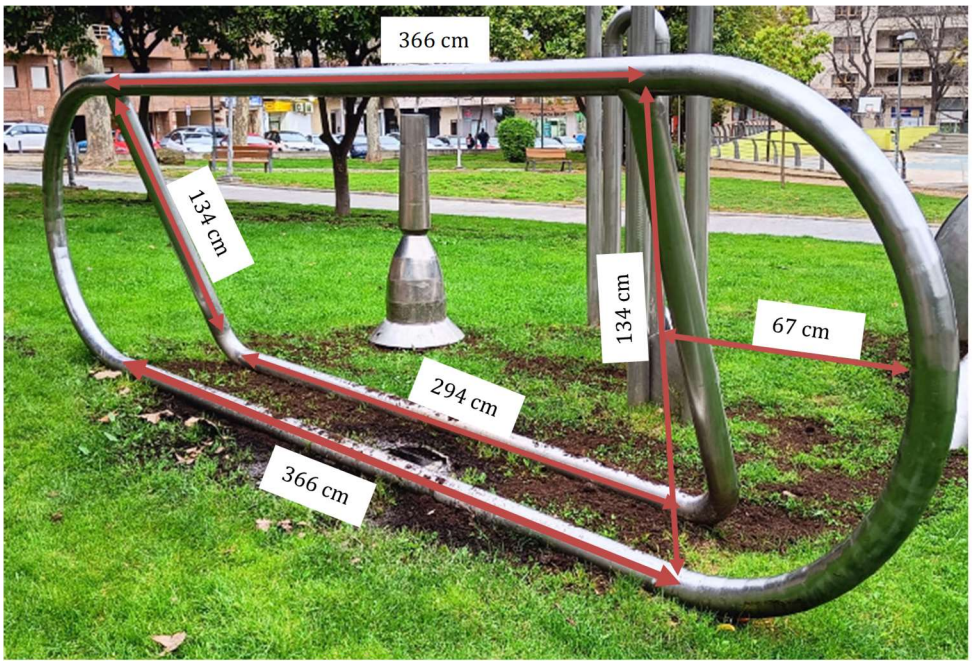
El percentatge buscat és:

$$\frac{766}{7500} \cdot 100 \approx 10\%$$

4. CUBICANT INSTRUMENTS

Solució: a) 135640,641 cm^3; b) 58149,201 cm^2.

a) Aproximarem el volum interior per un cilindre recte. Per a això, considerarem una línia imaginaria que passa per l'eix dels cilindres, la qual emprarem per a determinar-ne la llargària total. Primer de tot, les mesures:



Anem per parts. Considerem primer l'estructura més gran, el rectangle amb dues semicircumferències als extrems. Calculem primer la llargària total. Es tracta de dos segments rectilinis i una circumferència:

$$\text{Llargària}_{\text{fig. 1}} = 2 \cdot 366 + 2 \cdot \pi \cdot 67 \approx 1152{,}973 \text{ cm}.$$

Anem ara a l'altra figura. Ací la dificultat està en la part corbada dels extrems inferiors. Mesurant sobre la figura, la part doblegada correspon a un quart de circumferència de radi 15. Tenint això en compte, resulta:

$$\text{Llargària}_{\text{fig. 2}} = 294 + 2 \cdot 134 + 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 15}{4} \approx 609{,}123 \text{ cm}$$

L'altura d'un cilindre recte aproximadament equivalent a la figura és:

$$\text{Llargària}_{\text{total}} \approx 1152{,}973 + 609{,}123 = 1762{,}096 \text{ cm}.$$

Ara tan sols necessitem el radi del cilindre, el qual obtindrem llevant-li al radi total els 3 mm de grossor del metall. Mesurant sobre l'escultura s'obté una circumferència exterior de 33 cm. Aleshores:

$$2\pi R = 33 \rightarrow R = \frac{33}{2\pi} \approx 5{,}25 \text{ cm} \rightarrow r \approx 5{,}25 - 0{,}3 = 4{,}95 \text{ cm}$$

Finalment, calculem el volum:

$$\text{Volum}_{\text{escultura}} \approx \pi \cdot 4{,}95^2 \cdot 1762{,}096 \approx 135\,640{,}642 \text{ cm}^3$$

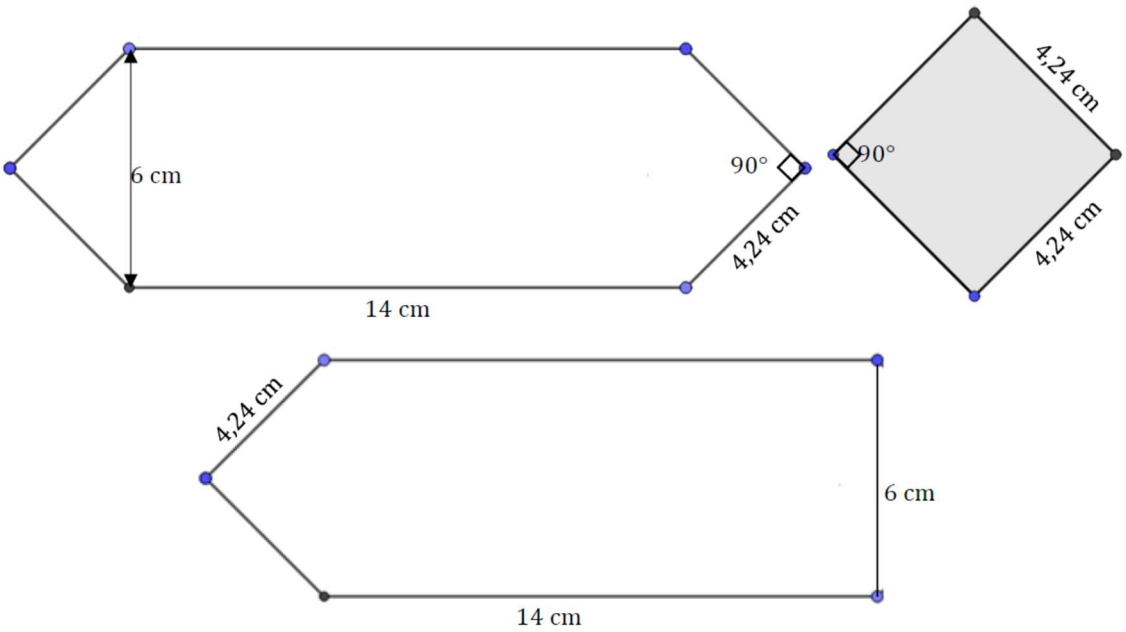
b) L'àrea de la superfície lateral exterior del cilindre:

$$\text{Àrea}_{\text{cilindre}} \approx 33 \cdot 1762{,}096 = 58\,149{,}168 \text{ cm}^2$$

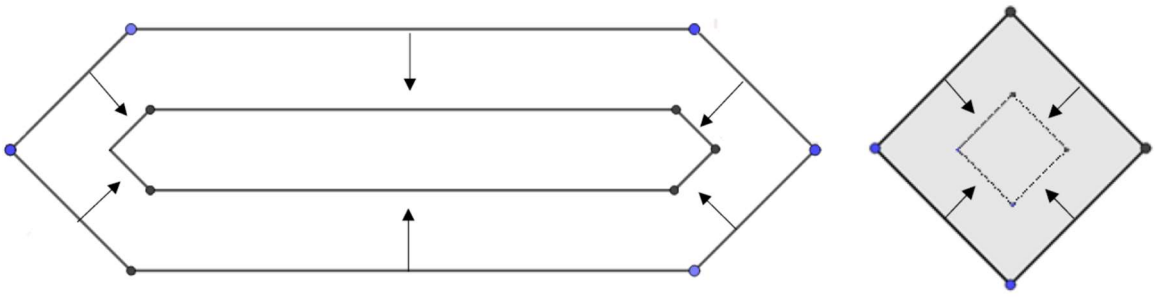
5. UN JOC DE PILOTES MOLT GEOMÈTRIC

Solució: La probabilitat d'encert és, aproximadament, 0,068992.

Observant la reixa, ens adonem que la pilota sols pot passar pels hexàgons allargats i pels quadrats. És a dir, per les següents figures.



Ara bé, la pilota no pot entrar per qualsevol punt de les figures. Sols podrà passar si el centre de la pilota passa a igual o més distància de 2 cm de la vora de cada figura, com veiem a la següent imatge:

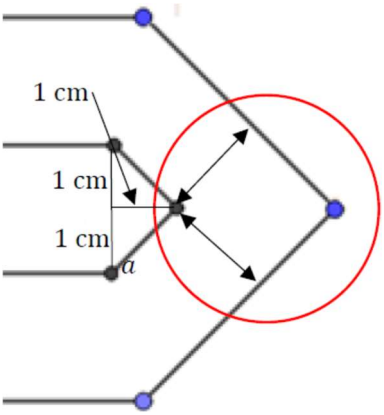


Llavors, si calculem aquestes noves àrees, tindrem l'àrea favorable, i aplicant la generalització de la regla de Laplace resoldrem el problema.

El cas del quadrat és fàcil, ja que passem d'un quadrat de 4,24 cm de costat a un de 0,24 cm de costat. Per tant:

$$\text{Àrea}_{\text{quadrat}} = 0{,}24 \cdot 0{,}24 = 0{,}0576 \text{ cm}^2$$

El cas de l'hexàgon no és tan evident. La reducció de 2 centímetres per part, ens deixarà una nova figura de 2 cm d'altura. Cal determinar-ne ara l'amplada i les dimensions dels triangles dels costats. Si ens hi fixem:

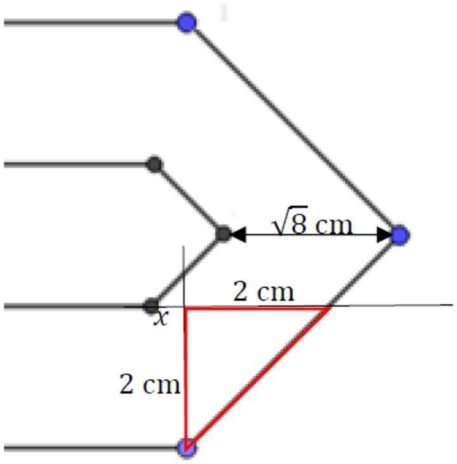


El triangle resultant és isòsceles de base 2 cm i altura 1 cm. Amb el teorema de Pitàgores, trobem que el costat exterior mesura $\sqrt{2}$ cm.

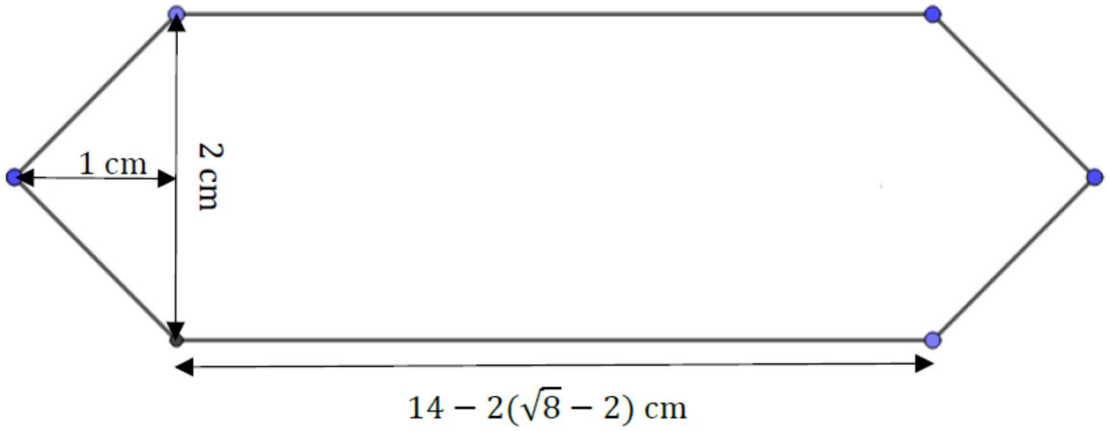
En la figura hem destacat amb un cercle, un quadrat de costat 2 cm. La longitud de la diagonal d'aquest quadrat :

$$x^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \rightarrow x = \sqrt{8} \text{ cm.}$$

Amb aquest valor i considerant el triangle de costat 2 cm que es mostra en la figura següent, deduïm que el valor x mesura $\sqrt{8} - 2$ cm.



Ja tenim totes les mesures de la figura reduïda:



Calculem-ne l'àrea:

$$\text{Àrea}_{\text{hexàgon}} = \left(14 - 2\left(\sqrt{8} - 2\right)\right) \cdot 2 + 2 \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} \approx 26{,}686 \text{ cm}^2$$

Falta considerar encara els hexàgons que estan als extrems de la reixa. La seua àrea és:

$$\text{Àrea}_{\text{hexàgon incomplet}} = 2 \cdot \left(14 - 2\left(\sqrt{8} - 2\right)\right) + \frac{2 \cdot 1}{2} \approx 25{,}686 \text{ cm}^2$$

A la reixa hi ha un total de 36 hexàgons complets, 6 hexàgons incomplets i 105 quadrats. Aleshores l'àrea favorable és:

$\text{Àrea}_{\text{favorable}} \approx 36 \cdot 26{,}686 + 6 \cdot 25{,}686 + 105 \cdot 0{,}0576 = 1120{,}86 \text{ cm}^2$.

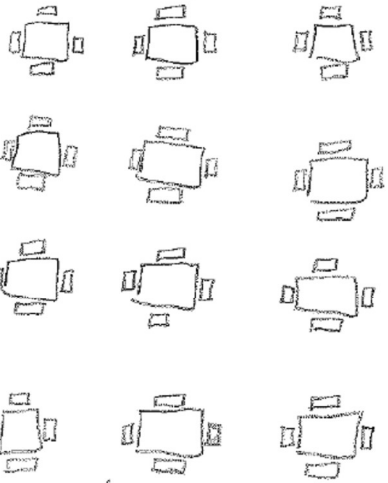
L'àrea total de la reixa és $465 \cdot 34{,}5 = 16\,042{,}5 \text{ cm}^2$.

Finalment, la probabilitat d'encert és:

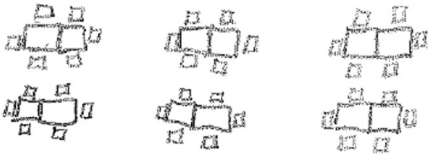
$$\text{P}_{\text{encert}} \approx \frac{1120{,}86}{16\,042{,}5} \approx 0{,}069868$$

SOLUCIONS D'ALUMNES

1. SOLUCIÓ AL PROBLEMA 2 (PROVA INDIVIDUAL, NIVELL C)



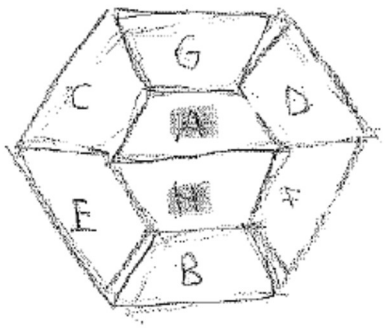
El nombre de cadires té que ser múltiple de sis perquè agrupant les cadires en grups de sis soberen sis. Per lo tant, per a que això es cumpla poden haver 9, 12 o 15 taules si les agrupem d'esta manera.



En canvi, si agrupem les taules d'aquesta altra manera, soles poden haver 12 taules, perquè és l'únic nombre par i per lo tant l'únic nombre que es pot agrupar per parelles

-Bobrano li va regalar a Fourier 12 taules

2. SOLUCIÓ AL PROBLEMA 5 (PROVA INDIVIDUAL, NIVELL C)



Como lo he resuelto?
He puesto las letras que solo tienen 1 consecutiva (A -> B / G -> H)

CONTACTEU AMB NOSALTRES...!!!

SI VOLS ENVIAR-NOS SOLUCIONS DE PROBLEMES OBERTS, PROPOSTES DE PROBLEMES O DE TEMES, COMENTARIS I SUGGERIMENTS POTS ENVIAR UNA CARTA A L'ADREÇA:



SEMCV "AL-KHWARIZMI"

PROBLEMA OBERT

APARTAT 22045

46071 VALÈNCIA

TAMBÉ POTS ENVIAR UN MISSATGE AL CORREU ELECTRÒNIC:



problemesolimpics@semcv.org

ESPEREM LES VOSTRES COL·LABORACIONS!!!

Vols formar part de la nostra societat? Emplena la següent butlleta d'inscripció i ens l'envies a la nostra seu. Anima els teus companys i les teues companyes o inscriu el teu centre en la nostra societat.

INSCRIPCIÓ I DOMICILIACIÓ BANCÀRIA

S. E. M. C. V. AL-KHWARIZMI

SOCIETAT D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA "Al-Khwarizmi"

Facultat de Magisteri "Ausiàs March"
Departament de Didàctica de la Matemàtica
Apartat 22045 46071 VALÈNCIA

Cognoms:

Nom: DNI/NIF:

Domicili particular:

Població: CP:

Carrer: Telèfon:

Correu-e:

Centre de treball:

Nom del centre:

Carrer:

Població: CP:

Correu-e: Telèfon:

Entitat bancària (on es farà el càrrec de la quota)

Nom complet del titular:

Carrer:

Població: CP

Codi IBAN compte client																							
IBAN				Entitat				Oficina				D.C.		Número de Compte									
E	S																						

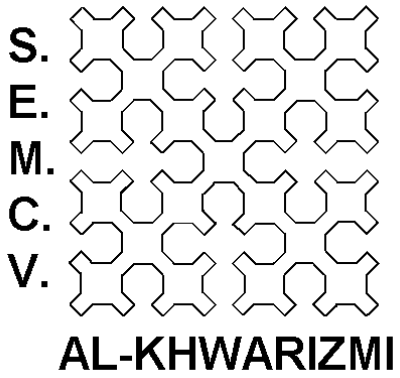
Data i signatura:

Esta revista es publica amb el suport de l'Acadèmia Valenciana de la Llengua

Amb la col·laboració de la Conselleria d'Educació, Cultura i Esport de la Generalitat Valenciana

Trobaràs tota la informació en la nostra web.

Visiteu-la: www.semcv.org



Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "Al-Khwarizmi"